2.3 B-Mesonzerfälle und CP-Verletzung

2.3.1 Quarkflavourmischung

Experimentelle Beobachtung (schwache Zerfälle von K-, D-, B-Mesonen mit s-, c-, b-Quarks):

Die Masseneigenzustände der Quarks (Massenoperator diagonal; feste Massen) sind verschieden von den schwachen Eigenzuständen der Quarks, den linkshändigen $SU(2)$-Dubletts und den rechtshändigen $SU(2)$-Singuletts (schwache Ladungsoperatoren, $SU(2)$-Generatoren diagonal; feste schwache Ladungen).

Die geladene schwache Wechselwirkung vermittelt Übergänge zwischen den schwachen Eigenzuständen der Quarks innerhalb jeder Generation von schwachen $SU(2)$-Dubletts. Die Masseneigenzustände der Quarks,

$$U'_L = (u', c', t')_L \text{ und } D'_L = (d', s', b')_L,$$

gehen aus den schwachen Eigenzuständen U_L und D_L durch separate unitäre Transformationen U_u und U_d für up- bzw. down-artige Quarks hervor:

$$D'_L = U_d^\dagger D_L; \quad U'_L = U_u^\dagger U_L.$$

Die geladenen schwache Stromwechselwirkung der Quarks wird beschrieben durch:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}_{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}}[j_{CC}^{\mu+}W_\mu^- + j_{CC}^{\mu-}W_\mu^+] \\
&= -\frac{g}{\sqrt{2}}\Big[(\overline{U}_L\gamma^\mu 1 D_L)W_\mu^- + (\overline{D}_L\gamma^\mu 1 U_L)W_\mu^+\Big] \\
&\equiv -\frac{g}{\sqrt{2}}\Big[(\overline{U}'_L U_u^\dagger\gamma^\mu U_d D'_L)W_\mu^- + (\overline{D}'_L U_d^\dagger\gamma^\mu U_u U'_L)W_\mu^+\Big] \\
&\equiv -\frac{g}{\sqrt{2}}\Big[\underbrace{(\overline{U}'_L\gamma^\mu V_{CKM} D'_L)}_{=j_{CC}^{\mu+}} W_\mu^- \\
&\qquad + \underbrace{(\overline{D}'_L V_{CKM}^\dagger\gamma^\mu U'_L)}_{=j_{CC}^{\mu-}} W_\mu^+\Big]
\end{aligned}
$$

Die unitäre Quark-Mischungsmatrix $V_{CKM} = U_u^\dagger U_d$, die Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)-Matrix beschreibt die geladenen schwachen (CC) Übergänge zwischen den Quarkgenerationen, definiert als die Masseneigenzustände der Quarks, die an die elektromagnetische und starke Wechselwirkung koppeln, mit unterschiedlichen Gewichten für die Wahrscheinlichkeit der schwachen CC-Übergänge zwischen den up- und down-artigen Masseneigenzuständen der Quarks:

$$
\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} d_C \\ s_C \\ b_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}.
$$

Z.B.: $u \longleftrightarrow d_C = V_{ud}d + V_{us}s + V_{ub}b.$

Zahl der unabhängigen Parameter der CKM-Matrix:

Für $n = 2$ Generationen:

Bis zur Entdeckung des bottom-Quarks.

Reelle orthogonale 2×2 Matrix mit 1 reellen Parameter, keine komplexe Phase:

$$\mathrm{Cabibbo-Matrix} : V = \begin{pmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c \end{pmatrix}.$$

θ_c ist der Cabibbo-Winkel mit $\sin\theta_c \approx 0.23$ und $\cos\theta_c \approx 0.95$.

Für $n = 3$ Generationen:

CKM-Matrix mit 3 reellen Parametern und 1 komplexen Phase: $V^* \neq V$ (möglich nur für ≥ 3 Generationen):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

Mit den 3 Mischungswinkeln θ_{ij} $(i, j = 1, 2, 3; i > j)$, $c_{ij} = \cos\theta_{ij} > 0$, $s_{ij} = \sin\theta_{ij} > 0$, und dem Phasenfaktor $e^{i\delta}$.

Die Elemente der CKM-Matrix werden vom Standardmodell nicht vorhergesagt, sondern müssen experimentell bestimmt werden. Dies ist ein sehr aktiver Forschungszweig, insbesondere für die Übergänge mit schweren Quarks (c, b, t).

Eine komplexe CKM-Matrix ermöglicht eine Beschreibung der beobachteten schwachen Verletzung der CP-Symmetrie im Rahmen des Standardmodells (mit 6 Quarks in 3 Generationen), hervorgerufen wiederum durch die schwache Wechselwirkung und mit Ursprung in der Fermion-Higgs-Boson-Kopplung bzw. der Quark-Massenmatrix:

Vorschlag von Kobayahi und Maskawa 1973 noch vor der Entdeckung der dritten Fermion-Generation (τ-Lepton 1975, bottom-Quark 1977, top-Quark 1994) und vor der Entdeckung des charm-Quarks 1974.

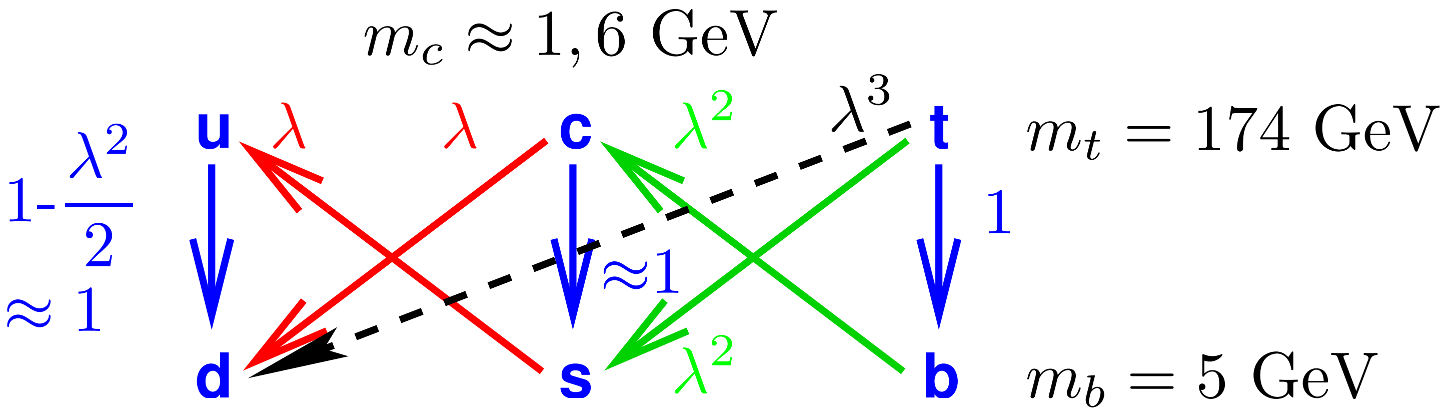
Messungen der CKM-Matrixelemente:

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

Die aktuellen Meßwerte für die CKM-Matrixelemente sind:

$\lvert V_{ud}\rvert = 0.9736 \pm 0.0010$	aus nuklearem β- und μ-Zerfall
$\lvert V_{us}\rvert = 0.2205 \pm 0.0018$	aus semilept. Kaon-Zerfällen $K \to \pi e \nu_e$
$\lvert V_{ub}\rvert = 0.0047 \pm 0.0004$	aus semileptonischen Zerfällen $B \to X_u \ell \nu_\ell$
$\lvert V_{cd}\rvert = 0.224 \pm 0.016$	charm-Quark-Produktionsrate in $\nu(\bar{\nu})$-Kern-Streuung
$\lvert V_{cs}\rvert = 1.01 \pm 0.18$	semileptonische charm-Quark Zerfälle $D \to K e \nu_e$ $(c \to s)$
$\lvert V_{cb}\rvert = 0.0415 \pm 0.0008$	aus semilept. B-Mesonzerfällen
$\lvert V_{td}\rvert = 0.009 \pm 0.002$	von $B_d^0\overline{B}_d^0$-Mischung
$\lvert V_{td}\rvert < 0.009$ (95% C.L.)	von $B_s^0\overline{B}_s^0$-Mischung
$\lvert V_{td}/V_{ts}\rvert < 0.29$ (95 % C.L.)	von $B_d^0\overline{B}_d^0$- und $B_s^0\overline{B}_s^0$-Mischung
$\lvert V_{td}/V_{ts}\rvert < 0.56$ (90 % C.L.)	von $b \to s\gamma$ Zerfällen
$\lvert V_{ts}/V_{cb}\rvert = 1.1 \pm 0.4$	von $b \to s\gamma$ Zerfällen
$\lvert V_{tb}\rvert > 0.016$ (95 % C.L.)	aus top-Quark-Zerfällen $t \to W^+ b$

Die Hierarchie der Übergangswahrscheinlichkeiten und der Quarkmassen läßt eine Erklärung durch eine dem Standardmodell übergeordnete Theorie erwarten.



Die näherungsweise Wolfenstein-Parametrisierung macht die Rangordnung der Übergänge zwischen den Quark-Generationen (Massen/flavour-Eigenzustände) deutlich:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1-\frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1-\frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1-\rho-i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4),$$

bei der die Matrixelemente nach dem kleinen Parameter λ entwickelt werden.

Die 4 Wolfenstein-Parameter haben die gemessenen Werte:

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv s_{12} = 0.2205 \pm 0.0018, \\ A &\equiv s_{23}/\lambda^2 = 0.82 \pm 0.06, \\ \sqrt{\rho^2+\eta^2} &\equiv |V_{ub}|/A\lambda^3 = 0.36 \pm 0.09. \end{aligned}$$

2.3.2 Das Unitaritätsdreieck

Die Orthogonalitätsbedingungen für die Spaltenvektoren der unitären CKM-Mischungsmatrix,

$$\begin{aligned} V_{ud}^* V_{us} + V_{cd}^* V_{cs} + V_{td}^* V_{ts} &= 0, \\ V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} &= 0, \\ V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} &= 0, \end{aligned}$$

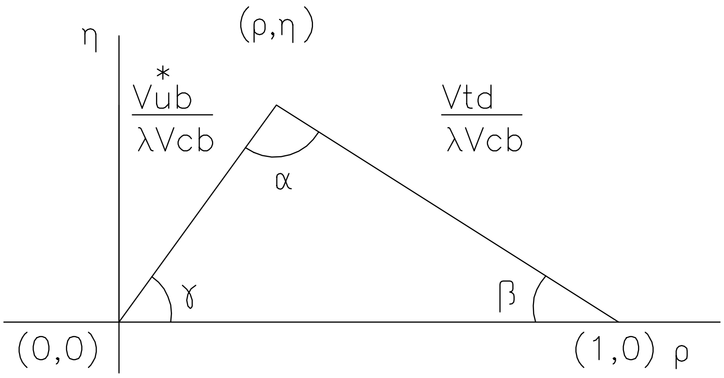
beschreiben Dreiecke in der komplexen $\rho - \eta-$Ebene.

Die Dreiecke haben eine nichtverschwindende Fläche, wenn die Phase $\delta \neq 0$ bzw. $V_{ub} \neq 0$, d.h. CP-Verletzung.

Am nützlichsten für den Test der Unitarität der CKM-Matrix ist das durch die letzte Gleichung,

$$\frac{V_{ub}^*}{\lambda V_{cb}} + \frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}} = 1,$$

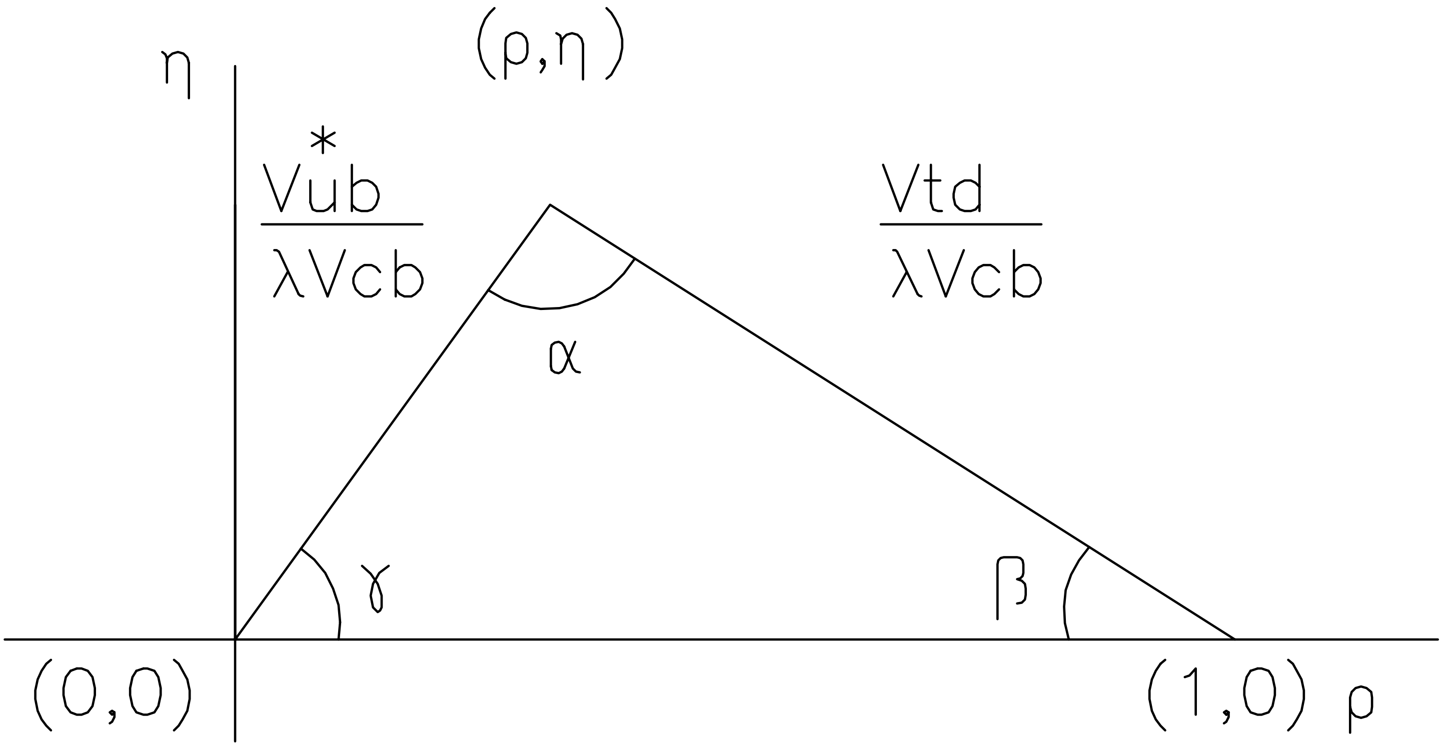
definierte Dreieck, das CP-Verletzung in B-Meson-Zerfällen (mit bottom-Quarks) beschreibt (sog. Unitaritätsdreieck):



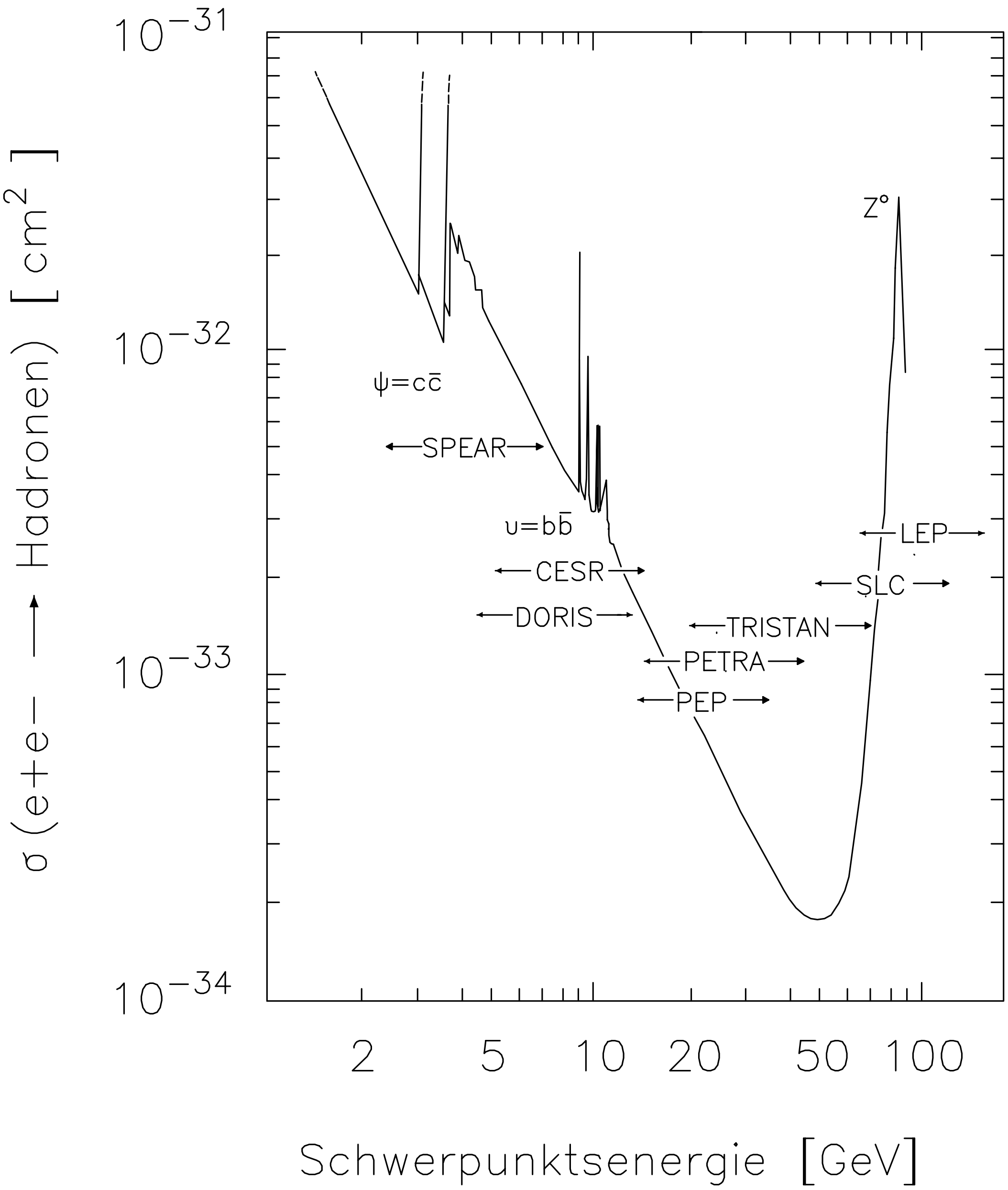
Es gilt: $V_{td} = |V_{td}| e^{-i\beta}$, $V_{ub} = |V_{ub}| e^{-i\gamma}$.

$B^0 \overline{B}^0$-Mischungsrate groß (m_t groß), V_{ub}/V_{cb} nicht zu klein
$\Longleftrightarrow$ große Fläche des Unitaritätsdreiecks
$\Longleftrightarrow$ starke CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen.

Experimentelle Bestimmung des Unitaritätsdreiecks



2.3.3 B-Meson-Produktion

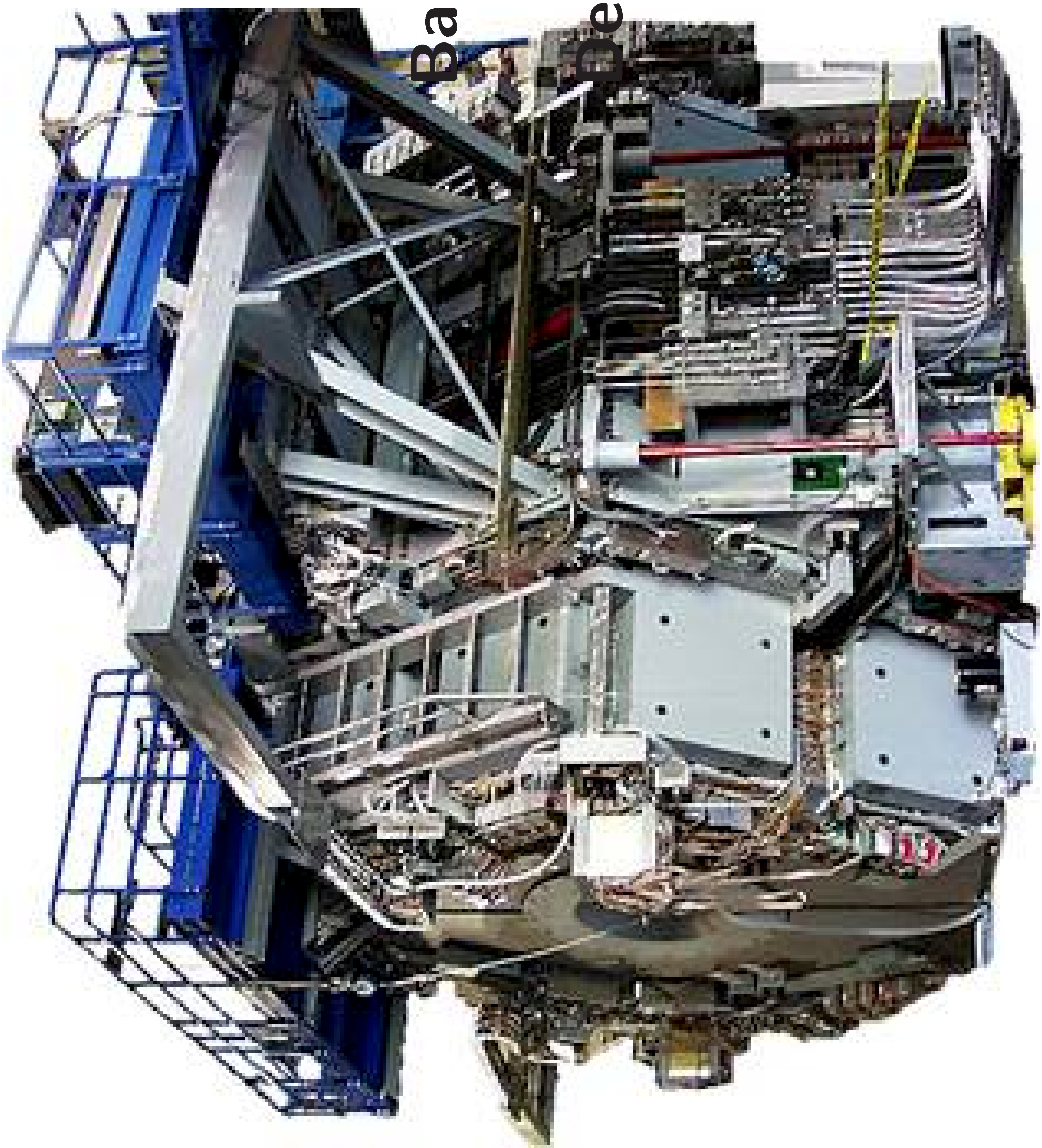


Exp.	$\sigma(b\bar{b})$	**N**$_{B\overline{B}}$	**Reaktion**
LEP	**7 nb**	10^6**/Exp.**	$e^+e^- \xrightarrow{91\ \mathrm{GeV}} Z^0 \xrightarrow{4.5\%} b\bar{b} \rightarrow B\overline{B}' + X$
CLEO	**1 nb**	$2.0 \cdot 10^7$	$e^+e^- \xrightarrow{10.6\ \mathrm{GeV}} \Upsilon(4S) \xrightarrow{100\%} B_d^0\overline{B_d^0}, B^+B^-$
BaBar	**1 nb**	$2.5 \cdot 10^8$	$e^+e^- \xrightarrow{10.6\ \mathrm{GeV}} \Upsilon(4S) \xrightarrow{100\%} B_d^0\overline{B_d^0}, B^+B^-$
BELLE	**1 nb**	$4.0 \cdot 10^8$	$e^+e^- \xrightarrow{10.6\ \mathrm{GeV}} \Upsilon(4S) \xrightarrow{100\%} B_d^0\overline{B_d^0}, B^+B^-$
CDF **D0**	**0.1 mb**	$1.5 \cdot 10^{10}$	$p\bar{p} \xrightarrow{1.8\ \mathrm{TeV}} b\bar{b} + X$

B-Meson-Fabriken

BaBar-Detektor am PEP II-Speicherring am SLAC, Kalifornien:

Babar-Detektor



B-Meson-Fabriken

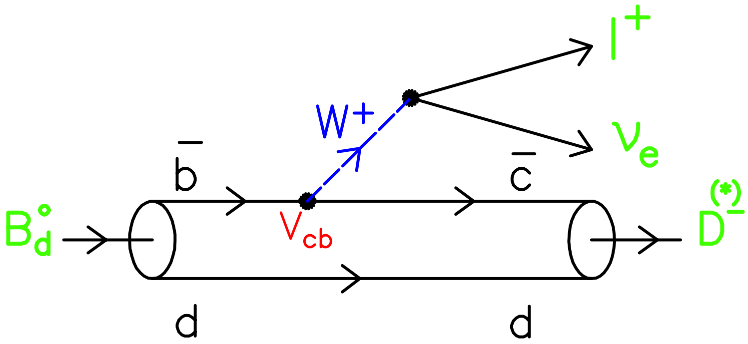
BELLE-Detektor am KEK-B-Speicherring am KEK Beschleunigerzentrum, Japan:

2.3.2 Schwache Zerfälle der B-Mesonen

$B^+ = (\bar{b}u)$, $B_d^0 = (\bar{b}d)$, $B_s^0 = (\bar{b}s)$

20% semileptonische B-Zerfälle ($\ell = e, \mu$) :

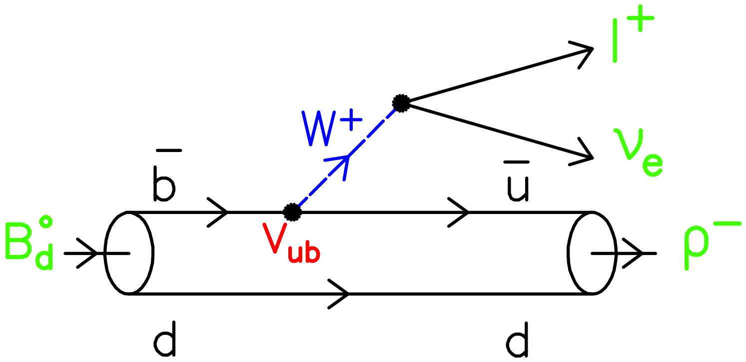
$\underline{b \to c\ell\nu}$



z.B. $B^0 \to D^{(*)-}\ell^+\nu$

$$\boxed{|V_{cb}| = (41.5 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}}$$

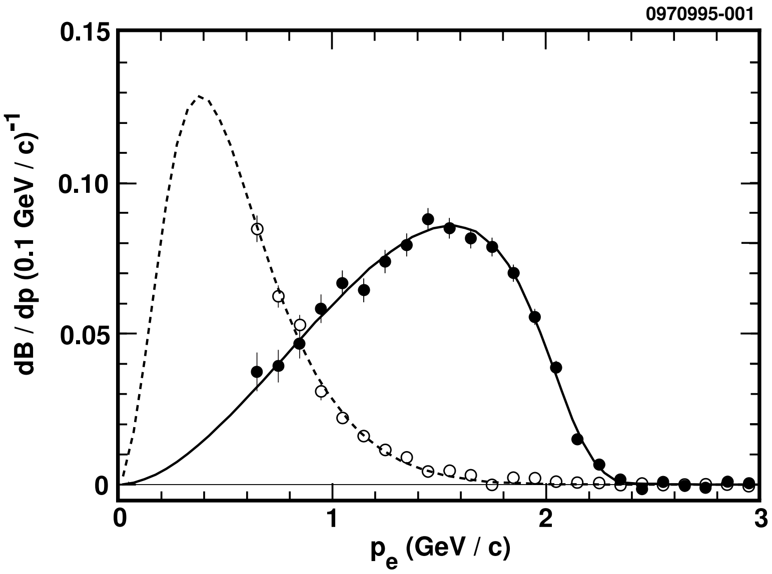
$\underline{b \to u\ell\nu}$

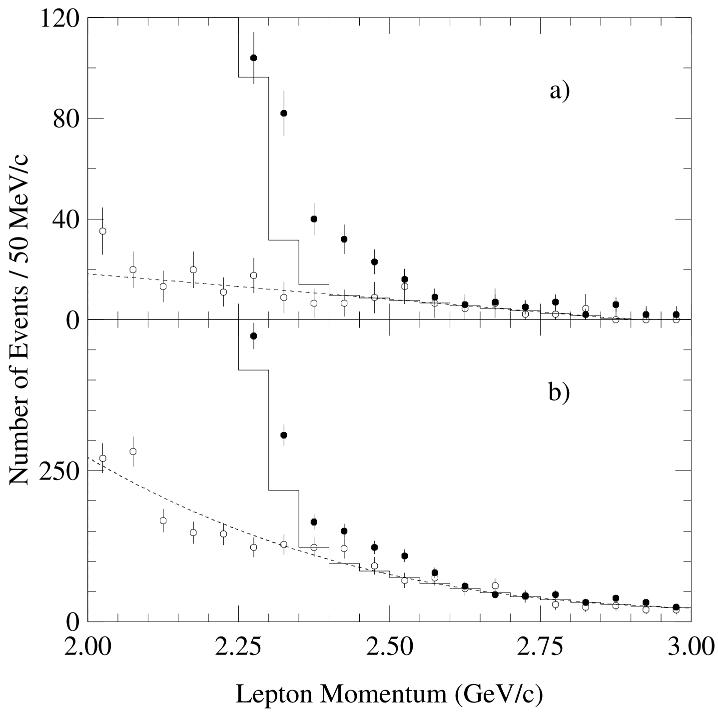


z.B. $B^0 \to \rho^-\ell^+\nu$

$$\boxed{|V_{ub}| = (4.70 \pm 0.44) \cdot 10^{-3}}$$

Experimente: LEP + CLEO + BaBar + BELLE





Endpunktleptonspektren

Messung der Matrixelemente $|V_{cb}|$ und $|V_{ub}|$:

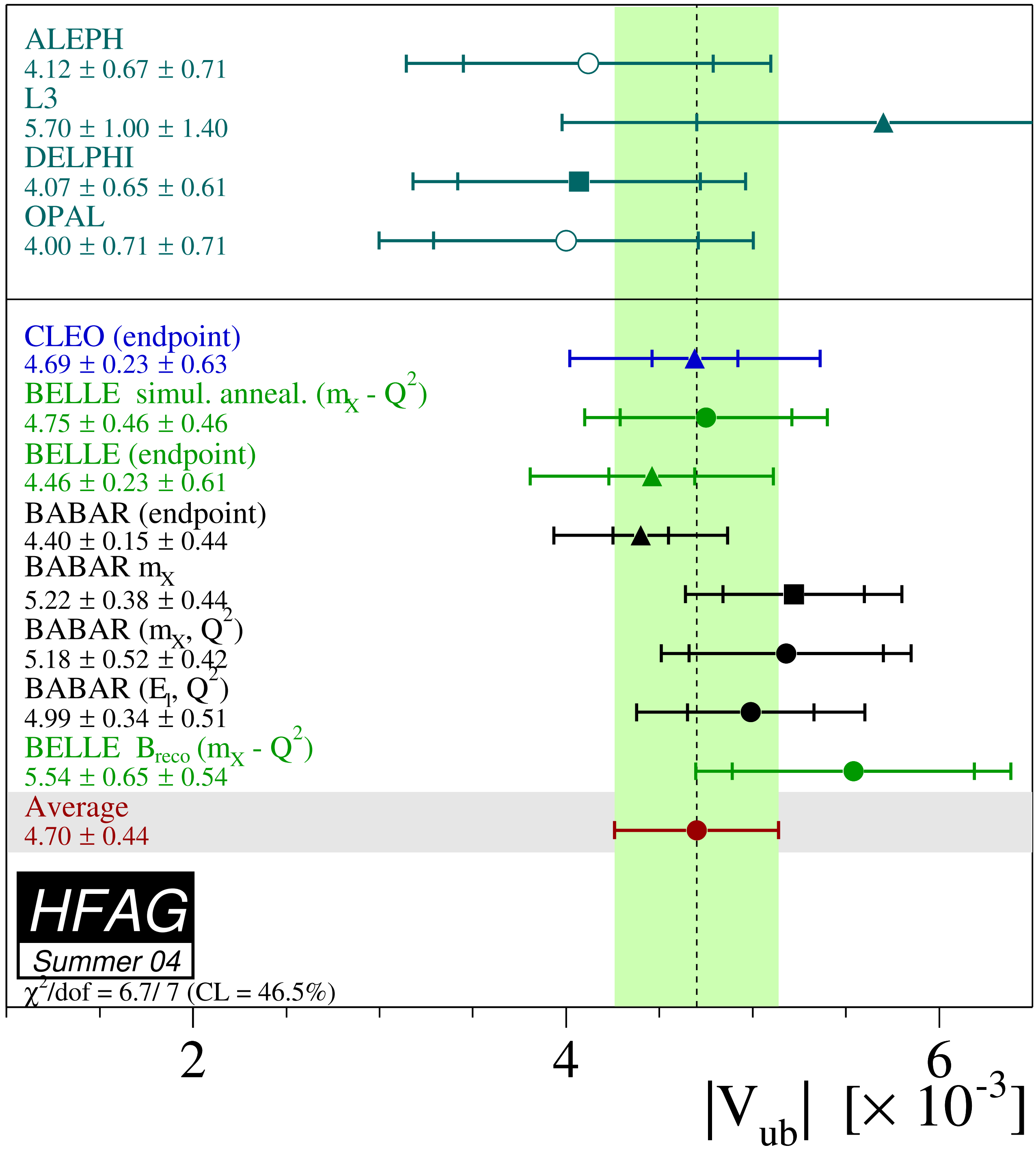
durch Messung des Verzweigungsverhältnisses für die schwachen semileptonischen Zerfälle

$$
\begin{aligned}
BR(B \to X\ell\nu_\ell) &= \frac{\Gamma(B \to X\ell\nu_\ell)}{\Gamma^B_{\text{tot}}} \\
&= \frac{G_F^2 m_b^5}{192\pi^3}(r_c(x)|V_{cb}|^2 + r_u(x)|V_{ub}|^2) \\
&\cdot \quad (1+\delta_{QCD}) \cdot \tau_B
\end{aligned}
$$

wobei $\Gamma^B_{\text{tot}} = \tau_B^{-1}$, $r_q(x)$ Phasenraumfaktoren mit $x = m_q/m_b$ ($r_c \approx 0.5$, $r_r \approx 1$) und δ_{QCD} modellabhängige Korrekturen durch die starke Wechselwirkung sind (nicht alleine störungstheoretisch berechenbar, da niedrige Energien der Zerfallsprodukte: Heavy Quark Effective Theory HQET).

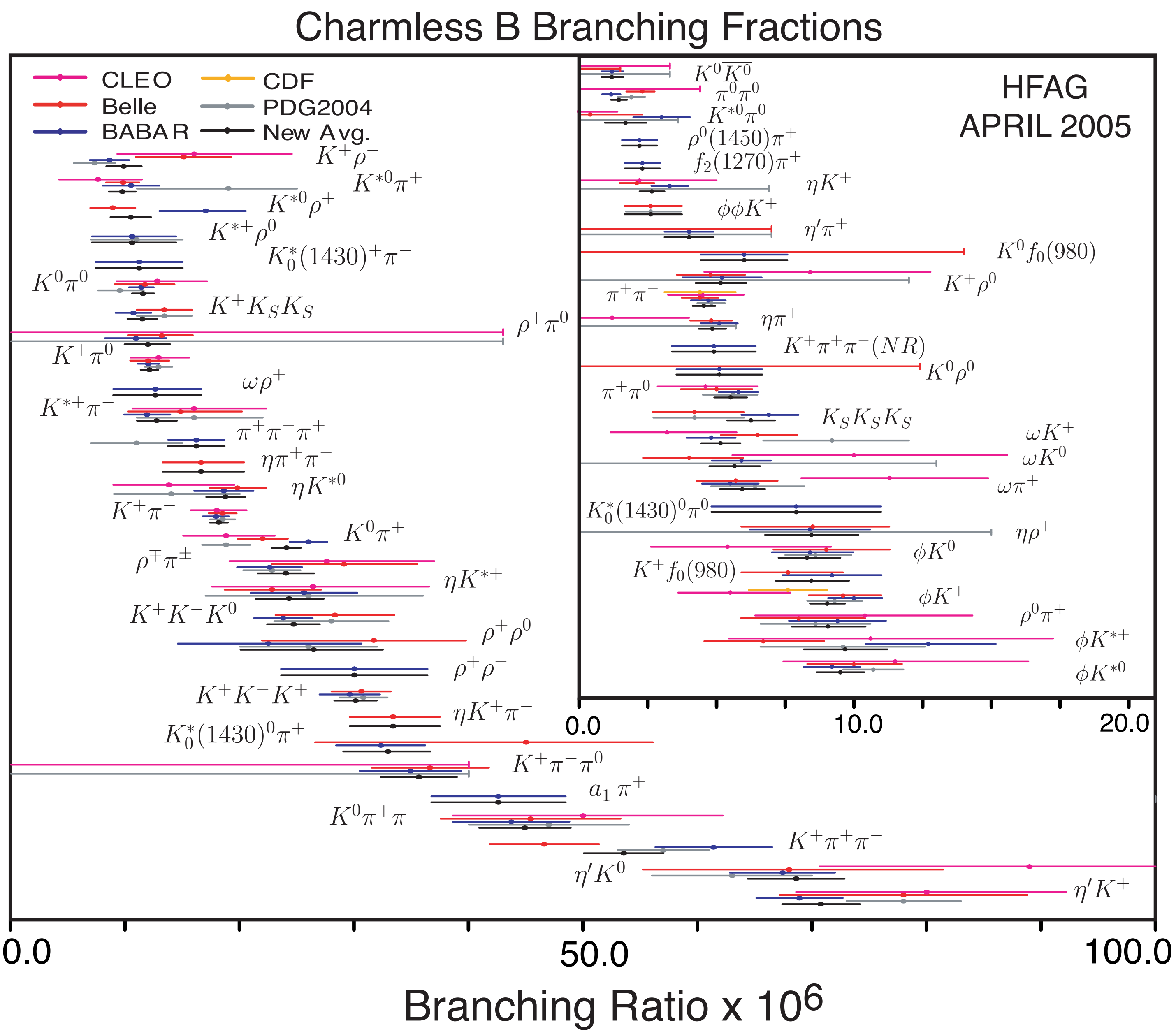
B-Mesonen haben eine relativ lange Lebensdauer $\tau_B \approx 1.5$ ps im Vergleich zu D-Mesonen ($|V_{cb}| \ll |V_{cs}|$)!
Präziseste Messungen bei LEP und Tevatron (hohe Energien der B-Mesonen, daher lange Zerfallsstrecken).

Messungen von $|V_{ub}|$:



B-Mesonzerfälle mit D-Mesonen ($b \to c$), semileptonisch oder hadronisch, dominieren!

Zahlreiche seltene hadronische Zerfallskanäle ohne charm ($b \to u$, $b \to s$, $b \to d$):



2.3.3 Quark-Flavour-Oszillationen

Teilchen-Antiteilchen-Oszillationen der neutralen Mesonen:

$$\begin{array}{llll} K^0 = (d\bar{s}) & \longleftrightarrow & \overline{K}^0 = (\bar{d}s) & (|\Delta S| = 2) \\ D^0 = (c\bar{u}) & \longleftrightarrow & \overline{D}^0 = (\bar{c}u) & (|\Delta C| = 2) \\ B_d^0 = (d\bar{b}) & \longleftrightarrow & \overline{B}_d^0 = (\bar{d}b) & (|\Delta B| = 2) \\ B_s^0 = (s\bar{b}) & \longleftrightarrow & \overline{B}_d^0 = (\bar{s}b) & (|\Delta B| = 2). \end{array}$$

Die schwache Wechselwirkung verletzt die Erhaltung der flavour-Quantenzahlen.

Vorhersage von Gell-Mann und Pais 1955 für die K^0-Mesonen:

Flavour-Eigenzustände K^0 $(S = -1)$, $\overline{K}^0$ $(S = +1)$

$\neq$ CP-Eigenzustände mit definierten Massen $m_{S,L}$ und Lebensdauern:

K_S^0 (kurzlebig):

$\tau_S \approx 10^{-10}$ s; $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$, $\pi^0\pi^0$ $(CP = +1)$.

K_L^0 (langlebig):

$\tau_L \approx 10^{-7}$ s; $K_L^0 \to \pi^+\pi^-\pi^0$, $\pi^0\pi^0\pi^0$ $(CP = -1)$.

Die zeitliche Entwicklung der Zustände

$$\phi(t) >= a(t)|K^0 > + b(t)|\overline{K}^0 >= \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix},$$

$$|K^0 >= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \overline{K}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

wird beschrieben durch die Schrödinger-Gleichung

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\phi >= H\phi >$$

mit dem effektiven Hamilton-Operator ($H^\dagger \neq H$):

$$H = H_{\text{el.magn.}} + H_{\text{stark}} + H_{\text{schwach}} = \widehat{M} - i\widehat{\Gamma}/2$$

$\widehat{M}$, $\widehat{\Gamma}$ sind die Massenmatrix und die Zerfallsmatrix:

$$\begin{aligned} \widehat{M} - \frac{i}{2}\widehat{\Gamma} &= \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_K & m_{12} \\ m_{12} & m_K \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \Gamma_K & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_K \end{pmatrix} \end{aligned}$$

mit $m_{11} = m_{22}$, $m_{21} = m_{12}^*$ wegen CPT-Invarianz,
$m_{12} = m_{21} = m_{12}^*$ bei Annahme von CP-Invarianz,
$m_K = (m_S + m_L)/2$ und $\Delta m := m_L - m_S$,
$\Gamma_K = (\Gamma_S + \Gamma_L)/2$ und $\Delta\Gamma := \Gamma_L - \Gamma_S$.

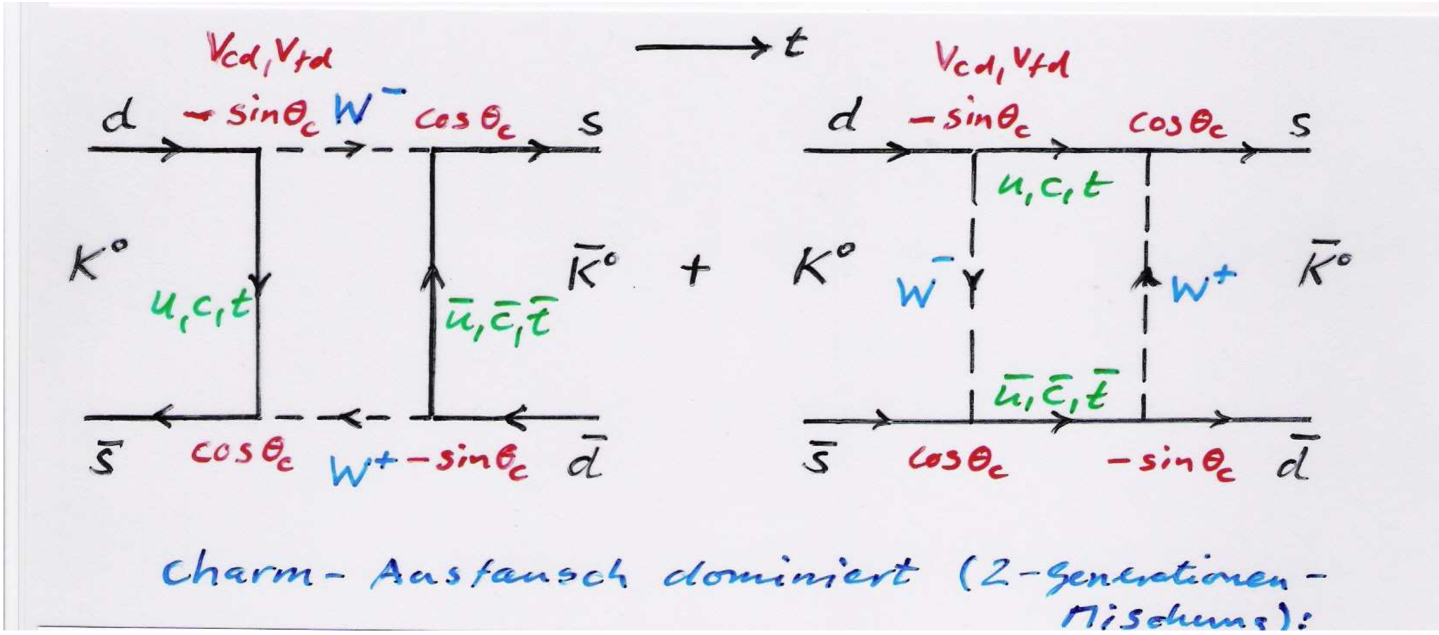
Die Matrizen lassen sich Diagonalisieren durch die Transformation ($K^0 - \overline{K}^0$-Mischung):

$$\begin{aligned} K_S^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \overline{K}^0); \\ K_L^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \overline{K}^0), \end{aligned}$$

mit den Massen- und Lebensdauer-Eigenzuständen K_L^0 und K_S^0 und den Eigenwerten:

$$\begin{aligned} m_{S,L} &= m_K \pm \mathcal{R}e\sqrt{\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(m_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} \\ \Gamma_{S,L} &= \Gamma_K \mp \mathcal{I}m\sqrt{\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(m_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} = \tau_{S,L}^{-1} \end{aligned}$$

$K^0 - \overline{K}^0$-Übergänge (durch $M_{12} \neq 0$) werden in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung ($\Delta S = 2$) erzeugt:



$$\Longrightarrow \Delta m \approx \frac{G_F^2}{4\pi^2} f_K^2 m_K m_c^2 \cos^2\theta_C \sin^2\theta_C$$

mit der Kaon-Zerfallskonstante f_K (QCD-Parameter) und dem Cabibbo-Winkel θ_C.

Der Beitrag des charm-Quark-Austauschs dominiert, da $m_c \gg m_u$.

$\Longrightarrow$ Vorhersage der charm-Quarkmasse $m_c \approx 1.5$ GeV 1974 (Gaillard, Lee) vor der Entdeckung des charm-Quarks (bis heute gültig).

(Der Beitrag des top-Quark-Austauschs ist aufgrund der V_{CKM}-Faktoren unterdrückt; er dominiert für $B^0 - \overline{B}^0$-Mischung.)

Die zeitliche Entwicklung der Masseneigenzustände ist gegeben durch:

$$\begin{aligned} K_S^0(t) &= \mathcal{N} e^{-(im_S + \frac{\Gamma_S}{2})t} K_S(0) \\ K_L^0(t) &= \mathcal{N} e^{-(im_L + \frac{\Gamma_L}{2})t} K_L(0). \end{aligned}$$

Damit ist die zeitliche Entwicklung der flavour-Eigenzustände $K^0(0)$ und $\overline{K}^0(0)$ (in der vereinfachenden und guten Näherung $\Delta\Gamma \approx 0$, d.h. $\Gamma_S \approx \Gamma_L$):

$$\begin{aligned} K^0(t) &= \mathcal{N} e^{-(im_K + \frac{\Gamma_K}{2})t} \left[\cos(\Delta m t/2) K^0 + \sin(\Delta m t/2) \overline{K}^0 \right] \\ \overline{K}^0(t) &= \mathcal{N} e^{-(im_K + \frac{\Gamma_K}{2})t} \left[\sin(\Delta m t/2) K^0 + \cos(\Delta m t/2) \overline{K}^0 \right] \end{aligned}$$

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten $\mathcal{P}$ der K^0-Zustände oszillieren mit einer Frequenz Δm und $180°$ relativer Phasenverschiebung neben dem Zerfall mit der mittleren Lebensdauer $\tau_K = \Gamma_K^{-1}$ (flavour-Oszillationen):

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(K^0 \to K^0(t)) &= |< K^0 | K^0(t) >|^2 \\ &= \frac{1}{2\tau_K} e^{-t/\tau_K} (1 + \cos \Delta m\, t) \\ \mathcal{P}(K^0 \to \overline{K}^0(t)) &= |< \overline{K}^0 | K^0 >|^2 \\ &= \frac{1}{2\tau_K} e^{-t/\tau_K} (1 - \cos \Delta m\, t) \end{aligned}$$

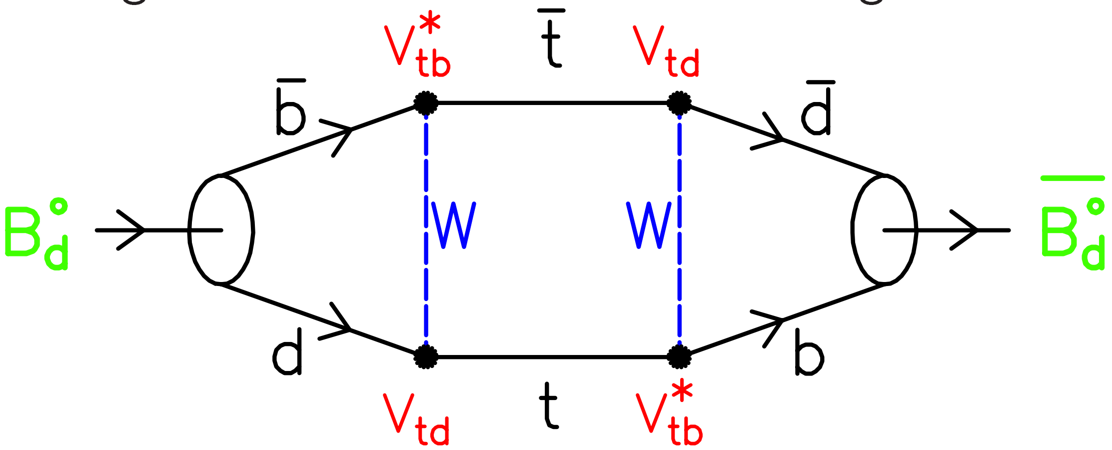
(ebenso für $\overline{K}^0$).

Die gemessene $K_L^0 - K_S^0$-Massenaufspaltung = Oszillations-frequenz ($\hbar\omega = \Delta m c^2$) ist (erstmals 1964 am BNL):

$$\Delta m = (3.489 \pm 0.008) \cdot 10^{-6}\,\mathrm{eV} = (0.530 \pm 0.001) \cdot 10^{10}\,\mathrm{Hz}.$$

2.3.4 $B^0\overline{B^0}$-Oszillationen

in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung wie $K^0\overline{K^0}$:



$$\boxed{\Delta m_d = \frac{G_F^2}{6\pi^2} M_{B_d} m_{\text{top}}^2 F\left(\frac{m_{\text{top}}^2}{M_W^2}\right) \eta_{QCD} (f_{B_d}^2 B_{B_d}) |V_{td} V_{tb}^*|^2}$$

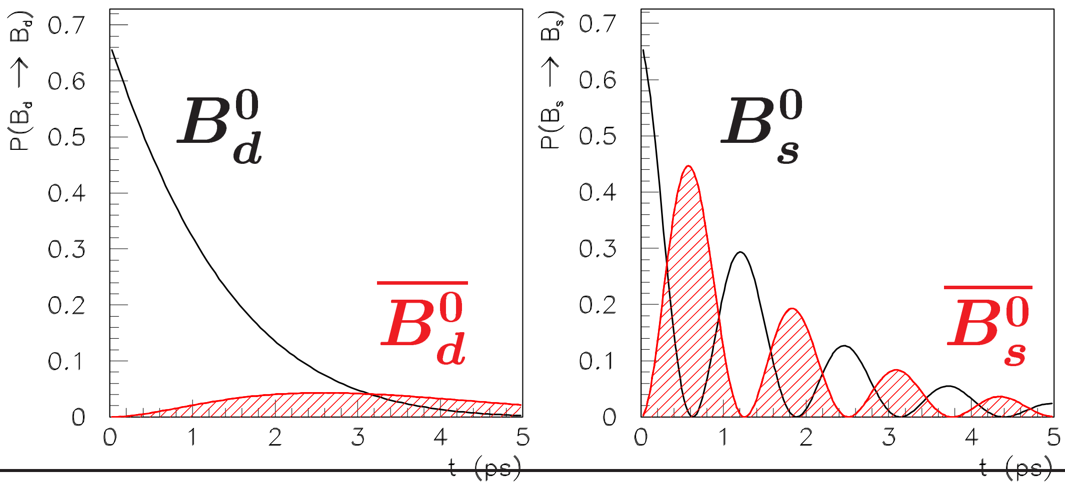
$$\Longrightarrow \frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} = \frac{M_{B_d}}{M_{B_s}} \cdot \frac{f_{B_d}^2 B_{B_d}}{f_{B_s}^2 B_{B_s}} \cdot \frac{|V_{td}|^2}{|V_{ts}|^2} \quad \overset{|V_{ts}| \approx |V_{cb}|}{=}$$

$$\approx (0.88 \pm 0.04)^2 \frac{|V_{td}|^2}{|V_{cb}|^2}$$

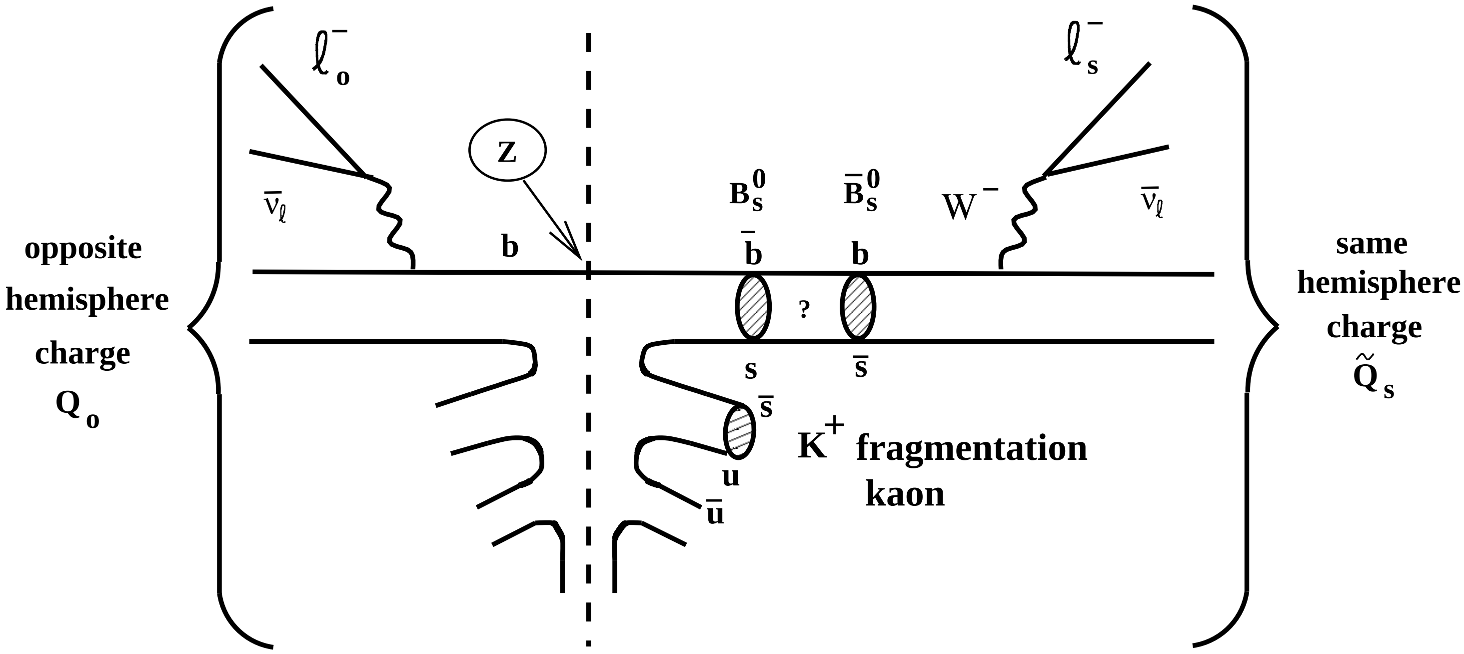
$(\approx 3 \cdot 10^{-4}$ eV) $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $(> 10^{-2}$ eV)

$\boxed{\Delta m_d = 0.509 \pm 0.004 \text{ ps}^{-1}}$ $\qquad$ $\boxed{\Delta m_s > 14.5 \text{ ps}^{-1} \ (95\% \text{ CL})}$

$|V_{td}| = 0.009 \pm 0.002$ $\qquad\qquad$ $|V_{td}| < 0.009$



Unterscheidung zwischen B^0 und $\overline{B^0}$ durch die Ladung der Zerfallsleptonen in semileptonischen Zerfällen:



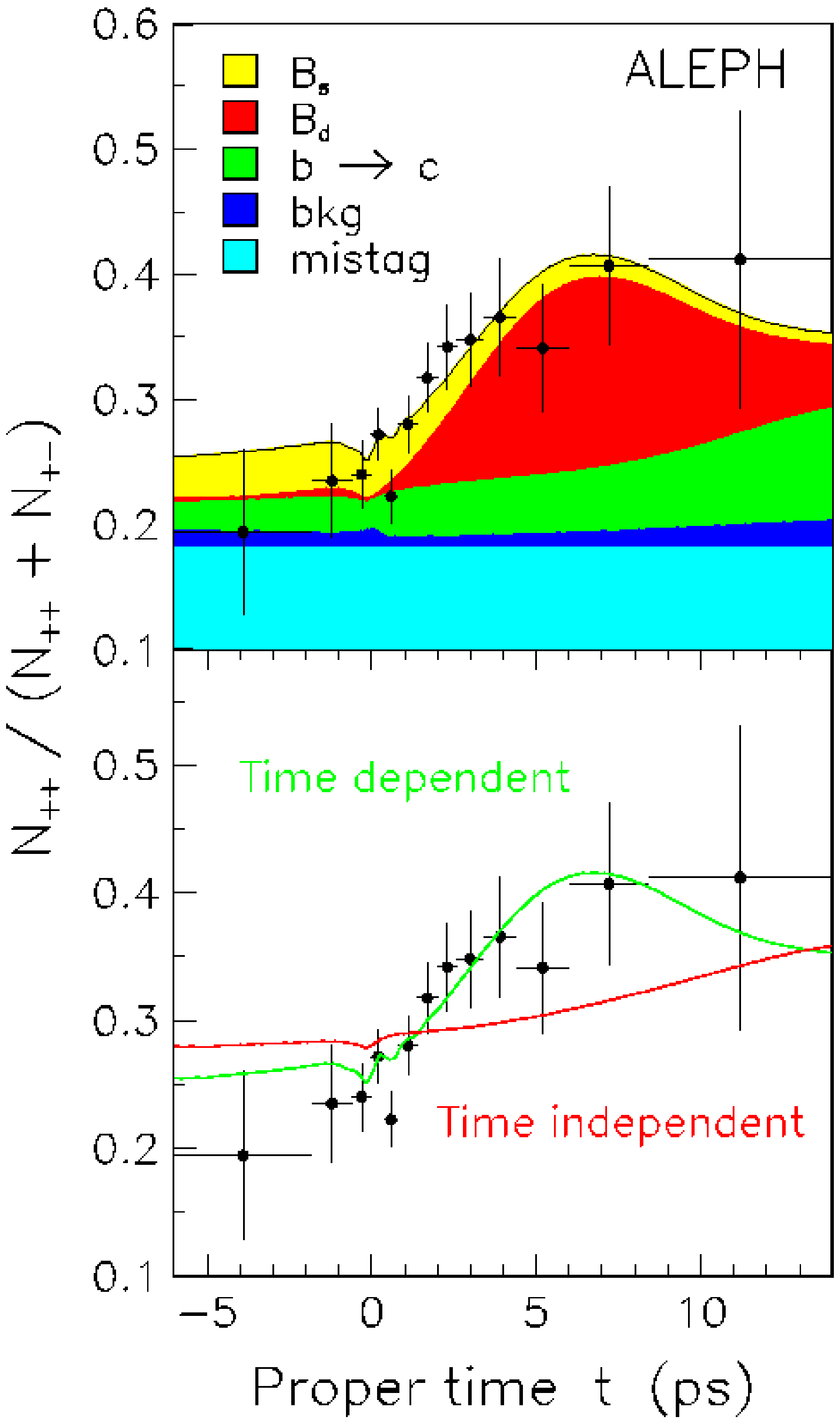
Das Signal für $B^0\overline{B^0}$-Oszillationen ist daher der Anteil gleichgeladener Leptonpaare als Funktion der Zerfallsdauer $t = d/\beta\gamma c$, gemessen durch die Flugstrecke d von der Erzeugung bis zum Zerfall:

$$\frac{N(\ell^\pm\ell^\pm)[t]}{N_{\text{tot}}(\ell\ell)[t]} = \frac{\mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]}{\mathcal{P}(B^0 \to B^0)[t] + \mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]}$$
$$= \sin^2(\Delta m \cdot t/2)$$

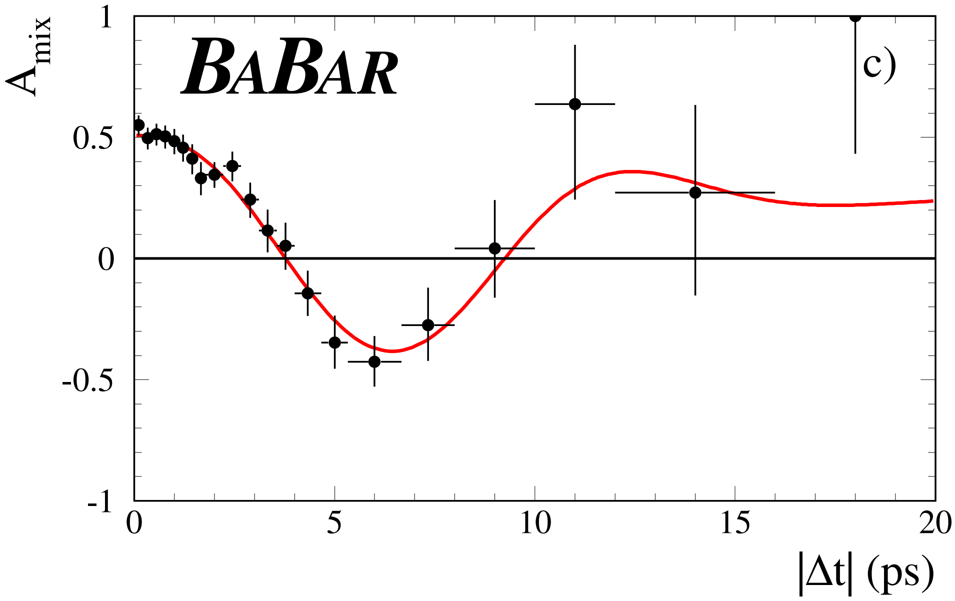
$$A_{\text{mix}}(\ell^\pm\ell^\mp - \ell^\pm\ell^\pm) = \frac{\mathcal{P}(B^0 \to B^0)[t] - \mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]}{\mathcal{P}(B^0 \to B^0)[t] + \mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]}$$
$$= \cos(\Delta m \cdot t)$$

Erste Entdeckung: UA1-Experiment am CERN ($Sp\bar{p}S$) 1987,
ARGUS-Exp. am DESY (DORIS) 1988.

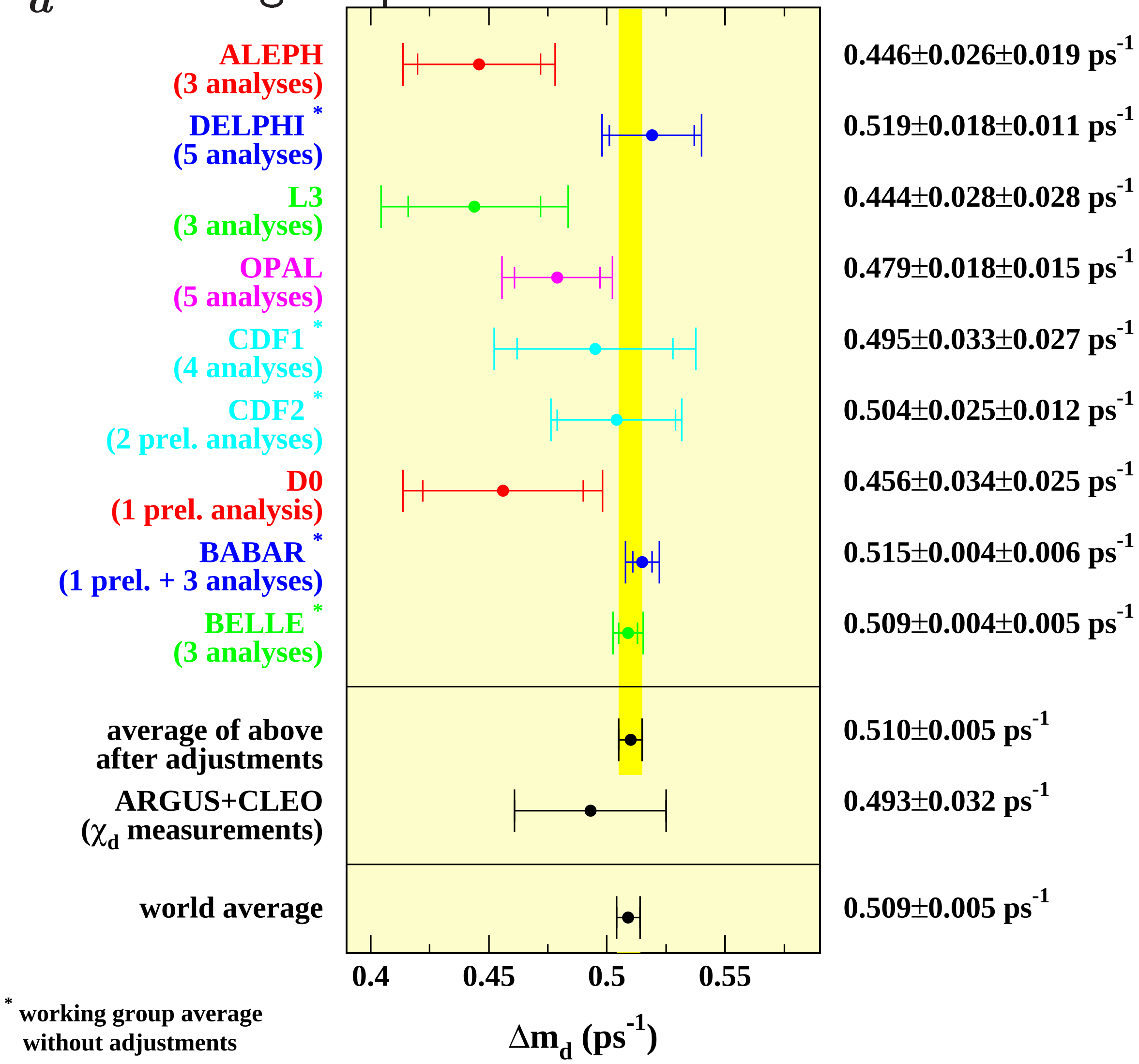
Erste zeitaufgelöste Messung der $B^0\overline{B^0}$-Oszillationen im ALEPH-Experiment, LEP (1993):



B-Meson-Fabriken bei der Υ (4S)-Resonanz:



$B_d^0\overline{B_d^0}$-Mischungsfrequenz:

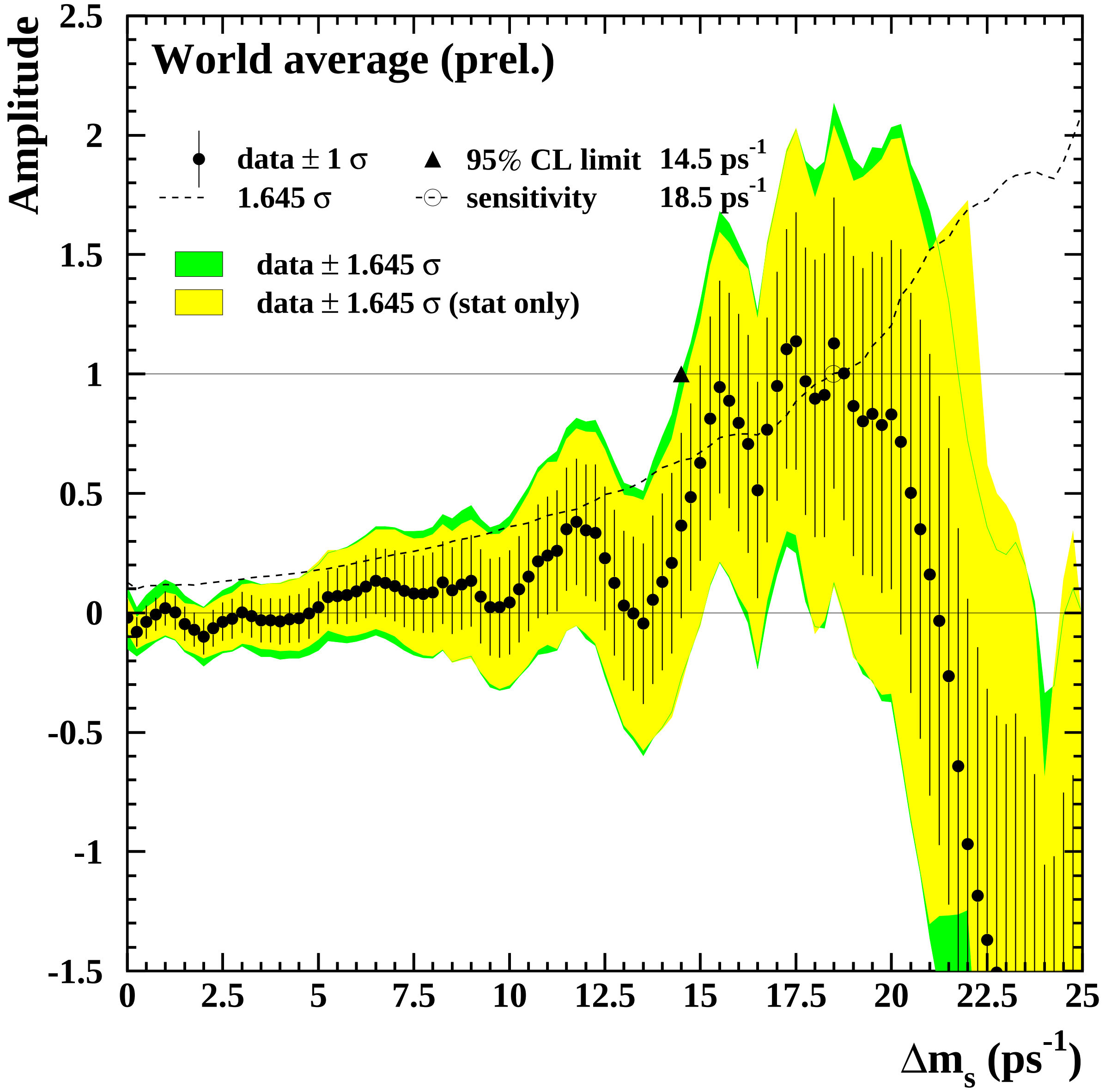


$$\boxed{\Delta m_d = 0.509 \pm 0.004 \text{ ps}^{-1}}$$

$B_s^0\overline{B_s^0}$-Oszillationen:

$$\mathcal{P}(B_s^0 \to \overline{B_s^0}) = \frac{1}{2\tau} e^{-t/\tau}(1 - \mathcal{A} \cos \Delta m_s\, t)$$

Falls Oszillation: $\mathcal{A}(\Delta m_s) = 1$.



$$\Longrightarrow \boxed{\Delta m_s > 14.5\ \text{ps}^{-1}}$$

2.3.5 Verletzung der CP-Symmetrie

2.3.5.1 CP-Verletzung in K^0-Mesonzerfällen

1964: Nachweis von $K_L^0 \to \pi^+\pi^-$ (sehr kleiner Anteil mit falschem $CP = +1$ im Endzustand).

$\Longrightarrow$ Verletzung der CP- und damit der Zeitumkehrsymmetrie in K^0-Zerfällen.

$\Longrightarrow$ Masseneigenzustände $K_{S,L}^0$ sind orthogonale Mischung der CP-Eigenzustände $=: K_\pm^0$ $(CP = \pm 1)$, mit kleiner Beimischung des "falschen" CP-Zustands $\sim \varepsilon$:

$$\begin{aligned} K_S^0 &= pK^0 - q\overline{K}^0 = \frac{K_+^0 - \varepsilon K_-^0}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \approx K_+^0 \\ K_L^0 &= pK^0 + q\overline{K}^0 = \frac{K_-^0 + \varepsilon K_+^0}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \approx K_-^0. \end{aligned}$$

$$\text{mit } |p|^2 + |q|^2 = 1 \text{ und } \frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2}{M_{12} - i\Gamma_{12}^*/2}} = \frac{1-\varepsilon}{1+\varepsilon}.$$

Dieser Fall tritt auf, falls die Massenmatrix komplex ist mit $M_{12}^* \neq M_{12}$: sog. "indirekte" CP-Verletzung bei der $K^0 - \overline{K}^0$-Mischung.

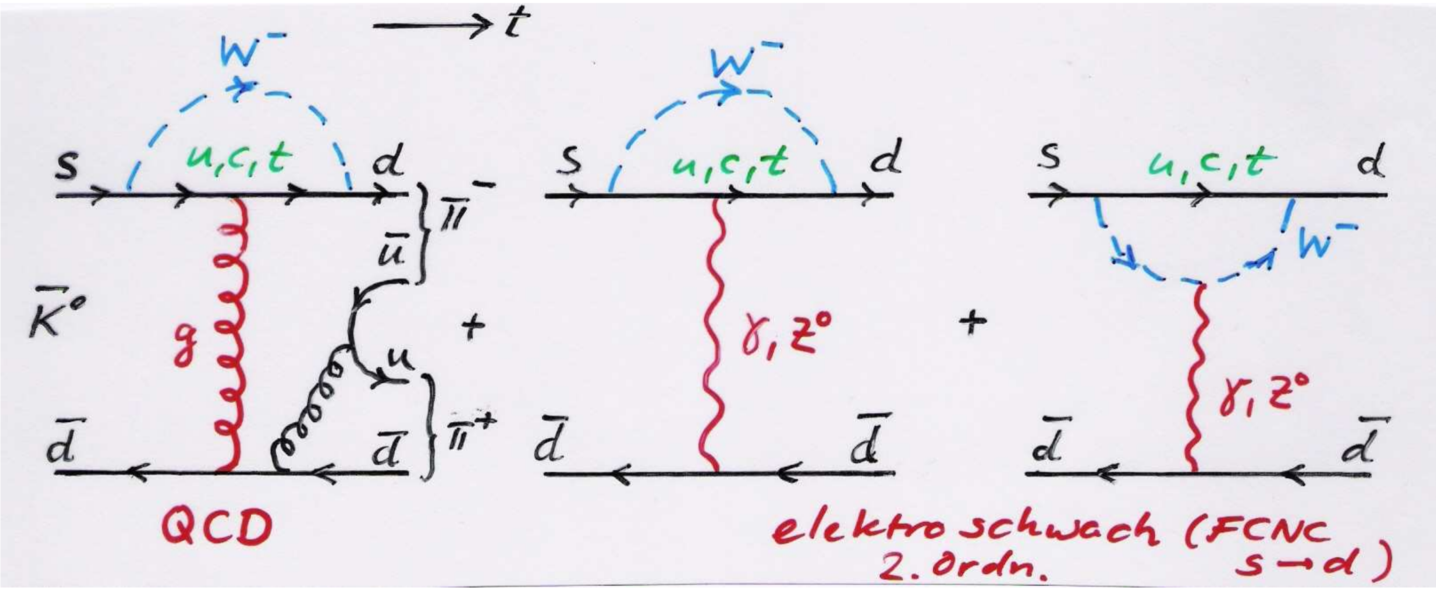
Im Standardmodell verursacht durch den komplexen Phasenfaktor der CKM-Matrix.

Alternativ: neue superschwache Wechselwirkung (Wolfenstein, 1964)?

Messung: $|\varepsilon| = (2.271 \pm 0.017) \cdot 10^{-3}$ (kleiner Effekt!).

"Direkte" CP-Verletzung im Zerfall des CP-Eigenzustands K_2^0 $(CP = -1)$:

Im Standardmodell durch komplexe Phase der CKM-Matrix bei Interferenz des Zerfallsprozesses niedrigster Ordnung zu $K_2^0 \to \pi^+\pi^-$ oder $\pi^0\pi^0$ mit Beiträgen höherer Ordnung, die zum gleichen Endzustand führen (sog. "Pinguin"-Diagramme):



Der Beitrag direkter CP-Verletzung wird im Standardmodell durch den Parameter ε' beschrieben.

$\varepsilon' \neq 0$ schließt superschwache WW als Quelle der CP-Verletzung aus.

Nachweis $\neq 0$ 1999 bei CERN (NA48 Experiment) und FNAL (KTeV Experiment):

$$\left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| = (16.7 \pm 1.6) \cdot 10^{-4}$$ (sehr kleiner Effekt!).

Das Standardmodell sagt direkte und indirekte CP-Verletzung nach den gleichen Mechanismen auch bei B^0-Mesonen vorraus.

$\longrightarrow$ Test bei den B-Meson-Fabriken seit 1999.

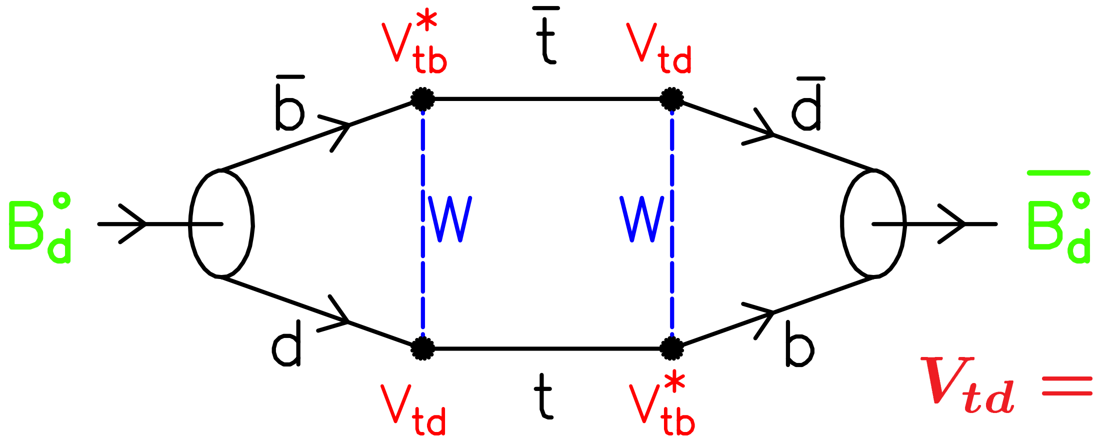
2.3.5.2 Indirekte CP-Verletzung bei $B^0\overline{B}^0$ -Mischung

wie bei der $K^0\overline{K^0}$-Mischung:

$$B^0_H = pB^0 - q\overline{B}^0 = \frac{B^0_+ - \varepsilon_B B^0_-}{\sqrt{1+|\varepsilon_B|^2}} \approx B^0_+$$

$$B^0_L = pB^0 + q\overline{B}^0 = \frac{B^0_- + \varepsilon_B B^0_+}{\sqrt{1+|\varepsilon_B|^2}} \approx B^0_-.$$

mit $\frac{q}{p} = |\frac{q}{p}|e^{-i\phi_{\text{mix}}}$, $\phi_{\text{mix}} \equiv arg(M_{12}/\Gamma_{12})$, und im Standardmodell $|\frac{q}{p}| = |\frac{1-\varepsilon_B}{1+\varepsilon_B}| = 1 + \frac{1}{2}|\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}| \sin\phi_{\text{mix}} \neq 1$ und damit $\varepsilon_B \neq 0$.



$$V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$$

Eine CP-verletzende Asymmetrie, die alleine auf die komplexe Phase bei der Flavour-Mischung zurückzuführen ist, tritt in den semileptonischen B^0-Zerfällen auf:

$$
\begin{aligned}
A_{sl} &= \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \to B^0(t) \to \ell^+ \nu X) - \Gamma(B^0 \to \overline{B}^0(t) \to \ell^- \nu X)}{\Gamma(\overline{B}^0 \to B^0(t) \to \ell^+ \nu X) + \Gamma(B^0 \to \overline{B}^0(t) \to \ell^- \nu X)} \\
&= \frac{|p/q|^2 - |q/p|^2}{|p/q|^2 + |q/p|^2} \approx 4\mathcal{R}\rceil \varepsilon_B .
\end{aligned}
$$

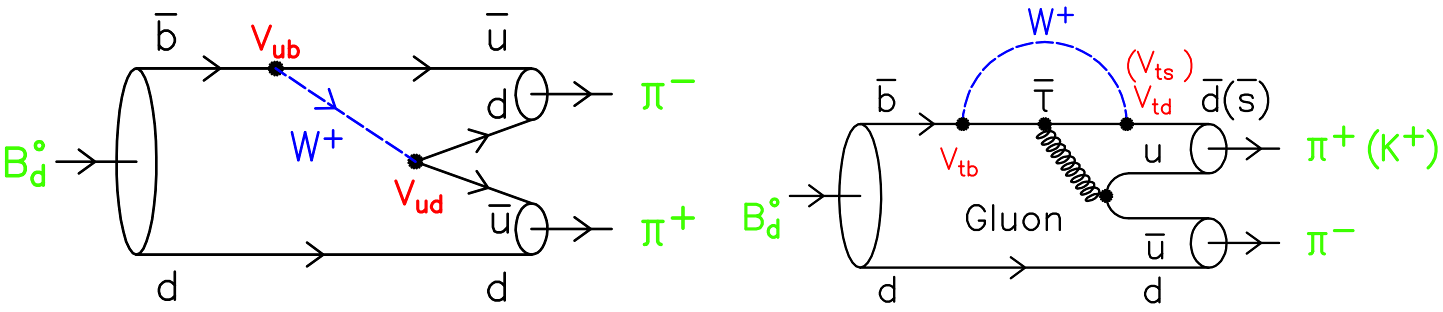
Der sehr kleine Effekt wurde in K^0-Zerfällen, aber noch nicht in B^0-Zerfällen beobachtet. Im Standardmodell erwartet man $A_{sl}(B_d^0) \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ und $A_{sl}(B_s^0) \sim \mathcal{O}(10^{-4})$.

2.3.5.3 Direkte CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen

tritt auf, falls für die Zerfallsamplituden $A_f = A(B \to f)$ und $\overline{A}_{\overline{f}} = A(\overline{B} \to \overline{f})$ mit $\overline{f} = C(f)$ gilt:

$|\overline{A}_{\overline{f}}| \neq |A_f|$, d.h. $|\overline{A}_{\overline{f}}/A_f|^2 = 1 - 4\mathcal{R}\rceil\varepsilon'_B \neq 1.$

Dies ist der Fall bei der Interferenz sog. Pinguin-Prozesse in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung mit dem Prozeß niedrigster Ordnung (tree-Prozeß), z.B. bei den Zerfällen $B_d^0 \to \pi^+\pi^-$ (Pinguin-Prozeß CKM-unterdrückt) oder $B_d^0 \to K^+\pi^-$ (tree-Prozeß CKM-unterdrückt):



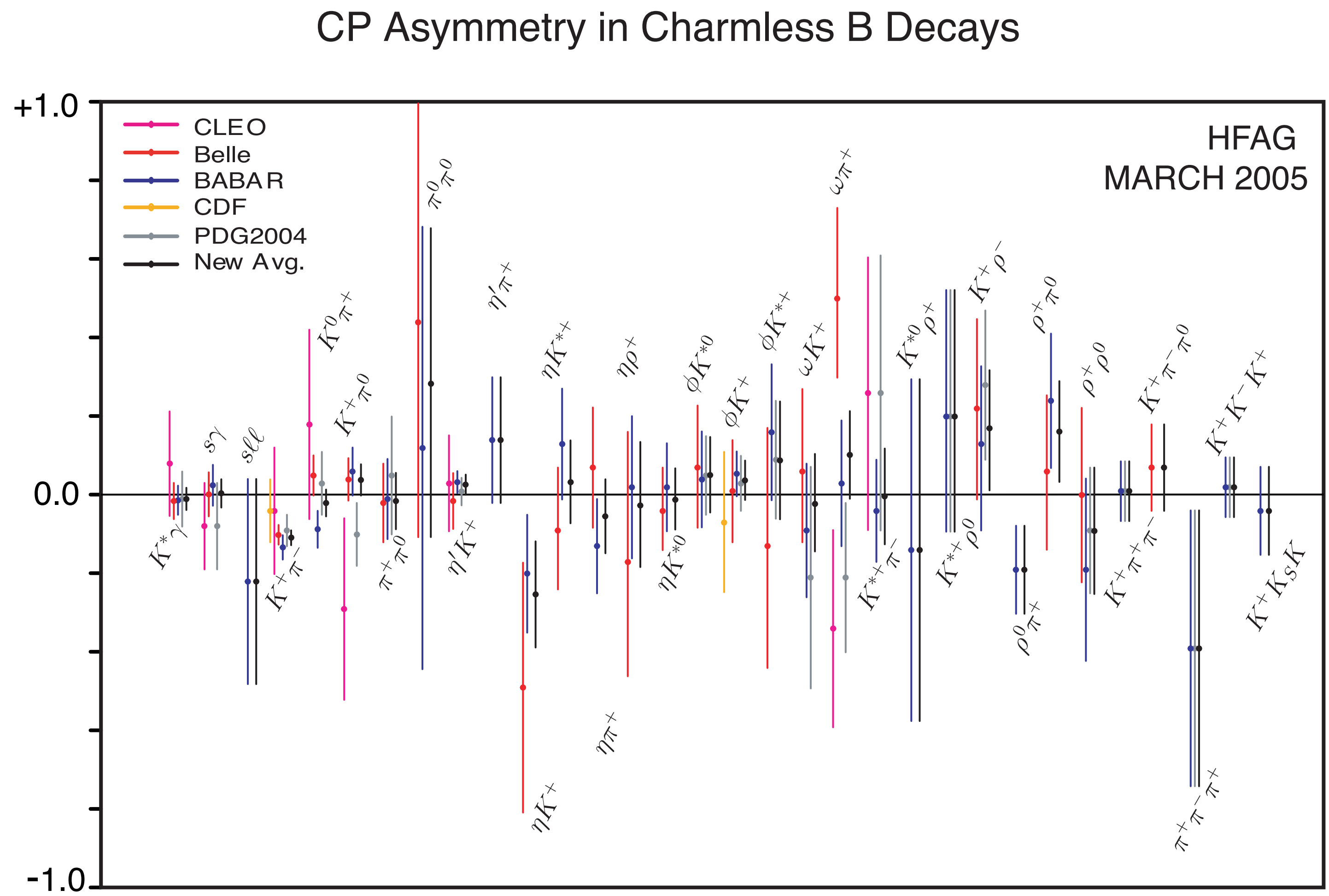
Für die letzteren Zerfälle wurde 2004 von den Experimenten Babar und Belle eine CP-verletzende Ratenasymmetrie

$$A_{K\pi} = \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \to K^-\pi^+) - \Gamma(B^0 \to K^+\pi^-)}{\Gamma(\overline{B}^0 \to K^-\pi^+) + \Gamma(B^0 \to K^+\pi^-)}$$

und damit erstmals direkte CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen beobachtet. Der Mittelwert der Messungen ist:

$$A_{K\pi} = -0.11 \pm 0.02.$$

Reine direkte CP-Verletzung ohne Mischungsbeitrag wird in hadronischen $B^{\pm}$-Zerfällen erwartet. Es wurden aber noch keine signifikanten Effekte beobachtet:



2.3.5.4 Kombination von direkter und indirekter CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen

Bei B^0-Zerfällen tritt eine Kombination von CP-Verletzung bei der Flavour-Mischung, und von CP-Verletzung in den Zerfallsamplituden (tree oder Pinguin) auf.

Die $B^0\overline{B}^0$-Oszillationen führen zu CP-verletzenden Asymmetrien, die periodisch von der B-Zerfallszeit abhängen:

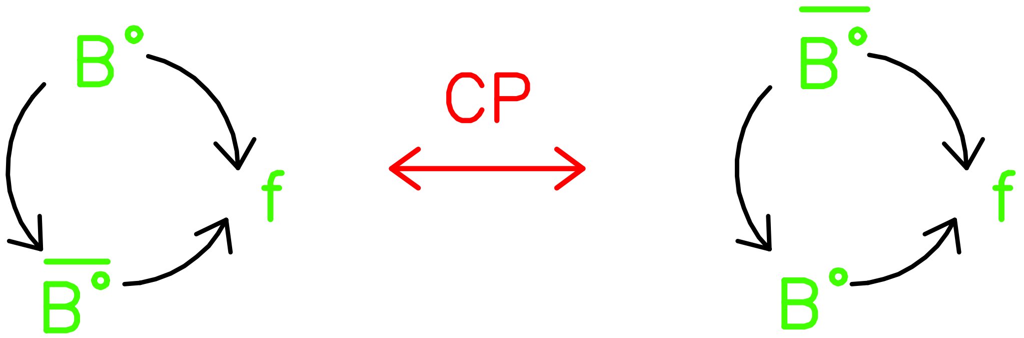
$$A_f(t) = \frac{\Gamma(B^0 \to \overline{B}^0(t) \to f) - \Gamma(\overline{B}^0 \to B^0(t) \to f)}{\Gamma(B^0 \to \overline{B}^0(t) \to f) + \Gamma(\overline{B}^0 \to B^0(t) \to f)} = S_f \sin \Delta m_d t - C_f \cos \Delta m_d t$$

$S_f \neq 0$ bedeutet indirekte CP-Verletzung.

$C_f \neq 0$ bedeutet direkte CP-Verletzung.

Wichtigster Spezialfall sind B_d^0-Zerfälle in CP-Eigenzustände f

mit $CP(f) = \eta_f f = \pm f$, $\overline{f} \equiv f$
und $A_f = A(B^0 \to f)$, $\overline{A}_f = A(\overline{B}^0 \to f)$.



Es gilt dann

$$S_f = \frac{2\mathcal{I}\Updownarrow\lambda_f}{1+|\lambda_f|^2}$$
$$C_f = \frac{1-|\lambda_f|^2}{1+|\lambda_f|^2}$$

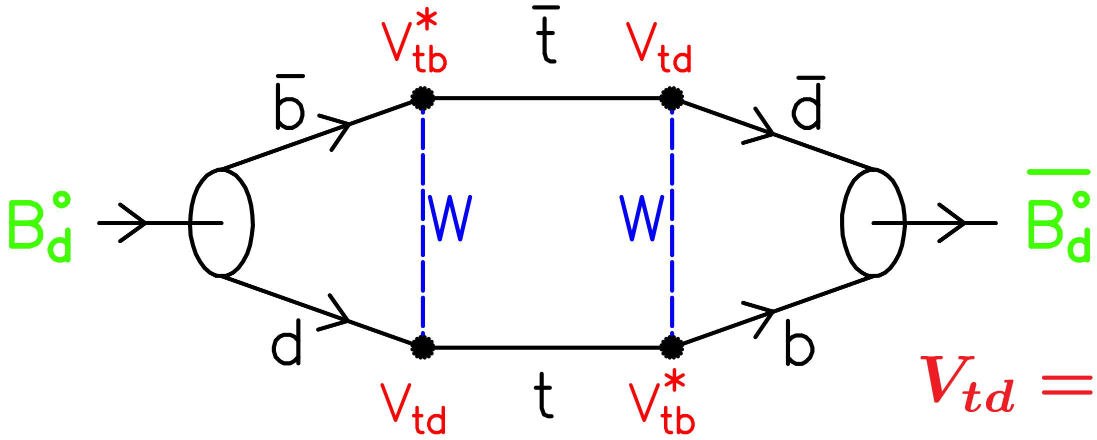
mit $\lambda_f = \frac{q}{p}\frac{\overline{A}_f}{A_f}$.

Direkte CP-Verletzung bedeutet $|\lambda_f| \neq 1$.

Falls es nur einen dominierenden Zerfallsprozeß in den Endzustand f gibt mit
$|\overline{A}_f/A_f| = 1, \quad \phi_f \equiv -arg(A_f) = arg(\overline{A}_f),$
$arg(\overline{A}_f/A_f) = -2\phi_f,$

und in der Näherung $\phi_{\mathrm{mix}} = 2\beta$, $\frac{q}{p} \approx e^{-2i\beta}$ im Standardmodell, d.h.

$$\begin{aligned} B_H^0 &= pB^0 - q\overline{B}^0 \approx \frac{1}{\sqrt{2}}[B^0 + e^{-2i\beta}\overline{B}^0] \\ B_L^0 &= pB^0 + q\overline{B}^0 \approx \frac{1}{\sqrt{2}}[B^0 - e^{-2i\beta}\overline{B}^0], \end{aligned}$$



$$V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$$

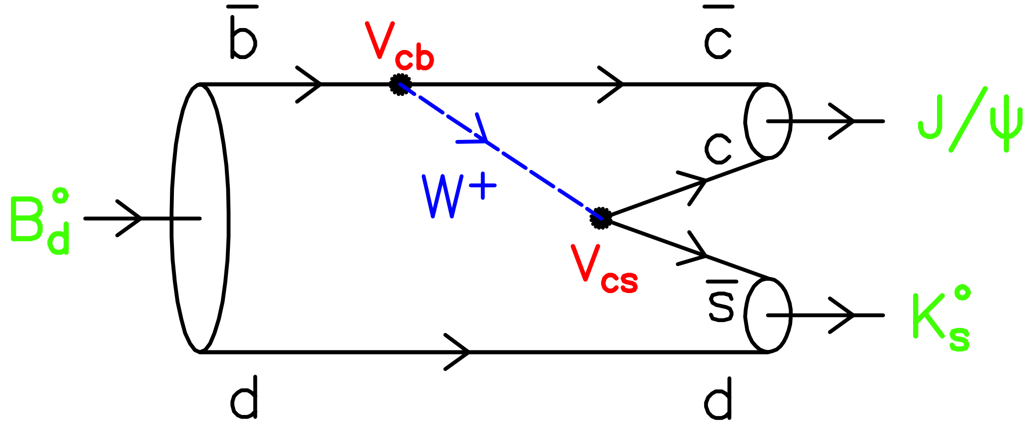
gilt $\lambda_f = \eta_f e^{-2i(\beta+\phi_f)}$, $|\lambda_f| = 1$
und damit $C_f = 0$ (keine direkte CP-Verletzung) und

$$\begin{aligned} A_f(t) &= \frac{\Gamma(B^0 \to \overline{B}^0(t) \to f) - \Gamma(\overline{B}^0 \to B^0(t) \to f)}{\Gamma(B^0 \to \overline{B}^0(t) \to f) + \Gamma(\overline{B}^0 \to B^0(t) \to f)} \\ &= \eta_f \cdot \sin 2(\beta + \phi_f) \sin \Delta m_d t \end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ direkte Messung der Winkel des Unitaritätsdreicks ($\neq 0$ bedeutet CP-Verletzung)!

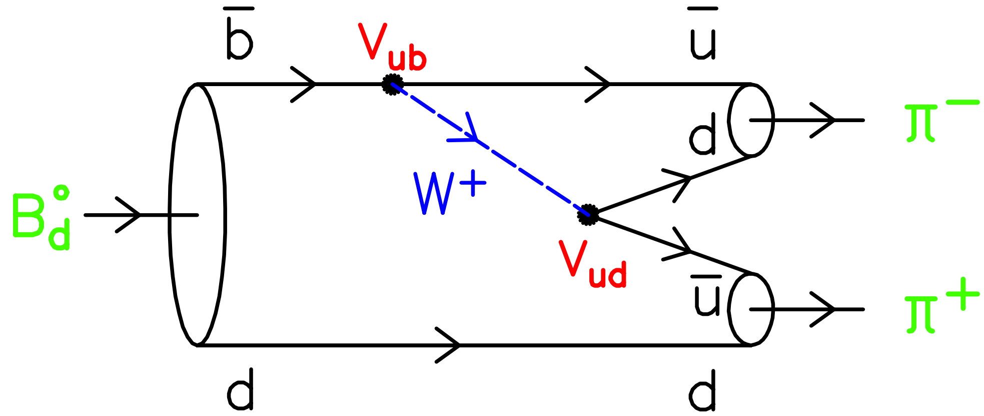
2.3.5.5 B_d^0–Zerfälle in CP-Eigenzustände

$B_d^0 \to J/\psi K_s^0$: $\phi_f = 0$, $\eta_f = -1$



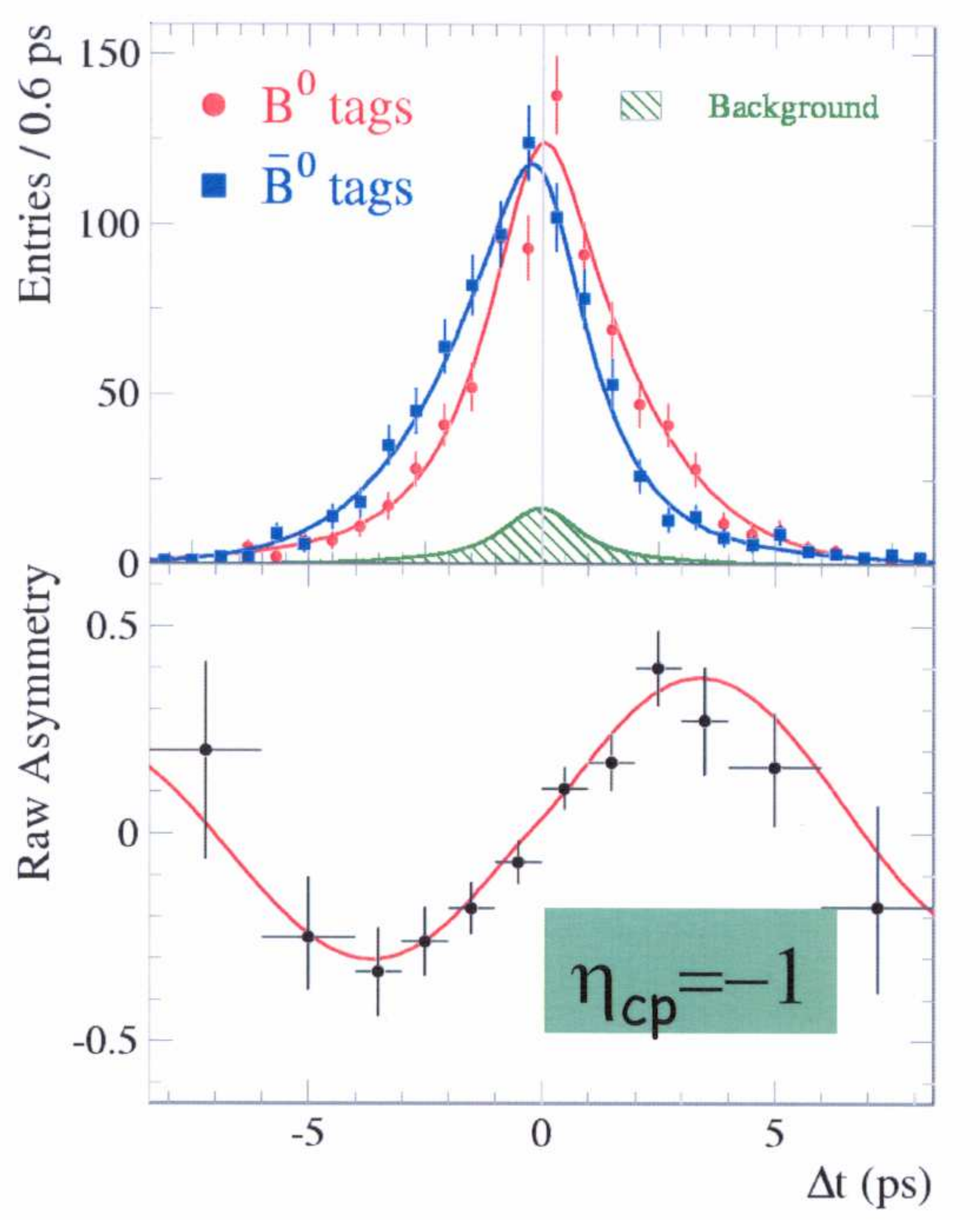
$$\boxed{a_{CP}(t) = -\sin 2\beta \sin \Delta m\, t}$$

$B_d^0 \to \pi^+\pi^-$: $\phi_f = \gamma$, $V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma}$,
$\eta_f = +1$



$$\boxed{\begin{aligned} a_{CP}(t) &= \sin 2(\beta + \gamma) \sin \Delta m\, t \\ &= \sin 2\alpha \quad \sin \Delta m\, t \end{aligned}}$$

Entdeckung der CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen 2001 durch die Experimente BaBar und BELLE:
Zeitabhängige CP-Asymmetrie in $B_d^0 \to J\psi K_S^0$:

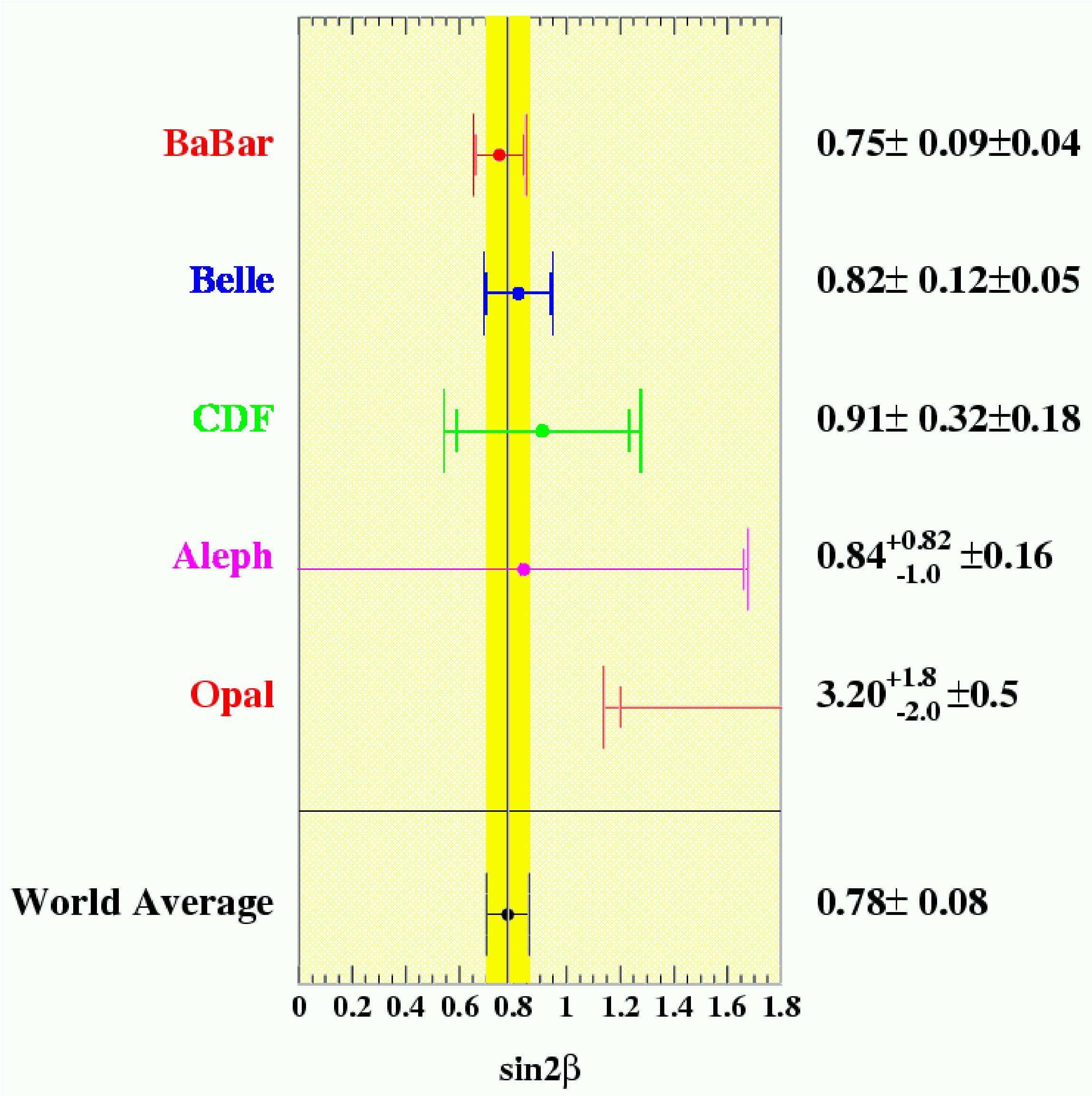


Um die Zerfallszeit der B-Mesonen messen zu können, müssen die $\Upsilon(4S)$-Mesonen geboostet werden, um den Impuls und damit die Zerfallsstrecke der B-Mesonen zu vergrössern: e^+e^--Speicherring mit asymmetrischen Strahlenergien (Asymmetrische B-Fabriken).

Zerfallszeitmessung bei asymmetrischen B-Fabriken

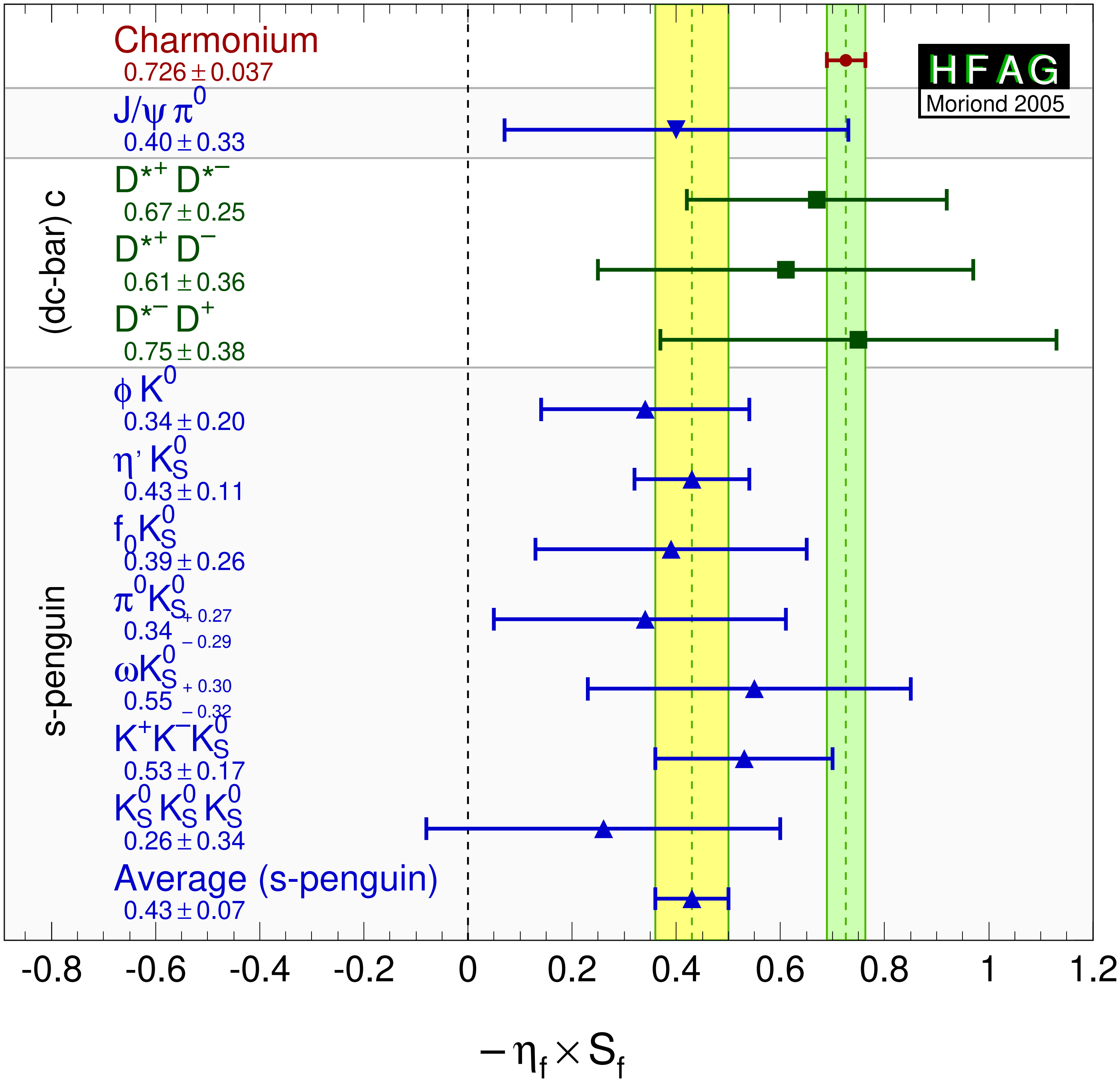
Messungen des Winkels β in $b \to (c\bar{c})s$-Zerfällen:

$$B \to J/\psi K_S^0,\ \psi(2S)K_S^0,\ \chi_{c1}K_S^0,\ \eta_c K_S^0$$



Aktueller Mittelwert: $\boxed{\sin 2\beta = 0.73 \pm 0.04}$

Messungen der indirekten CP-Asymmetrie in verschiedenen $b \to (c\bar{c})s$ (tree)-, $b \to (q\bar{q})s$ (Pinguin) $b \to (c\bar{c})d$ (tree und Pinguin)-Zerfällen, die vom Phasenwinkel β abhängen:



Messungen der direkten CP-Asymmetrie in verschiedenen $b \to (c\bar{c})s$ (tree)-, $b \to (q\bar{q})s$ (Pinguin) $b \to (c\bar{c})d$ (tree und Pinguin)-Zerfällen, die vom Phasenwinkel β abhängen: