2.4.2.4 Solares Neutrino-Defizit

Elektronneutrinos ν_e aus der thermonuklearen Fusion im Sonnenzentrum.

Bei der berechneten Temperatur von $T = 15.6 \cdot 10^6$ K im Zentrum der Sonne (Sonnenmodelle) werden 98.4% der Sonnenenergie durch Proton-Proton-Fusion erzeugt, mit der Summenreaktion:

$$4p + 2e^- \rightarrow He^4 + 2\nu_e + 26.73 \text{ MeV}$$

mit $2 < E_\nu >= 0.59$ MeV (2% der Energieerzeugung) und $0.1 < E_\nu < 20$ MeV.

(Die übrigen 1.6% der Energieerzeugung erfolgen nach dem Bethe-Weizsäcker- oder CNO-Zyklus.)

Der Nachweis der Sonnenneutrinos dient zur

1. Prüfung des Sonnenmodells (Standard Solar Model, SSM),

   das die Temperaturverteilung in der Sonne und damit die Neutrinoflußspektren vorhersagt.

   Nach den SSM ist

   - der gesamte ν_e-Fluß von der Sonne: $1.87 \cdot 10^{38}$ s^{-1},
   - die ν_e-Flußdichte auf der Erde: $6.6 \cdot 10^{10}$ cm^2 s^{-1}.

Die Modelle sind in guter Übereinstimmung mit den Messungen der Oszillationsanregungen der Sonne (Helioseismologie).

Ursprüngliche Motivation:

Neutrinos liefern direkte, instantane Information über die Fusionsprozesse im Sonnenzentrum.

Die Temperatur $T_\odot$ im Sonnenzentrum bestimmt die Rate der thermonuklearen Fusion unnd damit den ν_e-Fluß von der Sonne.

(Photonen brauchen ca. 1 Million Jahre, um vom Zentrum an die Sonnenoberfläche und damit zur Erde zu kommen aufgrund der starken Streuung, Absorption und Reemission in der dichten Sonnenatmospäre.)

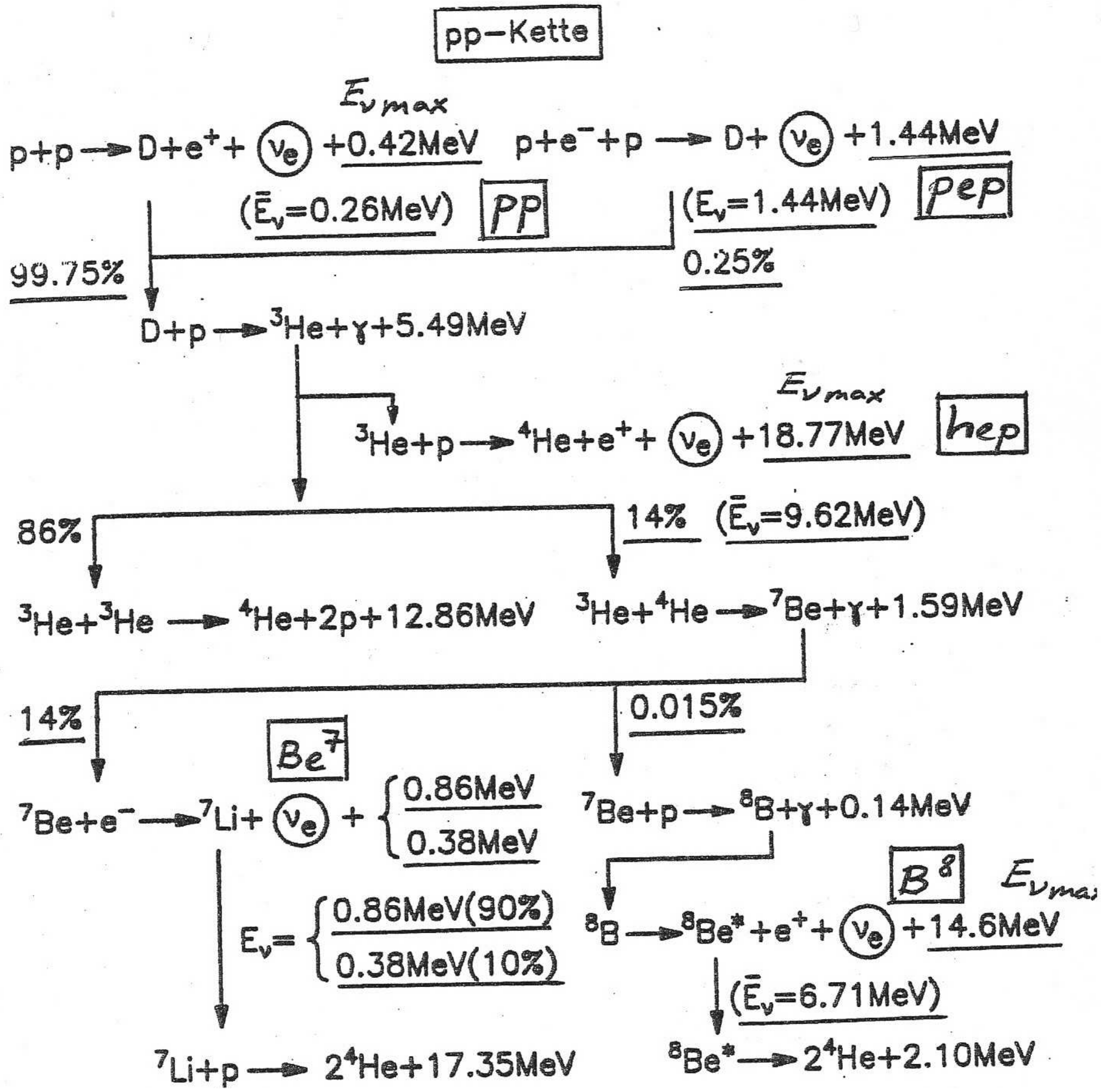
2. Suche nach Neutrino-Oszillationen

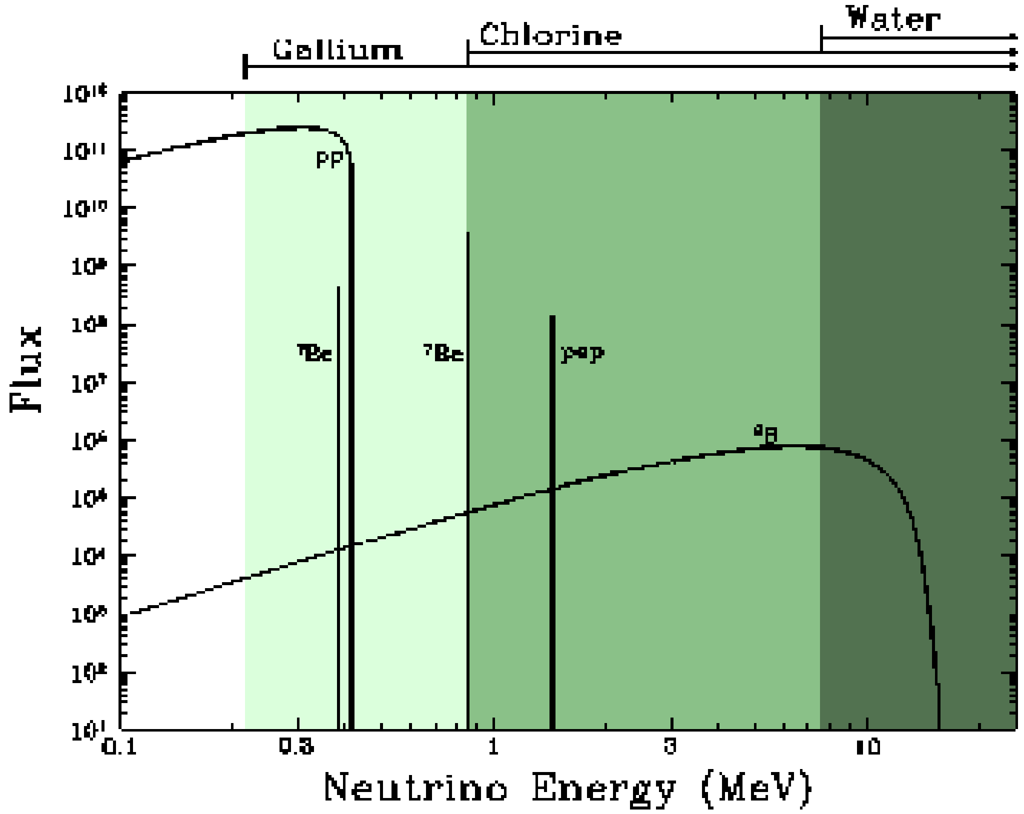
Gute Bedingungen für die Suche:

- Sehr niedrige Neutrinoenergie E_ν.
- Sehr große Abstände Quelle–Detektor:

  $L = 7 \cdot 10^5$ km innerhalb der Sonnenmaterie
  $+ 1.5 \cdot 10^8$ km (=1 AE) Sonne–Erde (im Vakuum).

$$\Longrightarrow \Delta m^2_{\min} \approx \frac{E_\nu[\mathrm{MeV}]}{L[\mathrm{m}]}\ \mathrm{eV}^2 \approx 10^{-12}\ \mathrm{eV}^2.$$


pp−Kette
Eνmax
p+p → D+e⁺+ νe +0.42MeV
p+e⁻+p → D+ νe +1.44MeV
(Ēν=0.26MeV) pp
(Eν=1.44MeV) pep
99.75%
0.25%
D+p → ³He+γ+5.49MeV
Eνmax
³He+p → ⁴He+e⁺+ νe +18.77MeV hep
86%
14% (Ēν=9.62MeV)
³He+³He → ⁴He+2p+12.86MeV
³He+⁴He → ⁷Be+γ+1.59MeV
14%
0.015%
Be⁷
⁷Be+e⁻ → ⁷Li+ νe + 0.86MeV / 0.38MeV
⁷Be+p → ⁸B+γ+0.14MeV
B⁸
Eνmax
Eν= 0.86MeV(90%) / 0.38MeV(10%)
⁸B → ⁸Be*+e⁺+ νe +14.6MeV
(Ēν=6.71MeV)
⁷Li+p → 2⁴He+17.35MeV
⁸Be* → 2⁴He+2.10MeV


Gallium
Chlorine
Water
Flux
pp
⁷Be
⁷Be
pep
⁸B
0.1
0.3
1
3
10
Neutrino Energy (MeV)

Nachweismethoden für Sonnenneutrinos:

1. Radiochemische Messungen

in Untergrundexperimenten zur Abschirmung gegen kosmische Strahlung.

ν_e-Einfang durch inversen β-Zerfall durch Targetkerne nach der allgemeinen Reaktion:

$$\begin{aligned} \nu_e + B(Z) &\rightarrow C(Z+1) + e^- \\ (\nu_e + n &\rightarrow p + e^+) \end{aligned}$$

mit dem anschließenden Zerfall für den Nachweis

$$C(Z+1) + e^- \rightarrow B(Z) + \nu_e$$

durch Elektroneinfang aus der Atomhülle mit anschließender Emission eines Photons oder Auger-Elektrons beim Auffüllen des Lochs, die mit einem Proportionalzählrohr nachgewiesen werden kann (einschließlich der Messung der Energie),

d.h. der Detektor besteht aus einem großen Targettank mit $B(Z)$-Kernen.

Die Lebensdauer der der Zerfälle darf weder zu lang noch zu kurz sein. so daß nur zwei Targetkerne in Frage kommen: Cl^{37} und Ga^{71} (teuer, aus Rußland) mit unterschiedlichen Schwellenenergien für den Neutrinoeinfang und damit unterschiedlicher Sensitivität für die Komponenten des solaren Neutrinospektrums.

2. Realzeitmessungen

in Untergrundexperimenten zur Abschirmung gegen kosmische Strahlung

unter Benutzung der Neutrinoreaktionen:

(a) Elastische Streuung $\nu_\alpha e^- \longrightarrow \nu_\alpha e^-$
bei der das Elektron Energie und Richtung des ν_α angibt (Vorwärtsstreuung).

Experimente: (Super-) Kamiokande, SNO, Borexino.

(b) Neutrinoeinfang durch Deuteronen (hoher Reaktionsquerschnitt, 10-fach höhere Reaktionsrate als für elastische Streung $\nu e \rightarrow \nu e$):

$$
\begin{array}{rcl}
(1)\ \nu_e + d & \rightarrow & e^- + 2\ p \\
. & & (\nu_e - \mathrm{Einfang}, E_\nu > 1.442\ \mathrm{MeV}) \\
(2)\ \nu_\alpha + d & \rightarrow & \nu_\alpha + p + n \\
. & & (d - \mathrm{Spaltung}, E_\nu > 2.226\ \mathrm{MeV})
\end{array}
$$

Durch Vergleich beider Reaktionsraten erhält man Information über das Verhältnis der Neutrinoflüsse ν_e/ν_α.

Anwendung beim SNO-Experiment (Sudbury Neutrino Observatory) in einem Nickelbergwerk in Sudbury, Kanada, das sich in sehr großer Tiefe von 6000 m Wasseräquivalent WE mit einer Targetmasse von 1000 Tonnen D_2O zur Zeit in Vorbereitung befindet.

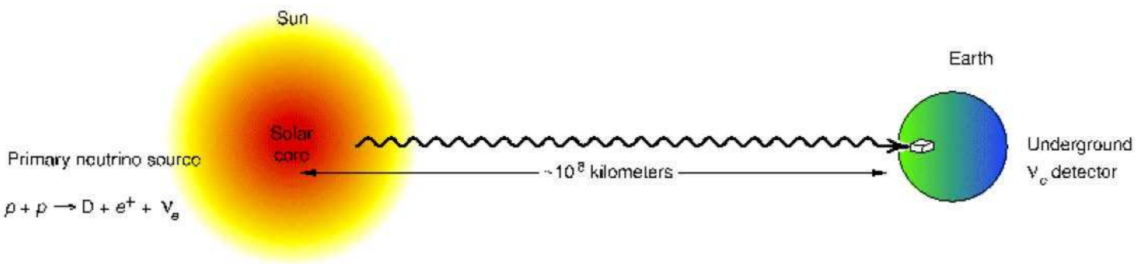
Von 1970 bis 1994 wurde das Homestake-Experiment in einem Goldbergwerk in South Dakota betrieben mit der Reaktion $\nu_e + Cl^{37} \rightarrow Ar^{37} + e^-$:

Nur $\sim 50\%$ der ν_e von den Fusionsreaktionen im Zentrum der Sonne wurden beobachtet im Vergleich zur Vorhersage der Sonnenmodelle: Solares Neutrinodefizit.

Bestätigt durch die Experimente SAGE im Baksan-Tunnel im Kaukasus und GALLEX im Gran Sasso-Tunnel bei Rom (mit $\nu_e + Ga^{71} \rightarrow Ge^{71} + e^-$) sowie durch das (Super-) Kamiokande-Experiment (elastische Streuung $\nu_\alpha e^- \rightarrow \nu_\alpha e^-$ mit $\sigma(\nu_{\mu,\tau} e^-) \approx \frac{1}{6} \cdot \sigma(\nu_e e^-)$, 8000 ν-Reaktionen/Jahr).

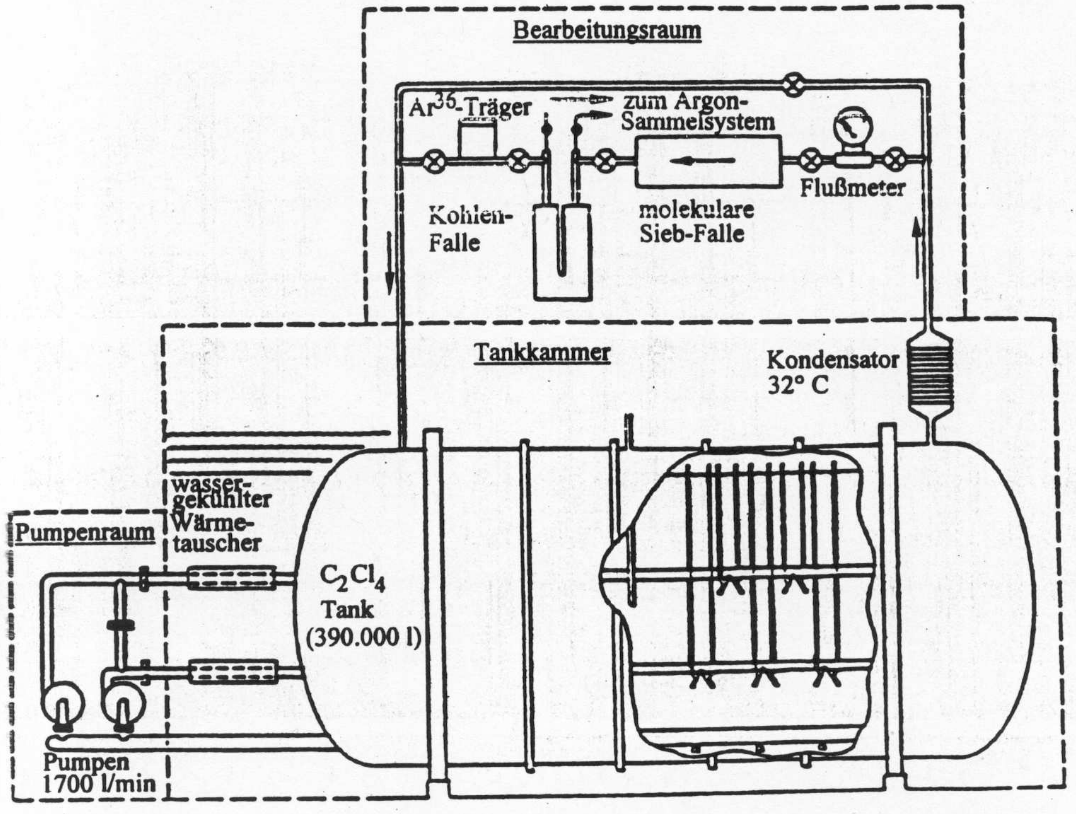
Erklärung:

Neutrino-Oszillationen $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ von der Sonne zur Erde (im Vakuum) oder innerhalb der Sonne durch Resonanzverstärkung in der Sonnenmaterie durch den Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein- oder
MSW-Effekt (1985; unterschiedliche Streuung von ν_e und ν_μ in der Sonnenmaterie mit nach außen abnehmender Dichte).



Nobelpreise 2002 an R. Davis (Homestake-Exp.) und
M. Koshiba (Kamiokande-Exp.).

Homestake-



Schematische Darstellung des Detektors des Cl^{37}-Experiments.

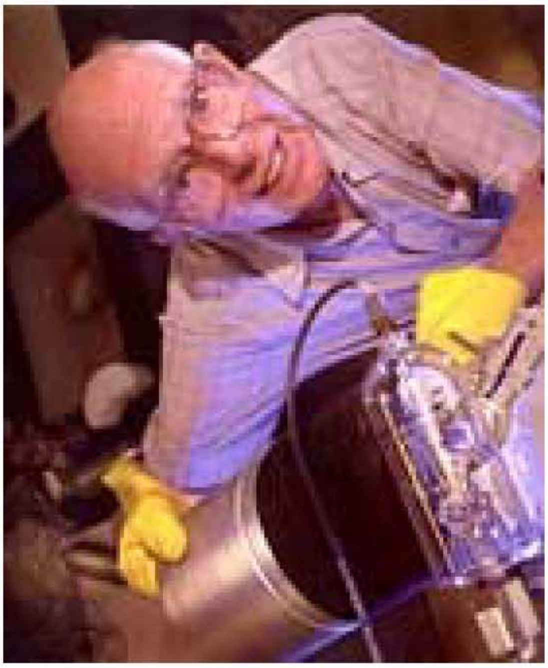
Meßverfahren:

1. Exposition: über ca. 60–70 Tage bis das Gleichgewicht von Einfang und Zerfall erreicht ist.

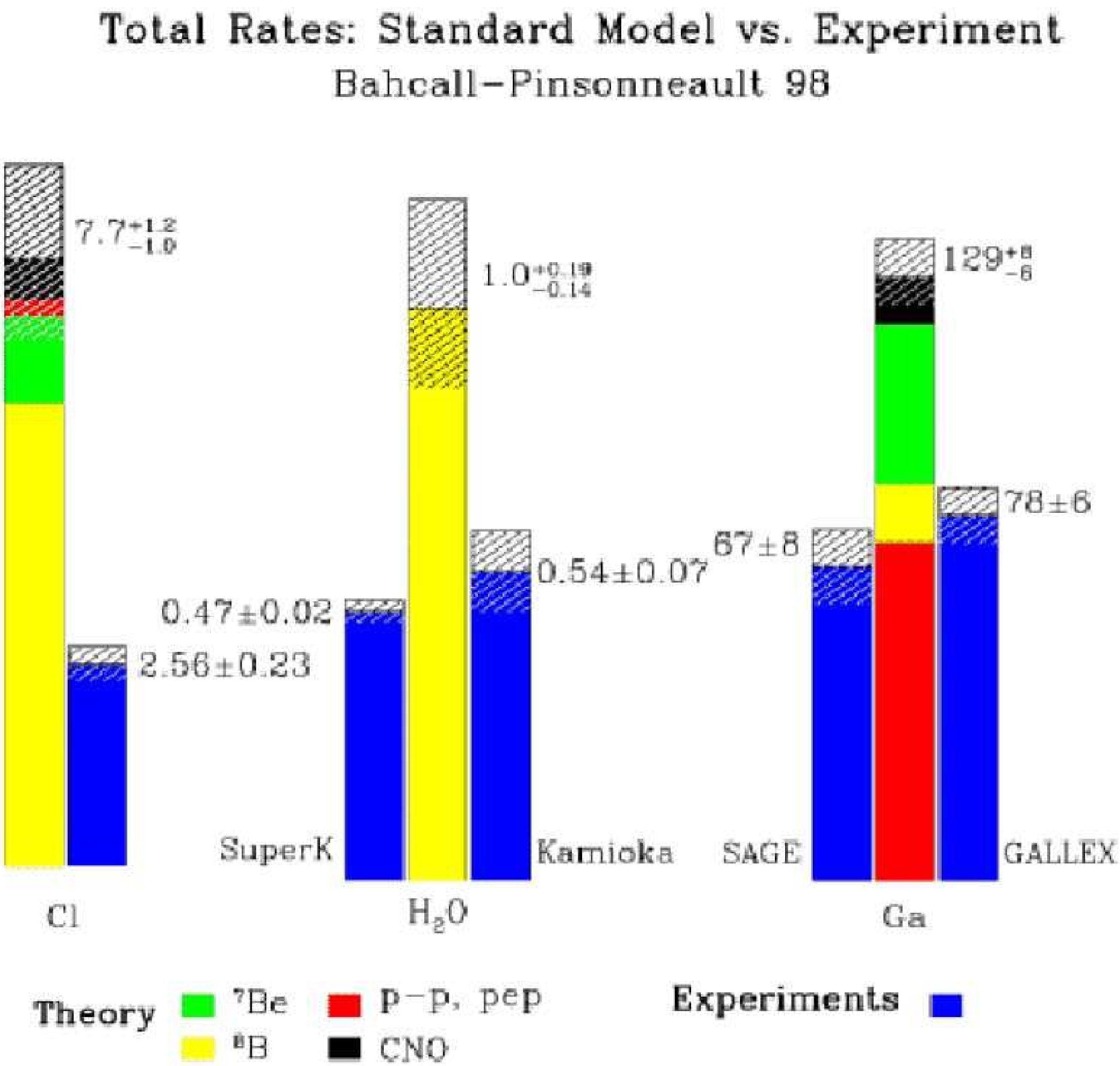
2. Ausspülen der gelösten Ar^{37}-Tochterkerne, zusammen mit einer bekannten Menge stabiler $Ar^{36,38}$-Atome als Trägergas im Tank, durch

   (a) Durchpumpen von Helium (~ 400 m^3) durch den Tank.
   (b) Ausfrieren des Argons (Gefrierpunkt $-189°$ C) aus dem Heliumgas und Adsorption in Holzkohlefiltern bei Flüssig-Stickstoff-Temperatur ($-196°$ C).
   (c) Messung der Argon-Extraktionseffizienz von ca. 95% (Vergleich der ein- und austretenden Mengen an Tägergas).

3. Zählen der Ar^{37}-Zerfälle im Trägergas durch Einfüllen in ein kleines ($0.3 - 0.7$ cm^3) Proportionalzählrohr mit 7% Methan als Zählgas (Messung der γ- bzw. e^--Emission).



Experiment	Target	Ergebnis	Ref.	$\frac{\text{Ergebnis}}{\text{SSM(BP)}}$	$\frac{\text{Ergebnis}}{\text{SSM(TC)}}$
Homestake	CL^{37}	2.56 ± 0.22 SNU	[Dav96]	0.32 ± 0.05	0.40 ± 0.09
GALLEX	Ga^{71}	$69.7^{+7.8}_{-8.1}$ SNU	[Ham96]	0.53 ± 0.07	0.57 ± 0.07
SAGE	Ga^{71}	74 ± 14 SNU	[Abd95]	0.56 ± 0.11	0.60 ± 0.12
Kamiokande	e^- (H_2O)	$(2.80 \pm 0.38) \cdot 10^6$ $cm^{-2}\ sec^{-1}$	[Fuk96]	0.49 ± 0.10	0.64 ± 0.17



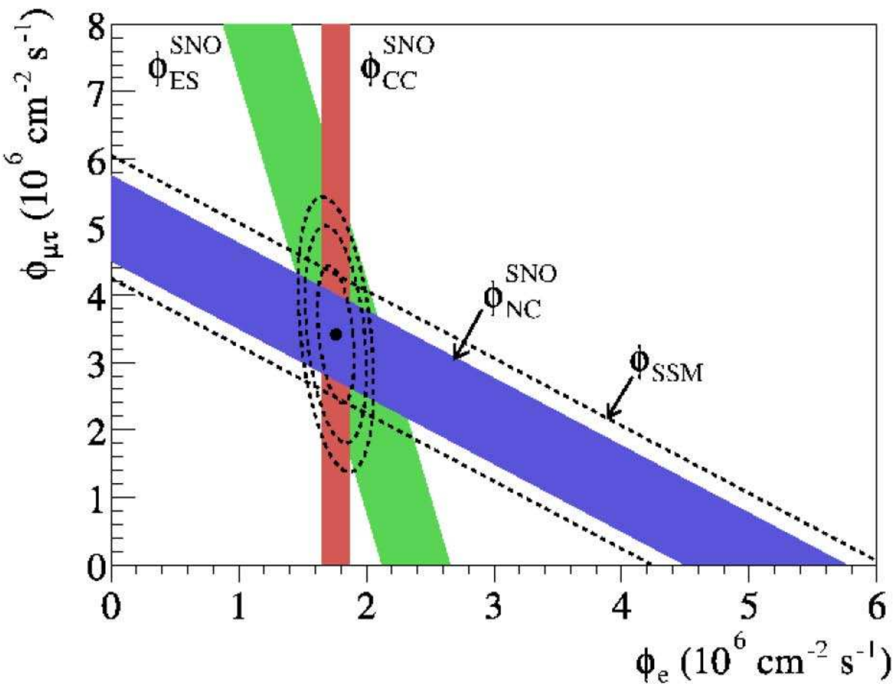
Bestätigt 2001/02 durch das SNO-Experiment (Sudbury Neutrino Observatory) in 2000 m Tiefe in einem Nickelbergwerk in Kanada mit 1000 Tonnen schwerem Wasser D_2O in drei gleichzeitigen Messungen:

- ν_e-Einfang (CC): $\nu_e + d \to e^- + p + p$. $\Longrightarrow$ ν_e-Defizit.

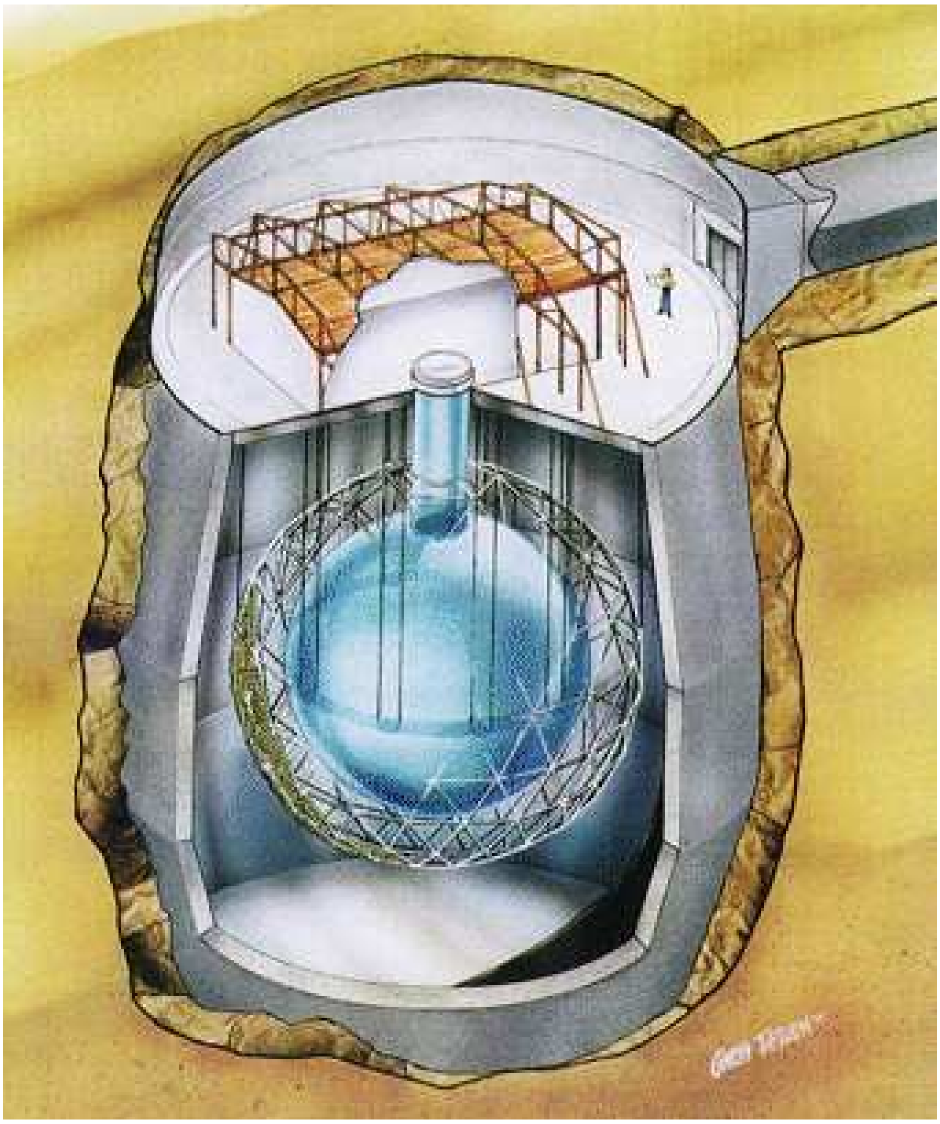
- Deuteron-Spaltung (NC): $\nu_\alpha + d \to \nu_\alpha + p + n$ (gleich für alle ν-flavours). $\Longrightarrow$ kein Defizit im gesamten Neutrinofluß $\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau$ einschließlich neue Neutrinoflavours aus Oszillation.

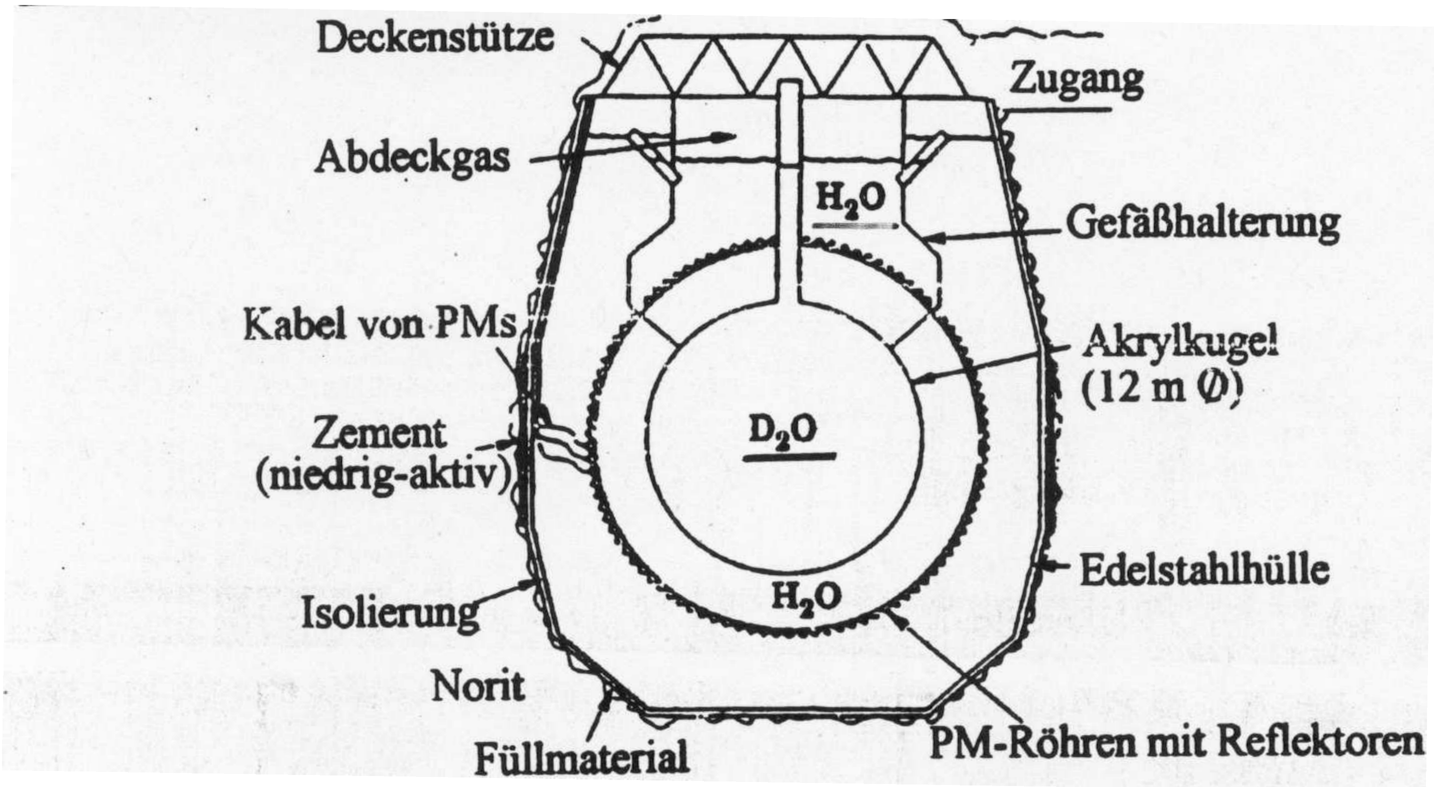
- Elastische Streuung (ES): $\nu_\alpha + e^- \to \nu_\alpha + e^-$ (gestreute e^- in Richtung von der Sonne ausgerichtet, $\sigma_{\nu_\mu+\nu_\tau} \approx \frac{1}{6} \cdot \sigma_{\nu_e}$).

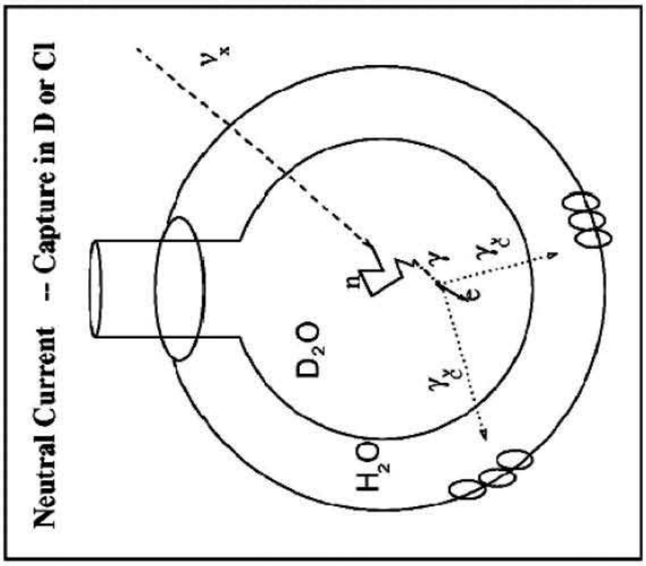
Gemessene Neutrinoreaktionsraten $\phi_{CC,NC,ES}$ und rekonstruierte Neutrinoflüsse $\phi_{e,\mu,\tau}$:

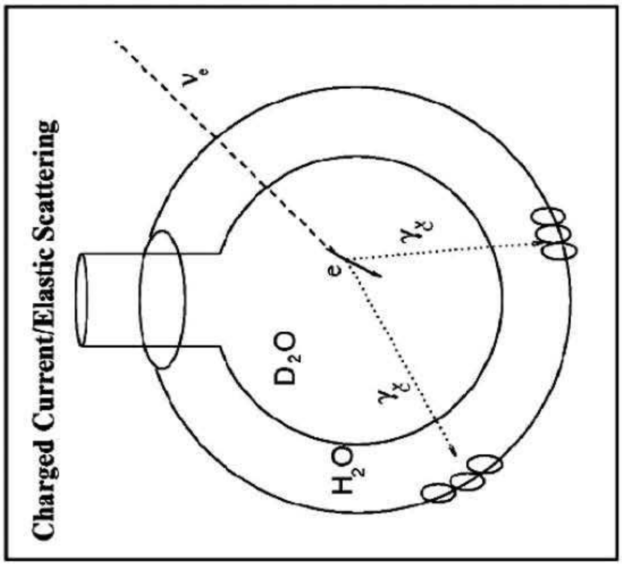


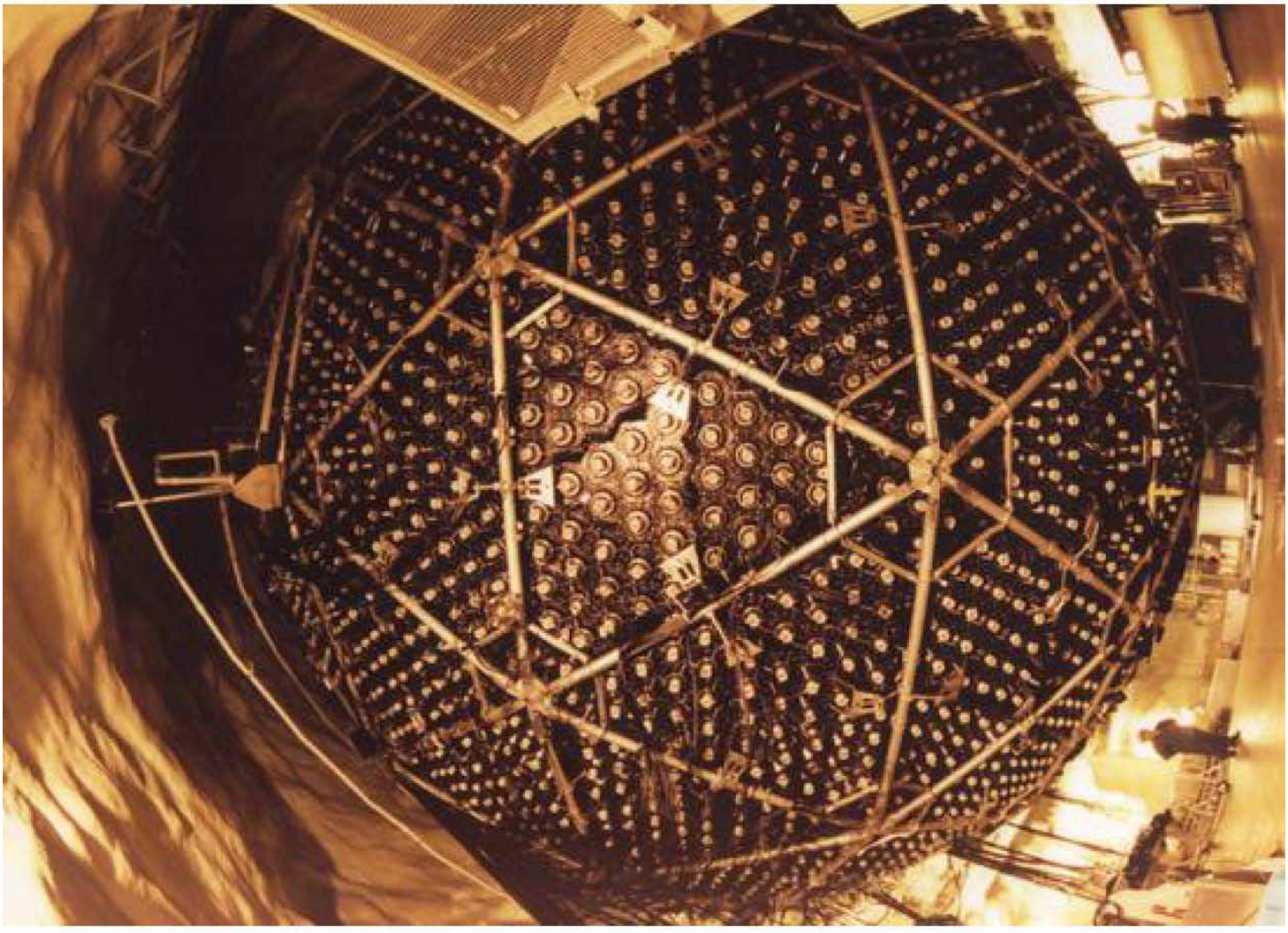
$$\Phi_{CC} = \Phi_e$$
$$\Phi_{ES} = \Phi_e + \tfrac{1}{6}\,\Phi_{\mu\tau}$$
$$\Phi_{NC} = \Phi_e + \Phi_{\mu\tau}$$




Deckenstütze
Zugang
Abdeckgas
H_2O
Gefäßhalterung
Kabel von PMs
Akrylkugel
(12 m Ø)
Zement
(niedrig-aktiv)
D_2O
Edelstahlhülle
H_2O
Isolierung
Norit
Füllmaterial
PM-Röhren mit Reflektoren


Neutral Current -- Capture in D or Cl
D2O
H2O
n


Charged Current/Elastic Scattering
D2O
H2O
e

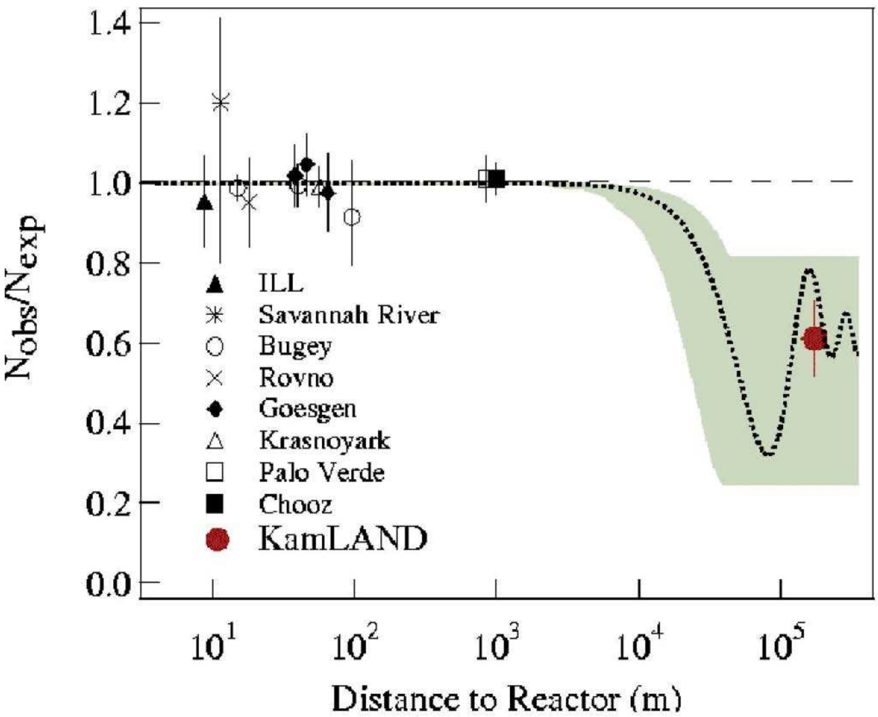


Bestätigt 2002 durch das long-baseline Reaktorexperiment KamLAND:

Ballon mit 1000 Tonnen Flüssigszintillator im Kamioka-Bergwerk, bestrahlt mit $\overline{\nu}_e$ der Kernreaktoren in Japan und Südkorea (insgesamt 70 GW) im mittleren Abstand von 175 ± 30 km.

Signifikantes ν_e-Defizit beobachtet in Übereinstimmung mit dem solaren ν_e-Defizit.

Vergleich mit vorherigen Reaktorexperimenten bei wesentlich kürzeren Abständen und mit der Erwartung von solaren ν-Oszillationen:



2.4.3 Neutrinooszillationen in Materie

Erstmals untersucht von Wolfenstein (1978):

Andere Oszillationsfrequenzen und -amplituden als im Vakuum.

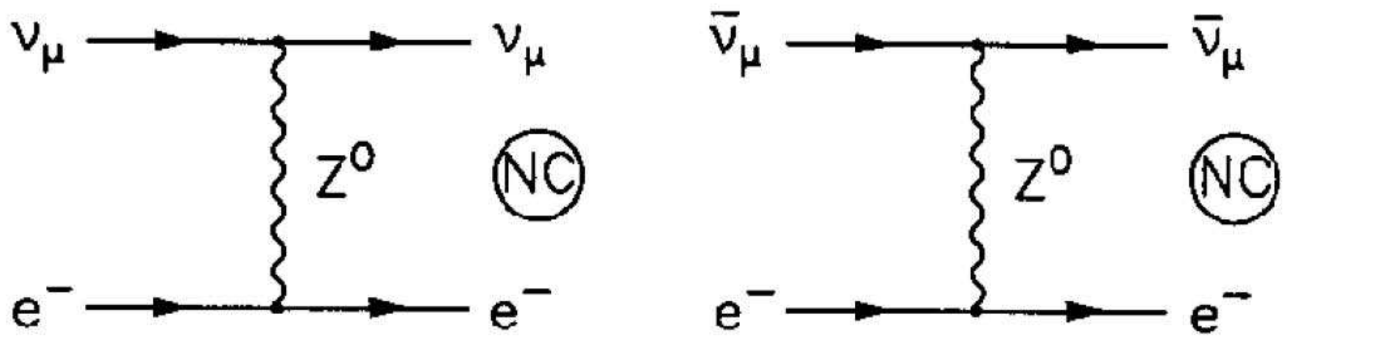
Mikheyev und Smirnov (1985):

Verstärkung von ν-Oszillationen in Materie, Resonanzkonversion der ν-flavours in kontinuierlich veränderlicher Materiedichte (z.B. in der Sonne oder der Erde).

$\Longrightarrow$ MSW-Effekt: heute bevorzugte Erklärung für das solare Neutrinodefizit.

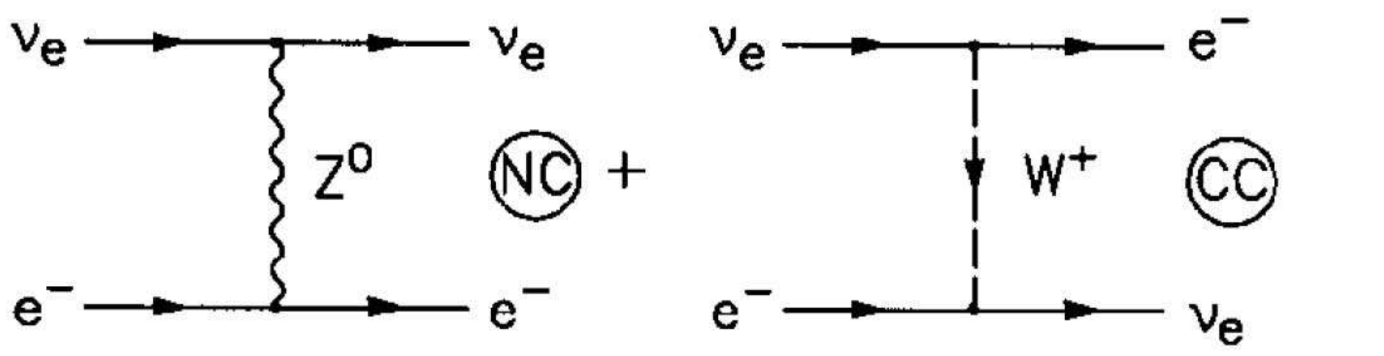
Bei den relativ niedrigen Energien der Neutrinos aus der Kernfusion im Sonnenzentrum,
$E_\nu \leq 0.42$ MeV (pp-Fusion), $E_\nu \leq 14.6$ MeV (B^8-Fusion),
ist Materie transparent für Neutrinos,
es findet nur elastische Vorwärtsstreuung an Elektronen statt.

Die schwache Wechselwirkung führt damit zu einem effektiven Brechungsindex für Neutrinos in Materie wie bei der elastischen Streuung von Licht in Glas,
wobei die WW und damit der Brechungsindex für ν_e und ν_μ verschieden ist: $n_e \neq n_\mu$.



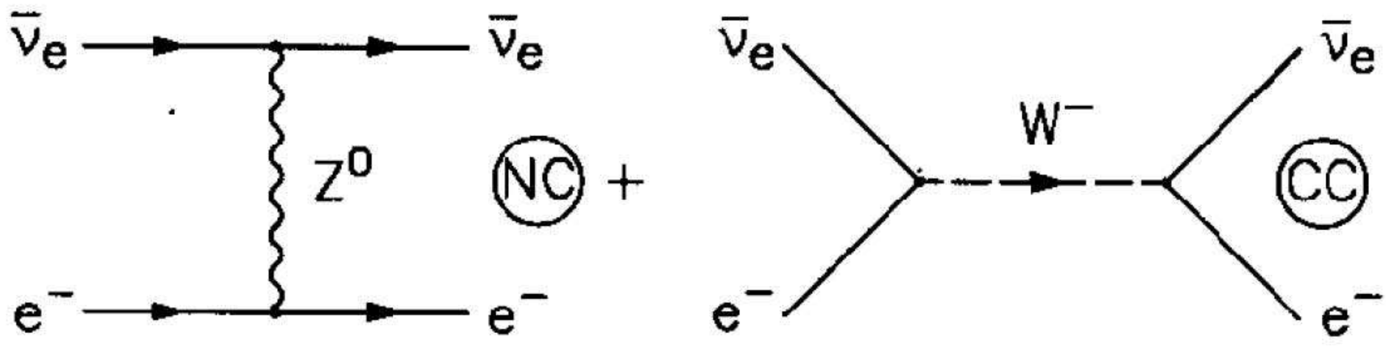
ν_μ
ν_μ
Z^0
NC
e^-
e^-
$\bar{\nu}_\mu$
$\bar{\nu}_\mu$
Z^0
NC
e^-
e^-

(c)



ν_e
ν_e
Z^0
NC
+
e^-
e^-
ν_e
e^-
W^+
CC
e^-
ν_e

(d)



$\bar{\nu}_e$
$\bar{\nu}_e$
Z^0
NC
+
e^-
e^-
$\bar{\nu}_e$
W^-
$\bar{\nu}_e$
CC
e^-
e^-

Bei konstanter Neutrinoenergie $E \approx p \gg m_i$ (d.h. konstanter Phasenfaktor der Neutrinowellenfunktion) ist der Hamiltonoperator für freie Neutrinos näherungsweise

$$H = E + \frac{M^2}{2E} \longrightarrow H = \frac{M^2}{2E}.$$

mit der Mischungsmatrix U (für 2 Neutrinoflavours)

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}}_{=U} \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

gilt im Vakuum für den Hamiltonoperator $H_{ij}^{(i)} =< \nu_i|H|\nu_j >$ in der Massendarstellung

$$H^{(i)} = \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}$$

und in der flavour-Darstellung, $H_{\alpha\beta}^{(\alpha)} =< \nu_\alpha|H|\nu_\beta >$,

$$H^{(\alpha)} = \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} m_e^2 & m_{e\mu}^2 \\ m_{e\mu}^2 & m_\mu^2 \end{pmatrix} = U H^{(i)} U^\dagger$$

(hermitisch: reell, symmetrisch).

Damit ist

$$H^{(\alpha)} = \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} m_1^2\cos^2\theta + m_2^2\sin^2\theta & (m_2^2 - m_1^2)\sin\theta\cos\theta \\ (m_2^2 - m_1^2)\sin\theta\cos\theta & m_1^2\sin^2\theta + m_2^2\cos^2\theta \end{pmatrix}$$
$$\equiv \frac{1}{4E}(m_1^2 + m_2^2)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$+ \frac{1}{4E}\underbrace{(m_2^2 - m_1^2)}_{=\Delta m^2=:D}\begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

mit $\frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta) = \sin^2\theta$ und $2\sin\theta\cos\theta = \sin 2\theta$.

Die Masseneigenwerte sind:

$$m_{1,2} = \frac{1}{2}\left[(m_e + m_\mu) \mp \sqrt{(m_\mu - m_e)^2 + 4m_{e\mu}^2}\right]$$

mit

$$\tan 2\theta = \frac{2m_{e\mu}}{m_\mu - m_e}.$$

In Materie:

Die schwache Wechselwirkung der Neutrinos mit Elektronen führt zu einem zusätzlichen effektiven Potential V in der Hamiltonfunktion:

$$H \longrightarrow H_m = H + V = \frac{M^2}{2E} + V$$

mit

$$V_{\alpha\beta}^{(\alpha)} =< \nu_\alpha e^- | H_{WW} | \nu_\alpha e^- > \delta_{\alpha\beta},$$

diagonal in der flavour-Darstellung (Eigenzustände der schwachen WW), d.h. für $n = 2$:

$$V^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} V_e & 0 \\ 0 & V_\mu \end{pmatrix}$$

und nach globaler Phasentransformation der flavour-Zustände, $|\nu_\alpha >\longrightarrow e^{iV_\mu t}|\nu_\alpha >$:

$$V^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} V_e - V_\mu & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =: \tfrac{1}{2E} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Der Unterschied in der schwachen WW von ν_e und ν_μ kommt vom Beitrag der geladenen Stromwechselwirkung (Charged Currents, CC) der ν_e und ist

$$V_e - V_\mu =< \nu_\alpha e^- | H_{WW}^{CC} | \nu_\alpha e^- >\equiv \frac{A}{2E} = \sqrt{2} G_F N_e$$

mit

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{2} G_F E N_e = 2\sqrt{2} G_F E \frac{Y_e \rho}{m_N} \\ &= 1.52 \cdot 10^{-7} \cdot E[\mathrm{MeV}] \cdot Y_e \rho [\mathrm{g/cm}^3] \ \mathrm{eV}^2 \end{aligned}$$

mit

$G_F =$ Fermi-Kopplungskonstante der schwachen WW
$= 1.1664 \cdot 10^{-5}$ GeV^{-2},
$N_e =$ Elektrondichte der Materie $=: \frac{Y_e \rho}{m_N}$,
$Y_e =$ Zahl der Elektronen/Nukleon,
$\rho =$ Massendichte der Materie,
$m_N =$ Nukleonmasse (Proton, Neutron) $\approx m_p = 938$ MeV.

Im allgemeinen gilt, insbesondere für die Sonnenmaterie: $N_e \approx N_p \approx N_n$ (elektrisch neutral, Isospinsymmetrie der Kernmaterie), d.h. $Y_e \approx \frac{1}{2}$.

Für Antineutrinos gilt: $A \longrightarrow -A$.

Damit ist der Hamiltonoperator in Materie in der flavour-Darstellung:

$$\begin{aligned} H_m^{(\alpha)} &= H^{(\alpha)} + \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} m_e^2 + A & m_{e\mu}^2 \\ m_{e\mu}^2 & m_\mu^2 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{2E}(m_1^2 + m_2^2 + A)\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &+ \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} A - D\cos 2\theta & D\sin 2\theta \\ D\sin 2\theta & -A + D\cos 2\theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

und in der Vakuum-Massendarstellung:

$$\begin{aligned} H_m^{(i)} &= U^\dagger H_m^{(\alpha)} U = H^{(i)} + \frac{1}{2E} U^\dagger \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} U \\ &= \frac{1}{2E}\begin{pmatrix} m_1^2 + A\cos^2\theta & A\sin\theta\cos\theta \\ A\sin\theta\cos\theta & m_2^2 + A\sin^2\theta \end{pmatrix}, \end{aligned}$$

d.h. nicht-diagonal in Materie!

$\Longrightarrow$ Die Masseneigenzustände im Vakuum (ν_1, ν_2) sind verschieden von den Masseneigenzuständen in Materie (ν_{1m}, ν_{2m}).

$\Longrightarrow$ es werden zusätzliche Übergänge $\nu_1 \longleftrightarrow \nu_2$ durch die schwache Wechselwirkung in Materie induziert.

Man erhält die ν-Masseneigenzustände ν_{im} und die effektiven ν-Masseneigenwerte m_{im} in Materie durch simultanes Diagonalisieren des Hamiltonoperators $H_m^{(\alpha)} =: M_m^{(\alpha)2}/2E$ in der flavour-Darstellung,

d.h. durch Lösen der Eigenwertgleichung

$$U_m^\dagger H_m^{(\alpha)} U_m = H_m^{(m)} = \frac{1}{2E} M_m^{(m)2} := \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_{1m}^2 & 0 \\ 0 & m_{2m}^2 \end{pmatrix}$$

mit dem Hamiltonoperator $H_m^{(m)}$ und der effektiven Massenmatrix $M_m^{(m)}$ in der Materie-Massendarstellung und einer orthogonalen Transformation U_m, $U_m^{-1} = U_m^T$,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\theta_m & \sin\theta_m \\ -\sin\theta_m & \cos\theta_m \end{pmatrix}}_{=U_m} \cdot \begin{pmatrix} \nu_{1m} \\ \nu_{2m} \end{pmatrix}, \qquad (32)$$

zwischen den flavour-Zuständen und den Materie-Massenzuständen.

Die Masseneigenwerte in Materie sind

$$m^2_{1,2m} = \frac{1}{2}\left[(m_1^2 + m_2^2 + A) \mp \sqrt{(A - D\cos 2\theta)^2 + D^2 \sin^2 2\theta}\,\right]$$

und der neue Materie-Mischungswinkel θ_m als Funktion des Vakuum-Mischungswinkels θ

$$\tan 2\theta_m(A/D) = \frac{2D\sin 2\theta}{-A + D\cos 2\theta - A + D\cos 2\theta} = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta - \frac{A}{D}}$$

und damit die Amplitude der Übergangswahrscheinlichkeit in Materie

$$\sin^2 2\theta_m(A/D) = \frac{\tan^2 2\theta_m}{1 + \tan^2 2\theta_m} = \frac{\sin 2\theta}{(\frac{A}{D} - cos2\theta)^2 + \sin^2 2\theta}\ ,$$

eine Resonanzkurve als Funktion von A/D!

Mit der Neutrino-Massenaufspaltung in Materie

$$D_m \equiv m_{2m}^2 - m_{1m}^2 = D\sqrt{(\frac{A}{D} - \cos 2\theta)^2 + \sin^2 2\theta} \;\; > 0$$

und $\Delta_m := \frac{D_m}{2}\frac{L}{E}$ sind die zeitabhängige $(L = t)$ Übergangswahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_e) &= 1 - \sin^2 2\theta_m \sin^2 \frac{\Delta_m}{2} \\ \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_\mu) &= \sin^2 2\theta_m \sin^2 \frac{\Delta_m}{2} \end{aligned}$$

Maximale Msichungsamplitude tritt auf bei dem Resonanzwert $\theta_m = 45°$, der für jeden Vakuum-Mischungswinkel θ bei einem geeignetem Verhältnis

$$\frac{A}{D} = \frac{2\sqrt{2}G_F E N_e}{\delta m^2}$$

erreicht werden kann.

Für Antineutrinos ($A \to -A$) tritt keine Resonanz auf, falls sie für Neutrinos existiert und umgekehrt.

Bei den Sonnenneutrinos handelt es sich um ν_e, nicht $\overline{\nu_e}$.

Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein-Effekt:

Konversion der Sonnenneutrinos ν_e durch zwei Effekte:

1. Resonanzverstärkung der ν-Oszillationen in Materie

Resonanzkurve der Oszillationsamplitude in Abhängigkeit von A/D.

Resonanz bei $A = A_R = D \cos 2\theta$,

d.h. abhängig von der Elektrondichte N_e und der Neutrinoenergie E sowie den Vakuum-Oszillationsparametern $D = \Delta m^2$ und θ.

2. Materiedichteänderung entlang der ν-Flugstrecke

Aufspaltung der Masseneigenwerte in Materie als Funktion von $A \sim N_e$ bei gegebener Neutrinoenergie.

Kontinuierliche Materiedichteänderung für Neutrinos, die bei den Fusionsreaktionen im Sonnenzentrum erzeugt werden und durch die Sonnenatmosphäre nach außen dringen.

Massendichte im Sonnenzentrum: $\rho = 150$ g/cm^3, $Y_e = 0.7$, $N_{e0} = \rho Y_e / m_N$.

Radialer Abfall der Elektrondichte zum Sonnenrand bei $R = R_\odot = 7 \cdot 10^8$ m nach dem Standardsonnenmodell (SSM):

$$N_e(R) = N_{e0} e^{-10.5 R/R_\odot}.$$

Drei Grenzfälle:

1. $\boxed{\frac{A}{D} \gg 1}$ (Sonnenzentrum: N_e groß),

und damit $A > A_R$ (Annahme für die Sonne).

$$\begin{aligned}
&\Longrightarrow \quad \sin^2 2\theta_m \approx \frac{\sin^2 2\theta}{(A/D)^2} \approx 0 \\
&\Longrightarrow \quad \theta_m = 90^\circ \\
&\Longrightarrow \quad D_m \approx A
\end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ Oszillationen unterdrückt.

Neutrinozustände an der Quelle:

$$\boxed{\begin{aligned} |\nu_{1m} > &\approx -|\nu_\mu > \\ |\nu_{2m} > &\approx \quad |\nu_e > \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} m^2_{1m} &\approx m^2_2 \\ m^2_{2m} &\approx A \end{aligned}}$$

mit

$$m_{1,2m} \approx \tfrac{1}{2}[m_1^2 + m_2^2 + A \mp (A - D)]$$

($D = m_2^2 - m_1^2 > 0$ und $A > 0$ für Neutrinos).

2. $\boxed{\frac{A}{D} \longrightarrow 0}$ (Sonnenrand, Vakuum: $N_e \longrightarrow 0$)

$\Longrightarrow \theta_m \longrightarrow \theta,\ D_m \longrightarrow D.$

Neutrinozustände nach der Konversion in der Sonne:

$$\boxed{\begin{array}{l} |\nu_{1m}> \approx |\nu_e> \\ |\nu_{2m}> \approx |\nu_\mu> \\ \text{für kleine } \theta \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{l} m_{1m}^2 \approx m_1^2 \\ m_{2m}^2 \approx m_2^2 \end{array}}$$

mit $m_{1,2m} \approx \frac{1}{2}[m_1^2 + m_2^2 \mp D)]$

$(D = m_2^2 - m_1^2 > 0)$.

3. Resonanzübergang im Sonneninnern bei kontinuierlicher Dichteänderung zwischen Fall 1 und 2 für

$$\boxed{A = A_R = D \cos 2\theta}$$

$$\Longrightarrow \quad \text{Amplitude } \sin^2 2\theta_{\mathrm{mR}} \equiv 1 \text{ maximal,}$$
$$\Longrightarrow \quad \text{Massenaufspaltung } \mathrm{D_{mR}} \overset{(36)}{=} \mathrm{D} \sin 2\theta \text{ minimal,}$$

Maximale Mischung $\theta_{mR} = 90°$ unabhängig von $\sin^2 2\theta$: 'flavour-flip'.

Neutrinozustände bei der Resonanz:

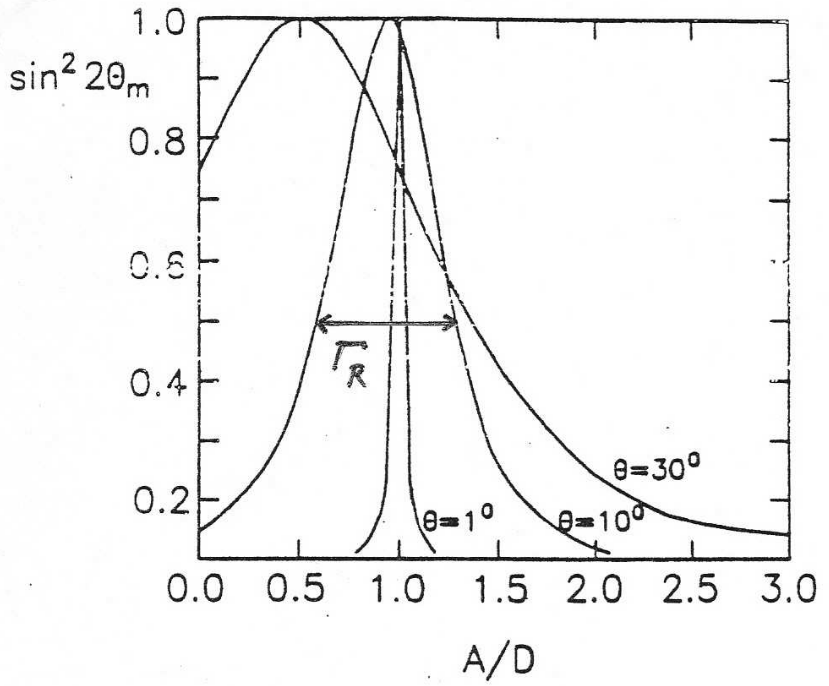
$$\boxed{\begin{array}{l} |\nu_{1m}> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nu_e> + |\nu_\mu>) \\ |\nu_{2m}> = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nu_e> - |\nu_\mu>) \end{array}} \qquad \boxed{\begin{array}{l} m_{1m}^2 \approx m_{2m}^2 \\ m_1^2 \approx m_2^2 \end{array}}$$

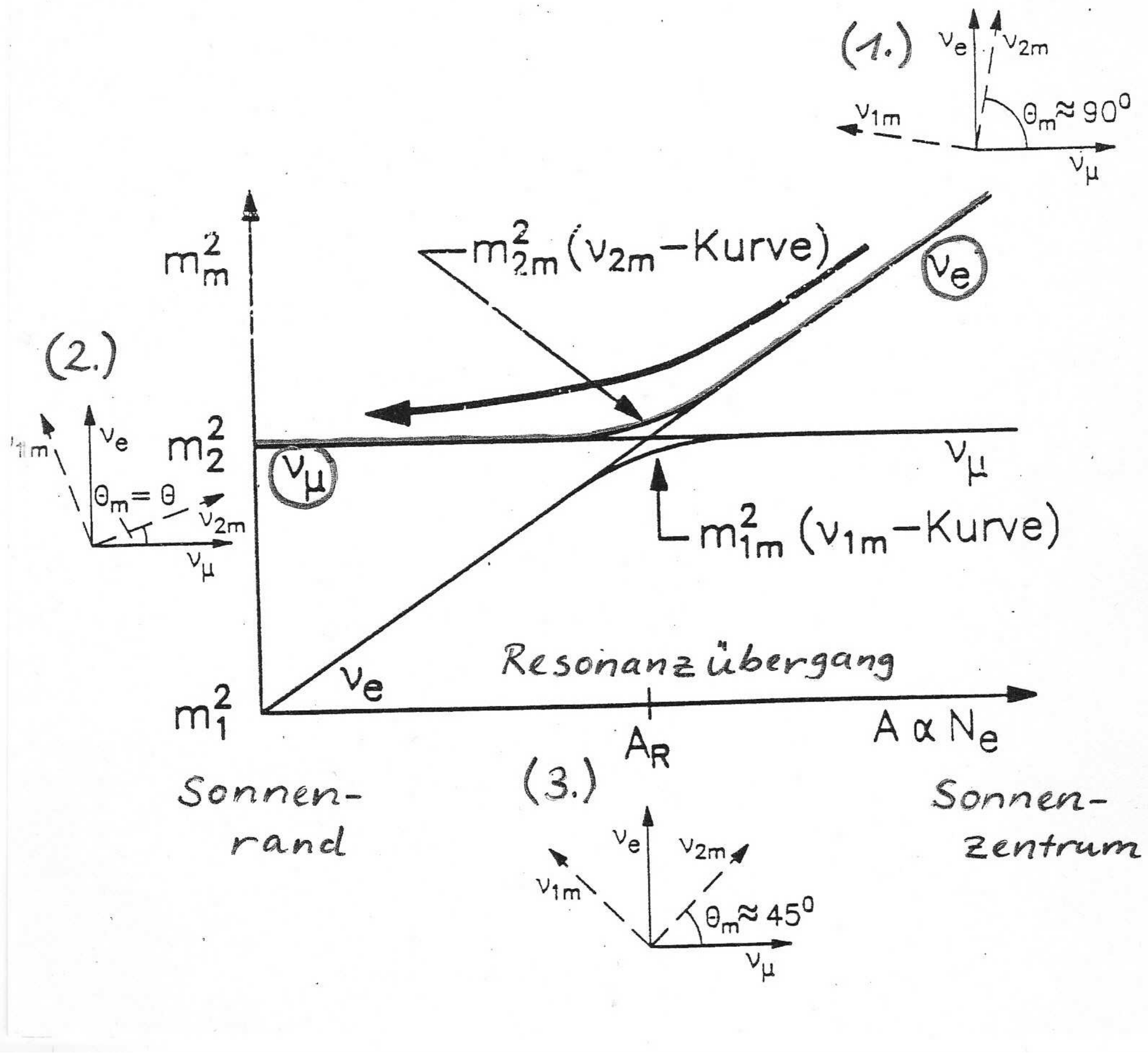
MSW- Effekt

Resonanz kurve:

$$\left(\frac{A}{D}\right)_R = \cos 2\theta$$

$$\Gamma_R = 2D \sin 2\theta$$





2.4.4 Erkenntnisse über Neutrino-Oszillationen

1. Beobachtung atmosphärischer $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$-Oszillationen zuerst durch Kamiokande und Super-Kamiokande und Bestätigung durch die Experimente MACRO im Gran Sasso-Tunnel und Soudan 2 im Soudan-Bergwerk in Minnesota (ν_μ-disappearance):

$$\boxed{\begin{gathered}\Delta m^2_{23} = (2.0 \pm 1.0) \cdot 10^{-3}\ \text{eV}^2 \\ \sin^2 2\theta_{23} \geq 0.85\end{gathered}}$$

   $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$-Oszillationen sind durch ν_e disappearance-Experimente in Reaktoren Chooz in Frankreich und Palo Verde in Kalifornien ausgeschlossen.

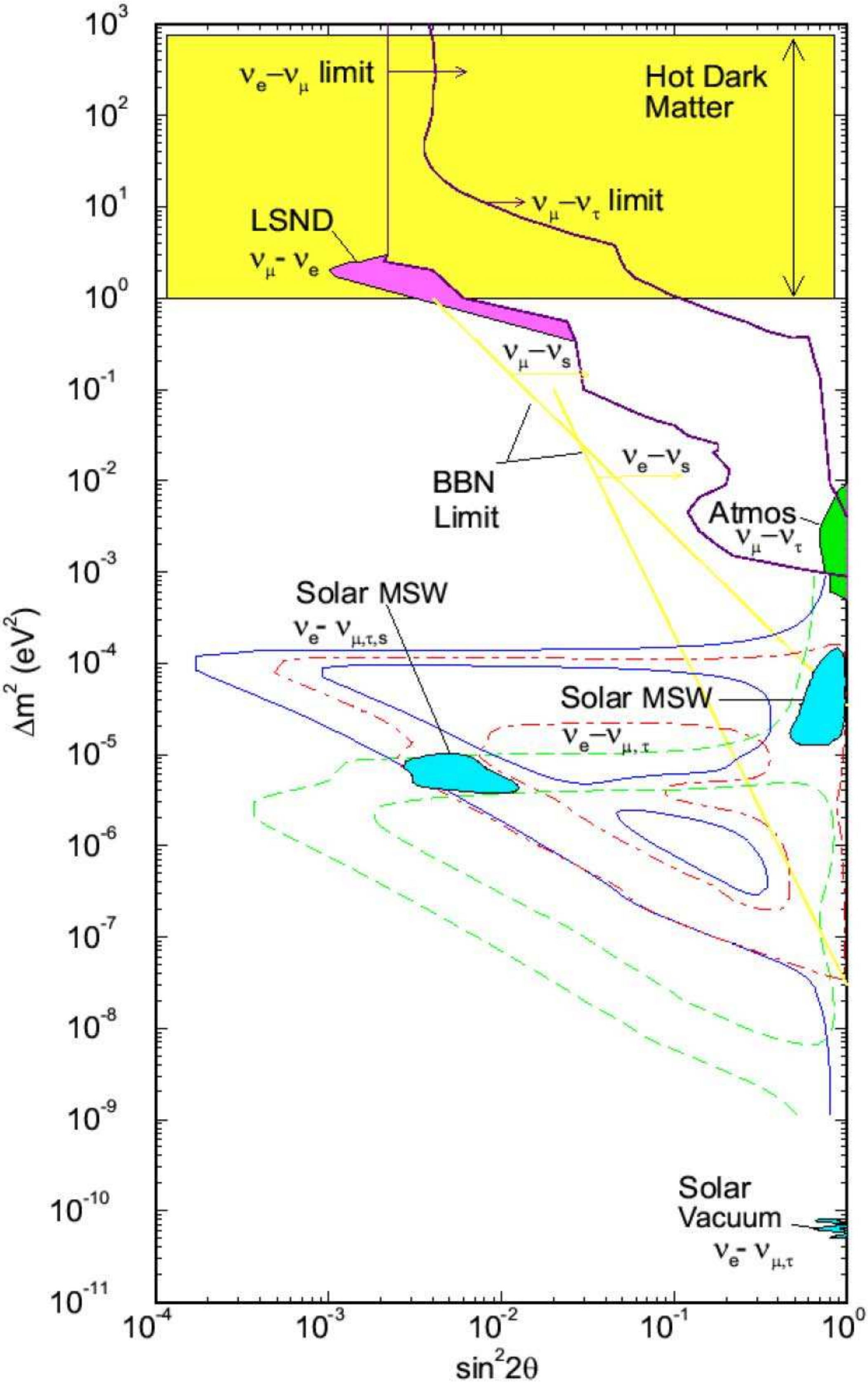
   Oszillationen in ein hypothetisches neues, nicht wechselwirkendes ('steriles') Neutrino sind durch die Messungen ausgeschlossen (Vergleich NC- zu CC-Reaktionen).

   Überprüfung in sog. Long Baseline-Experimenten (große Abstände zwischen Quelle und Detektor):

   Erste Bestätigung durch das K2K-Experiment (ν-Strahl KEK $\rightarrow$ Kamioka-Bergwerk in Japan) in disappearance von ν_μ.

In Vorbereitung:

Neutrinostrahlen FNAL $\rightarrow$ Soudan-Bergwerk (MINOS-Exp.) und CERN $\rightarrow$ Gran Sasso-Tunnel (Experimente ICARUS und OPERA): ν_μ-disappearance, ν_τ-appearance.

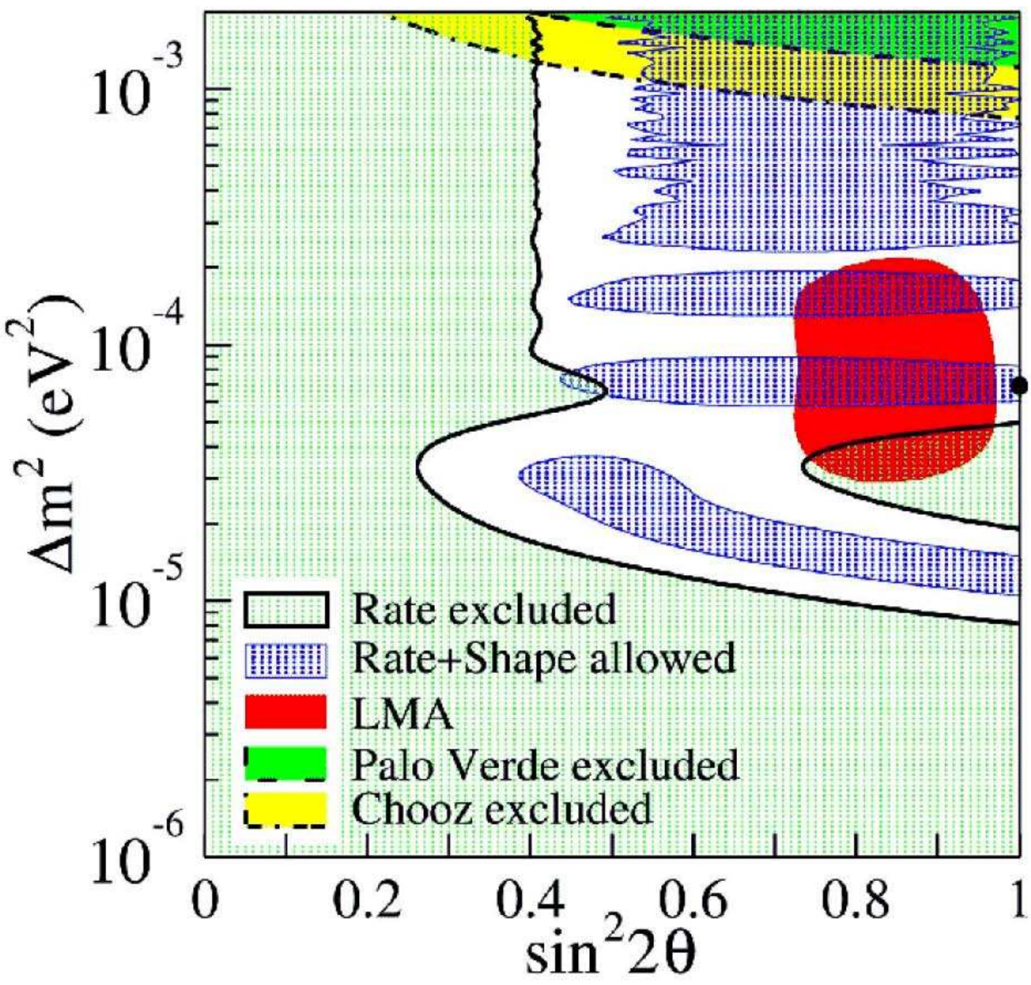


2. Konsistente Erklärung aller Messungen des solaren ν_e-Defizits (disappearance) durch $\nu_e \to \nu_\mu$-Oszillationen in der Sonne (Mischung resonant verstärkt durch den MSW-Effekt).

$$\boxed{\begin{gathered}\Delta m_{12}^2 = (7.3 \pm 1.0) \cdot 10^{-5}\ \text{eV}^2 \\ \sin^2 2\theta_{12} = 0.84 \pm 0.10\end{gathered}}$$

Vakuumoszillationen zwischen Sonne und Erde sind durch das KamLAND-Experiment (Reaktor-Long Baseline-Experiment in Kamioka) ausgeschlossen worden.

- **KamLAND:**



Oszillationen $\nu_e \to \nu_\tau$ sind noch nicht ausgeschlossen aber weniger wahrscheinlich.

Weitere Untersuchungen durch die im Aufbau befindlichen solaren ν-Experimente BOREXINO und GNO (Fortsetzung von GALLEX) im Gran Sasso-Tunnel sowie durch SNO und in der weiteren der Zukunft an Superbeams (intensive gebündelte Neutrinostrahlen von Beschleunigern) oder an Neutrino-Fabriken (intensive Neutrinostrahlen von Myon-Speicherringen).

3. Mögliche Anzeichen für $\nu_\mu \to \nu_e$-Oszillationen beim LSND-Experiment ("Appearance": neuer ν-flavour als von Quelle erscheint):

$$\boxed{\begin{array}{c} 0.2 < \Delta m_{12}^2 < 1 \text{ eV}^2 \\ 0.002 < \sin^2 2\theta_{12} < 0.04. \end{array}}$$

In Konflikt mit den anderen Messungen, insbesondere unter der Annahme von nur drei (leichten) Neutrinogenerationen (nur 2 unabhängige Massendifferenzen).

Endgültige Überprüfung durch das MiniBooNE-Experiment am FNAL:
ν_μ-Strahl vom Tevatron zu einem unterirdischen Tank mit 800 Tonnen Mineralöl. Erste Daten im Sommer 2005.

Außerdem vom Chooz-Reaktorexperiment in Frankreich ($\overline{\nu}_e$ disapperance):

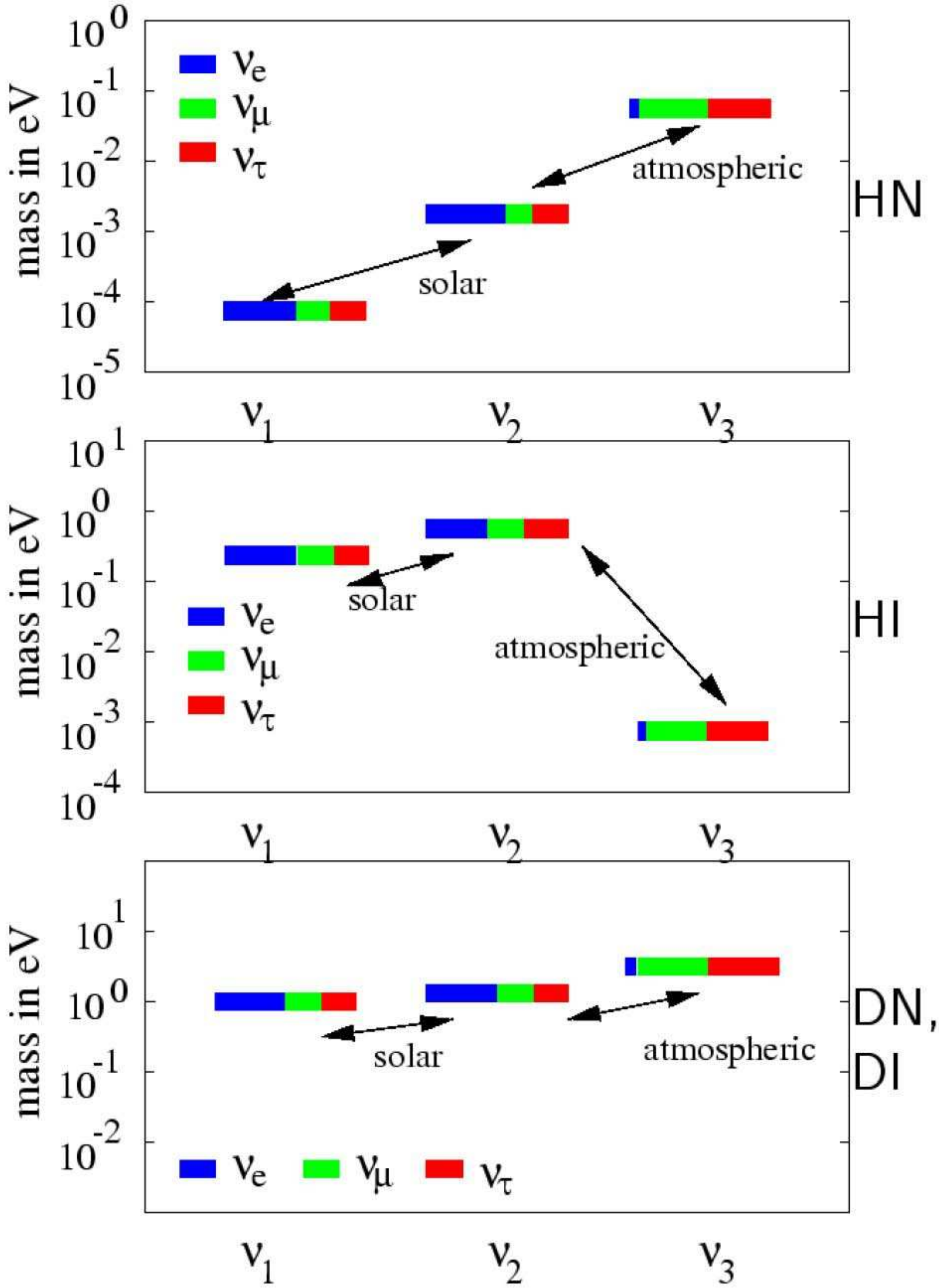
$$\boxed{\sin^2 2\theta_{13} < 0.16}$$

d.h. die Mischung zwischen erster und dritter Neutrinogeneration ist relativ schwach.

Die Stärke dieser Mischung θ_{13} bestimmt die Stärke der CP-Verletzung bei Neutrinooszillationen (meßbar nur mit künftigen Neutrino-Superbeams oder einer Neutrinofabrik).

Mögliche Szenarien zur Interpretation der Ergebnisse:

Massenspektren und Mischungsverhältnisse in den Masseneigenzuständen unter Annahme von drei Neutrinoflavours:



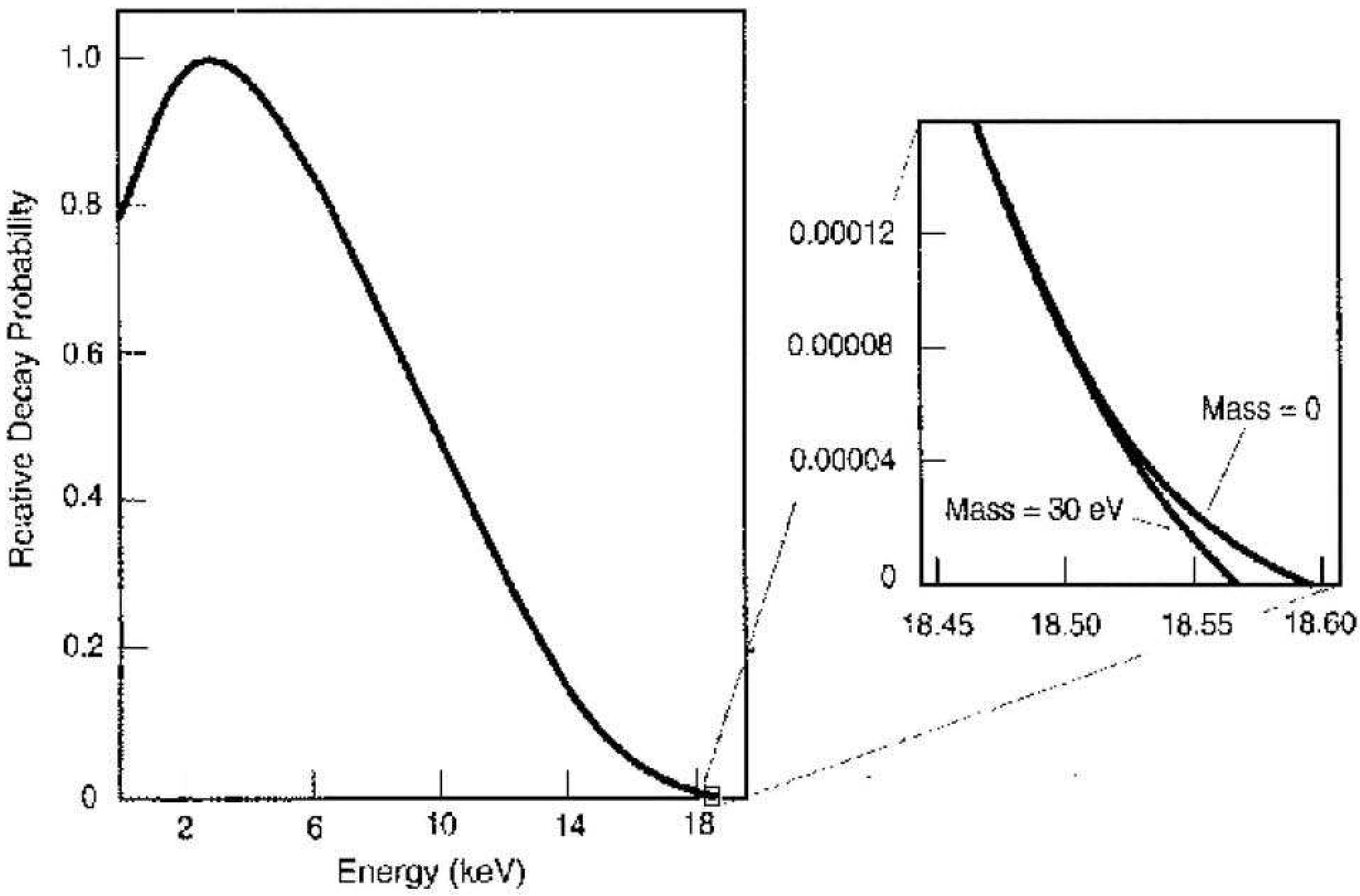
Absolute Massenskala aus direkter Messung der Masse des Elektronneutrinos.

2.4.5 Direkte Messungen der Neutrinomassen

Neutrinooszillationen (siehe unten) messen nur die Massendifferenzen von Neutrinos. Die absolute Massenskala der Neutrinos muss durch direkte Massenmessungen bestimmt werden.

1. Masse des Elektron-Neutrinos:

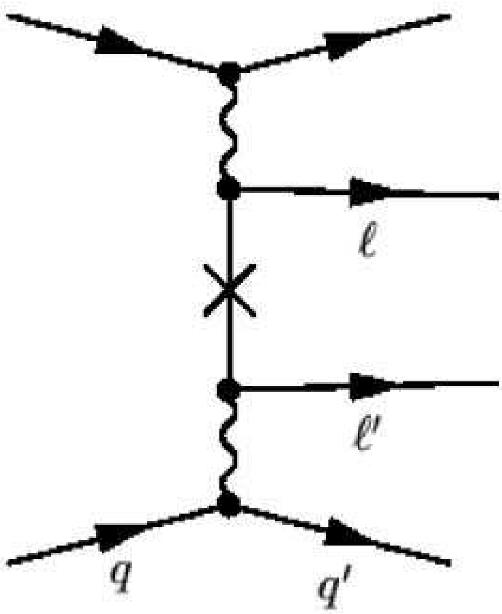
   Messung des Endpunkts des Elektronenergiespektrums aus dem Tritium-Betazerfall $H^3 \to He^3 + e^- + \overline{\nu}_e$ mit Magnetspektrometern (Mainz, Troitsk):



$$\sum_i m_i |U_{ei}|^2 < 2.2\ eV$$

Erwartete Verbesserung durch das KATRIN-Experiment (Karlsruhe): < 0.35 eV.

Falls (massive) Majorana-Neutrinos:
neutrinoloser Doppelbetazerfall mit $T_{1/2}^{0\nu} \sim | < m_{ee} > |^2$ mit $< m_{ee} >= \sum_i m_i U_{ei}^2$.



Verletzung der Leptonzahlerhaltung:
Sehr selten: $T_{1/2}^{0\nu} > 1.9 \cdot 10^{25}$ Jahre von hochangreichertem Ge^{76} (Heidelberg-Moskau-Experiment im Gran Sasso Untergrundlabor).

Daher effektive ν_e-Masse $| < m_{ee} > | < 0.28$ eV.

Abhängig von den CP-verletzenden Majorana-Phasen der Mischungsmatrix!

2. Masse des Myon-Neutrinos:

Myonimpulsmessung beim schwachen Zweikörperzerfall $\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu$ (Paul-Scherrer-Institit (PSI), Zürich):

$$\sum_i m_i |U_{\mu i}|^2 < 190\ keV,$$

wobei m_π aus der Messung der Energieniveaus pionischer Atome und m_μ aus der Messung des magnetischen Moments des Myons sehr genau bekannt sind.

3. Masse des Tau-Neutrinos:

Messung des Endpunkts des invarianten Hadronmassenspektrums in schwachen Zerfällen $\tau^+ \to \nu_\tau +$ Hadronen an e^+e^--Speicherringen, $m_{\nu_\tau} = m_\tau - \mathrm{Max}(m_{\mathrm{Hadronen}})$ unter Verwendung der Präzisionsmessung von m_τ am e^+e^--Speichering BES in Peking.

Beste obere Grenze vom ALEPH-Experiment am LEP:

$$\sum_i m_i |U_{\tau i}|^2 < 18.2\ MeV.$$