3.3 Neue Symmetrien: Supersymmetrie

Maximale nicht-triviale Erweiterung der Raum-Zeit-Symmetrien (sog. Poincaré-Gruppe):

Die Poincaré-Gruppe P besitzt die Generatoren:

P_μ: Raum-Zeit-Translationen und

$M_{\mu\nu}$: antisymmetrischer Tensor mit den unabhängigen Komponenten:

$\vec{J} = (M_{23}, M_{31}, M_{12})$ und $\vec{K} = (M_{01}, M_{02}, M_{03})$, wobei

J_i : Rotation um die i-Achse; K_i : Lorentz-Boost in i-Richtung ($i = x, y, z$).

Einzige konsistente Vereinigung der Raum-Zeit-Symmetrien mit einer internen Symmetriegruppe G, die nicht einfach ein direktes Produkt $P \otimes G$ ist (Coleman-Mandula-Theorem, 1967),

durch Einführung neuer anti-kommutierender Generatoren Q_α ($\alpha = 1, ..., 4$) mit Spinor-Transformationseigenschaften (SUSY-Generatoren) mit

$$
\begin{aligned}
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &\equiv Q_\alpha Q_\beta + Q_\beta Q_\alpha = \{\overline{Q}_\alpha, \overline{Q}_\beta\} = 0; \\
\{Q_\alpha, \overline{Q}_\beta\} &= 2(\gamma^\mu)_{\alpha\beta} P_\mu; \\
[Q_\alpha, P_\mu] &= 0; \\
[Q_\alpha, M_{\mu\nu}] &= \frac{1}{4} i (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)_{\alpha\beta} Q_\beta;
\end{aligned}
$$

Die SUSY-Generatoren haben folgende Wirkung auf Fermion (F)- und Boson (B)-Felder:

$$Q|F>=|B>; \quad Q|B>=|F>;$$

wobei $[B(x), B(x')] = 0$ und $\{F(x), F(x')\} = 0$.

$\Longrightarrow$ Supersymmetrietransformationen verbinden Fermionen mit Bosonen.

SUSY-Generatoren Q, $\overline{Q}$ ändern den Spin um $\pm\frac{1}{2}$.

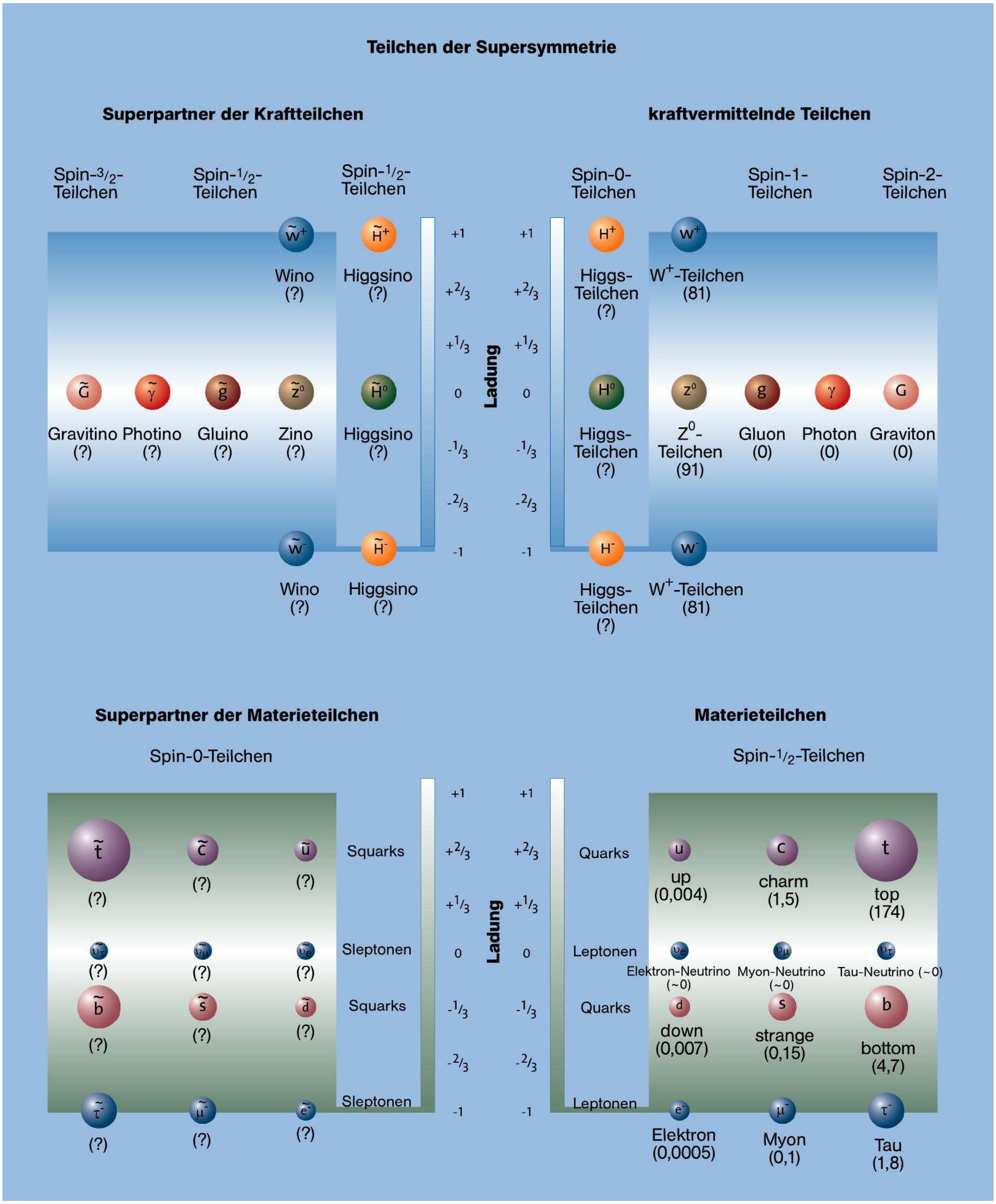
$\Longrightarrow$ Super-Multipletts enthalten Fermionen und Bosonen mit folgender Spin-Zuordnung:

$$\begin{pmatrix} \text{Fermion} & \frac{1}{2} \\ \text{s} - \text{Fermion} & 0 \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} \text{Eichboson} & 1 \\ \text{Gaugino} & \frac{1}{2} \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} \text{Higgs} - \text{Boson} & 0 \\ \text{Higgsino} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} , \quad \begin{pmatrix} \text{Graviton} & 2 \\ \text{Gravitino} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

Die Superpartner in den SUSY-Multipletts haben gleiche Massen und Eichladungen.

D.h. Superpartner-Zuordnungen unter den bekannten Teilchen des Standardmodells sind nicht möglich, Erweiterung des Teilchenspektrums um neue SUSY-Teilchen ist notwendig.

Da bisher keine Superpartner der Teilchen des Standardmodells entdeckt wurden, müssen diese größere Massen $\leq 1 - 2$ TeV besitzen, d.h. die Supersymmetrie ist gebrochen.
Der Mechanismus dafür ist unklar (spontane globale SUSY-Brechung in einem verborgenen, nur gravitativ mit den Standardmodellteilchen wechselwirkenden Sektor?, spontane lokale SUSY-Brechung?), so daß Vorhersagen für die Superpartnermassen nicht oder nur unter vereinfachenden Annahmen möglich sind.


Teilchen der Supersymmetrie
Superpartner der Kraftteilchen
kraftvermittelnde Teilchen
Spin-3/2-Teilchen
Spin-1/2-Teilchen
Spin-1/2-Teilchen
Spin-0-Teilchen
Spin-1-Teilchen
Spin-2-Teilchen
Wino (?)
Higgsino (?)
Higgs-Teilchen (?)
W+-Teilchen (81)
Gravitino (?)
Photino (?)
Gluino (?)
Zino (?)
Higgsino (?)
Higgs-Teilchen (?)
Z0-Teilchen (91)
Gluon (0)
Photon (0)
Graviton (0)
Wino (?)
Higgsino (?)
Higgs-Teilchen (?)
W+-Teilchen (81)
Ladung
+1
+2/3
+1/3
0
-1/3
-2/3
-1
Superpartner der Materieteilchen
Materieteilchen
Spin-0-Teilchen
Spin-1/2-Teilchen
Squarks
Sleptonen
Squarks
Sleptonen
Quarks
Leptonen
Quarks
Leptonen
(?)
up (0,004)
charm (1,5)
top (174)
Elektron-Neutrino (~0)
Myon-Neutrino (~0)
Tau-Neutrino (~0)
down (0,007)
strange (0,15)
bottom (4,7)
Elektron (0,0005)
Myon (0,1)
Tau (1,8)

3.3.1 Supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells

Hinzufügen der Fermion- bzw. Boson-Terme der Superpartner in der Lagrange-Funktion mit den gleichen Eichkopplungen wie im Standardmodell.

Supersymmetrie mit Erhaltung der sog. R-Parität $R = (-1)^{3(B-L)+2S}$ ($R = +1$ für bekannte Teilchen, $R = -1$ für Sup[erpartner) führt zu folgenden Erhaltungssätzen:

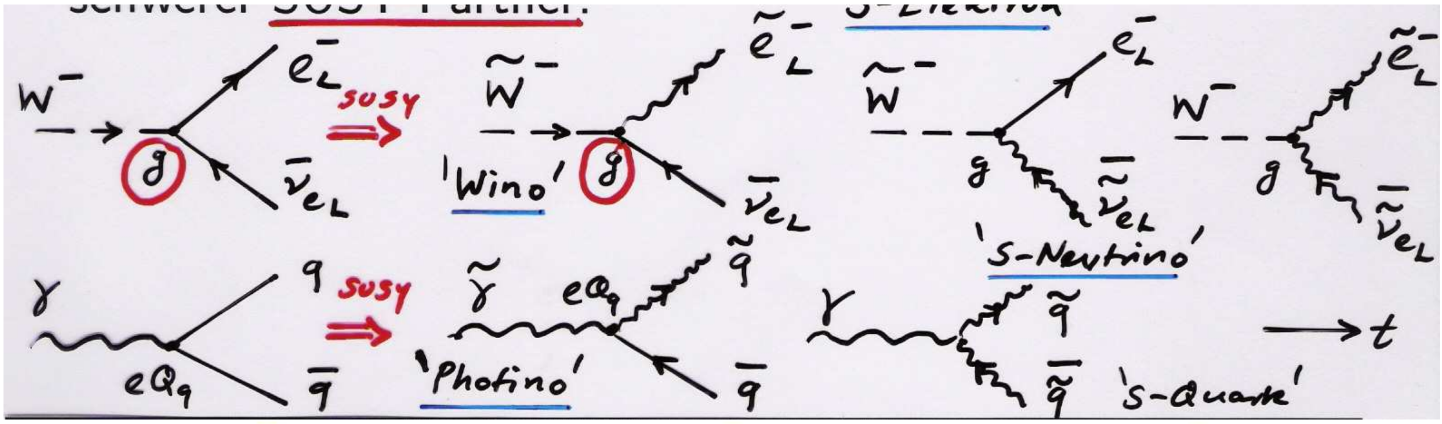
1. Superpartner werden, ausgehend von SM-Teilchen, in Paaren erzeugt.

2. SUSY-Teilchen zerfallen schnell unter Emission eines Superpartners bis zum LSP.

3. Der leichteste Superpartner (LSP) ist neutral und stabil, d.h. nicht durch Zerfälle in Standardmodellteilchen im Detektor nachweisbar.

   Keine Wechselwirkung des LSP im Detektor (Wirkungsquerschnitt so klein wie für Neutrinos), da nur unter Produktion schwerer SUSY-Partner.

Neue Wechselwirkungsprozesse im supersymmetrischen Standardmodell:



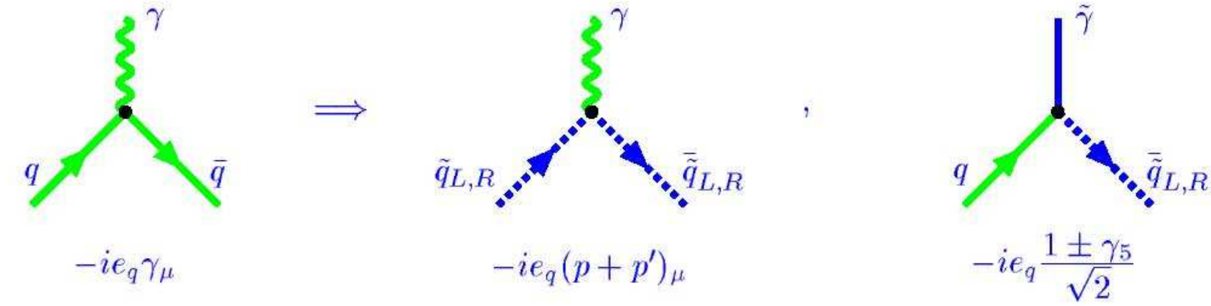


Fig. 12: Gauge-matter interaction

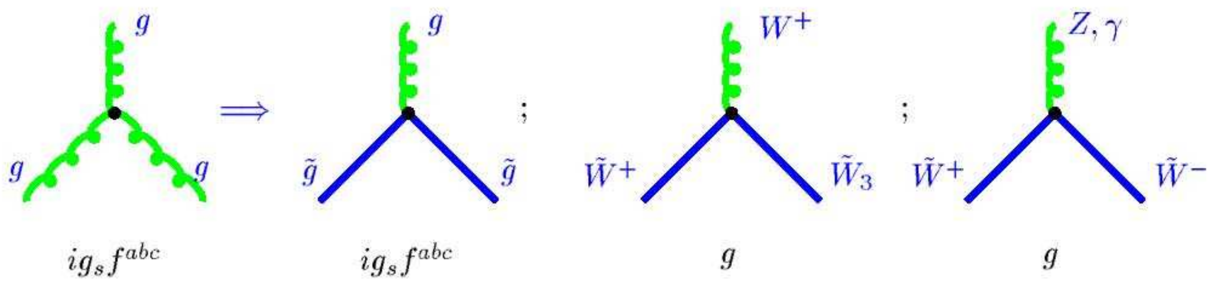


Fig. 13: Gauge self-interaction

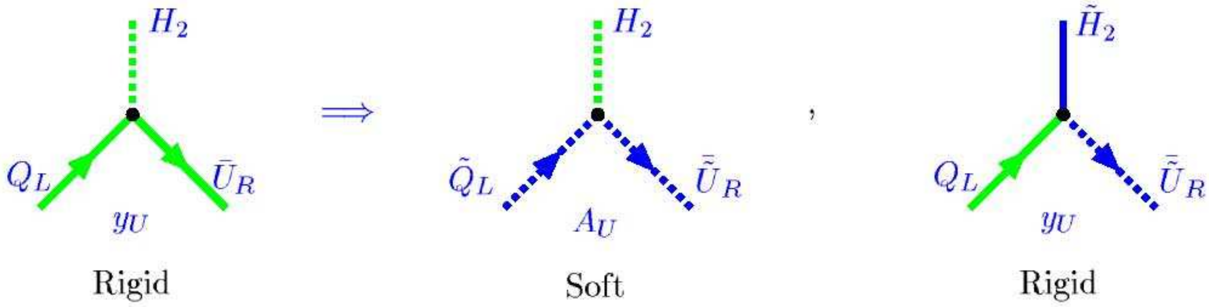


Fig. 14: Yukawa-type interaction

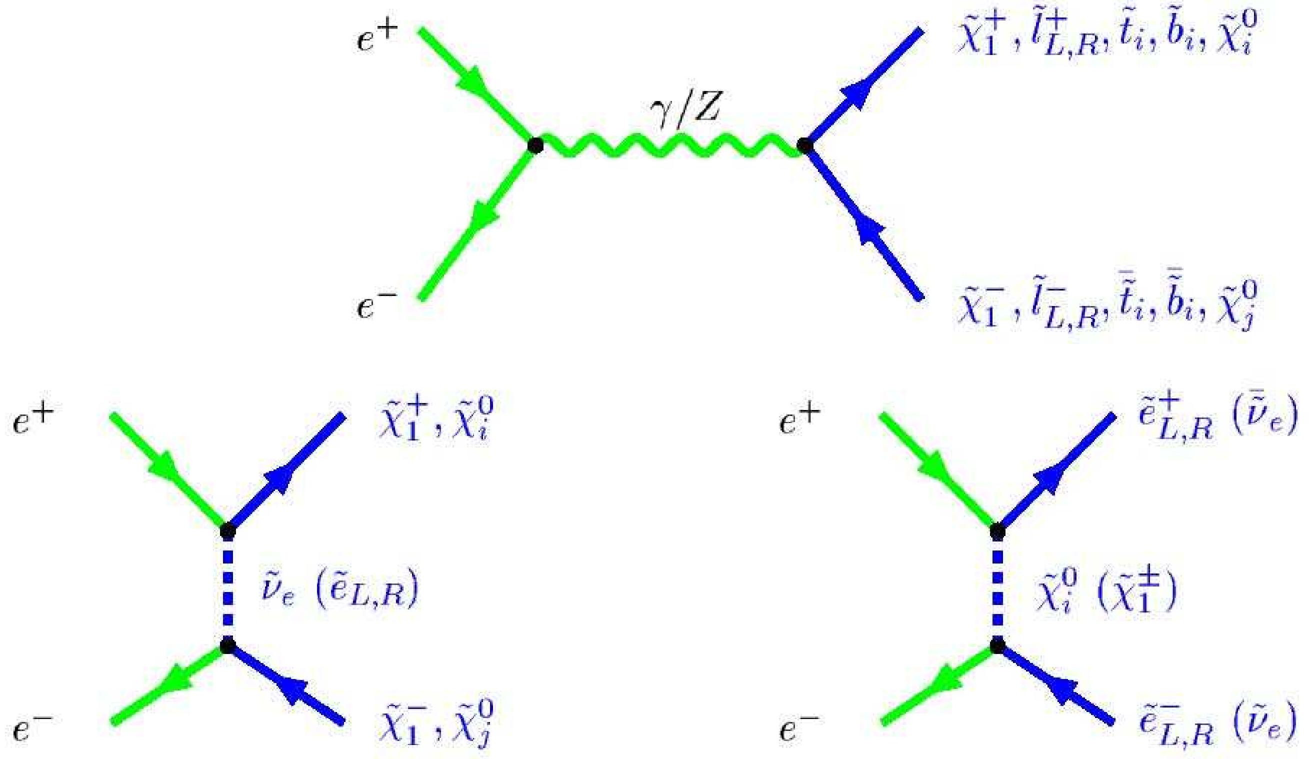


Fig. 16: Creation of superpartners

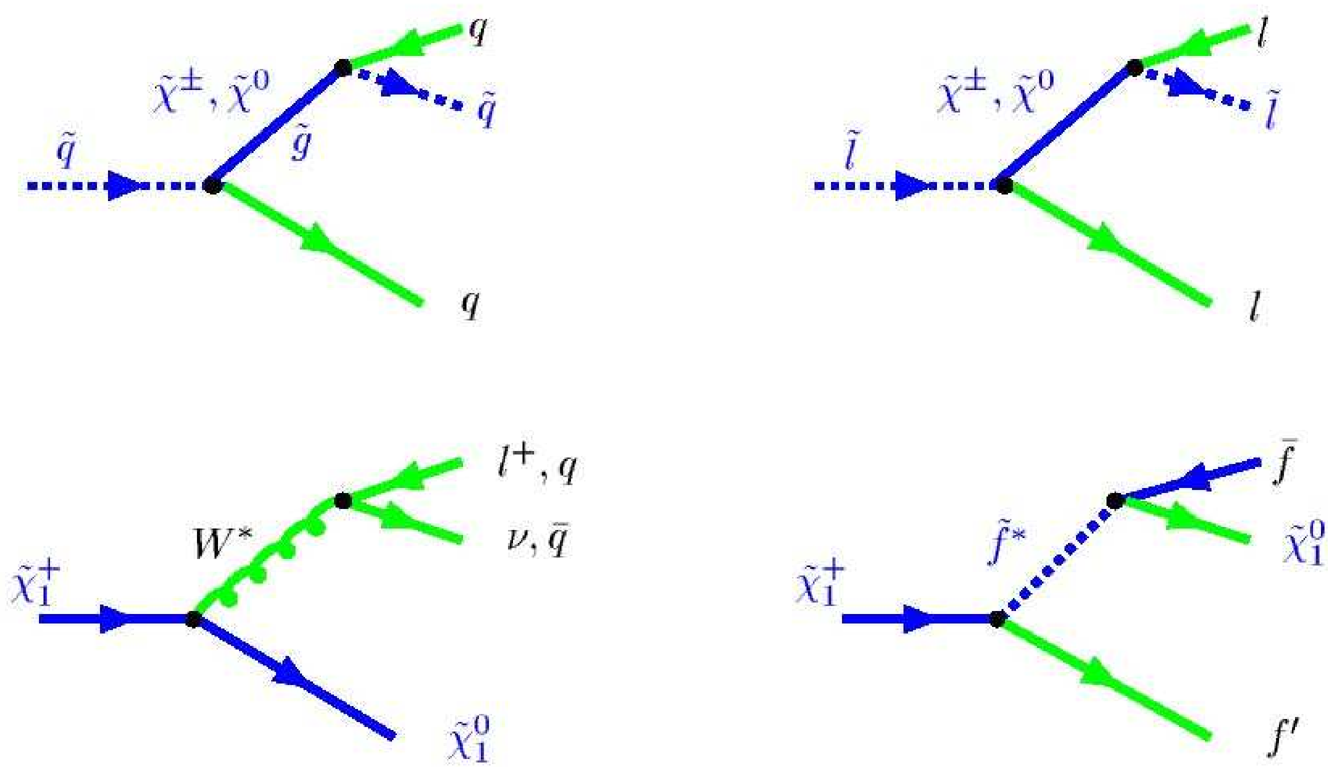


Fig. 17: Decay of superpartners

In supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells (SM) wird für die elektroschwache Symmetriebrechung eine gerade Anzahl von komplexen skalaren Higgs-Dubletts, also mindestens 2 Higgs-Dubletts, separat für up- und down-Fermionen und daher mit entgegengesetzter Hyperladung, benötigt zur Aufhebung der von Spin-$\frac{1}{2}$ Higgsinos verursachten Anomalien.

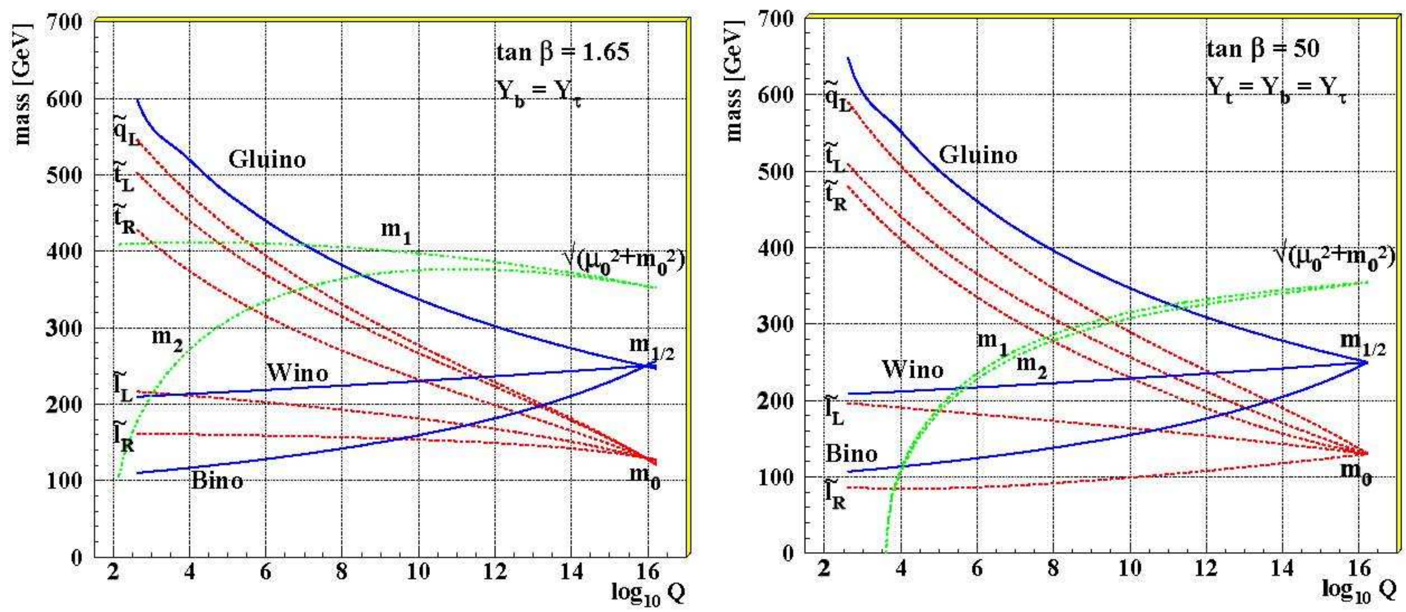
In der (minimalen supersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells (MSSM) verbleiben nach der spontanen Symmetriebrechung 5 massive skalare Higgs-Bosonen:

- h^0, H^0 (skalar, $CP = +1$),
- A^0 (pseudoskalar, $CP = -1$) und
- $H^{\pm}$.

mit zwei Vakuumerwartungswerten v_1 und v_2.

$\tan\beta = \frac{v_2}{v_1}$ und M_{A^0} bestimmen die Zerfallsraten aller Higgs-Teilchen. Die dominierenden Zerfallskanäle im MSSM unterscheiden sich i.a. von denen im SM.

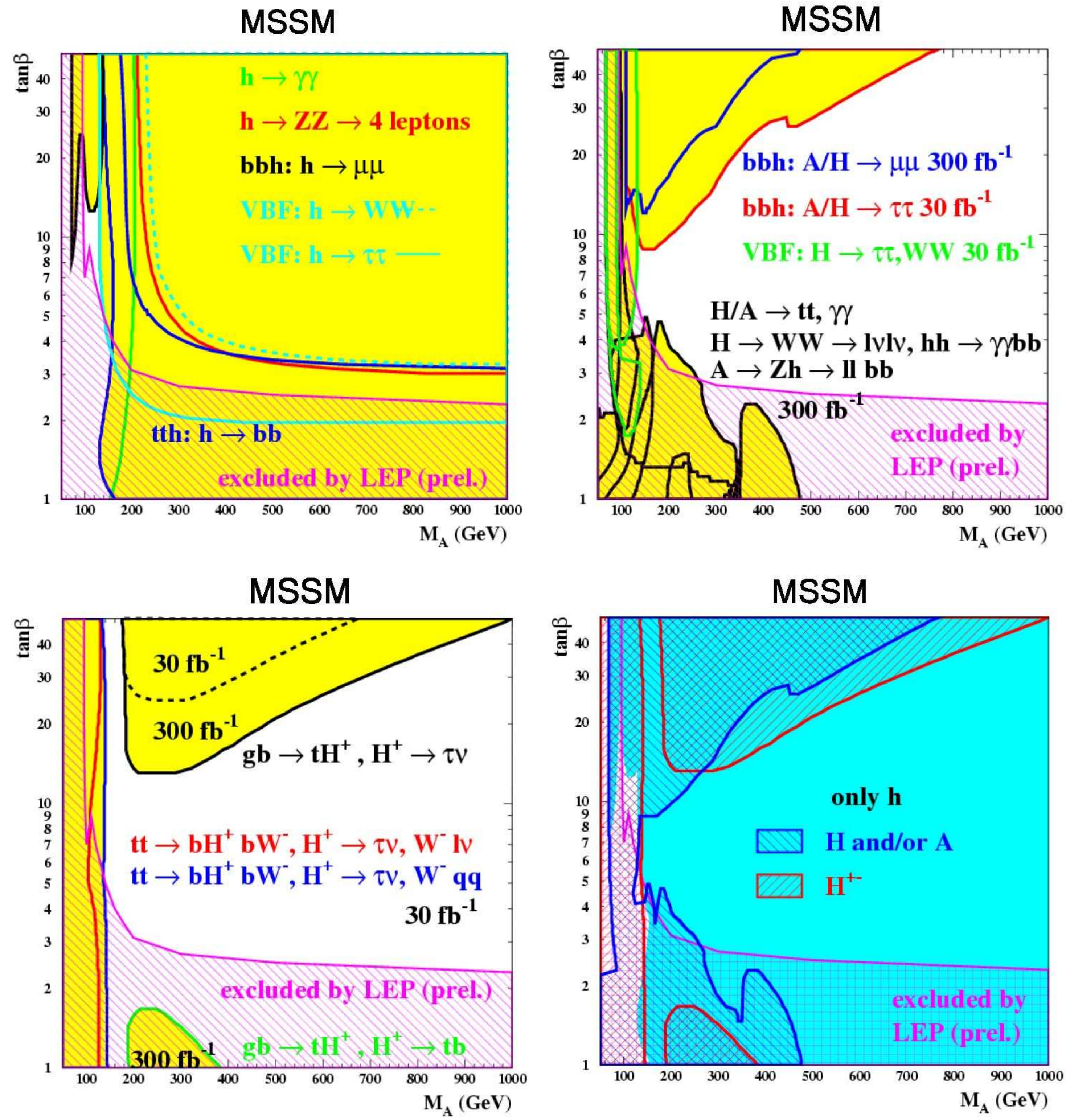
Die elektroschwache Symetriebrechung wird durch SUSY-Strahlungskorrekturen erzeugt: der in Abhängigkeit von der Energie laufende Higgs-Massenparameter μ^2 nimmt bei niedrigen Energien $\approx M_W$ negative Werte an.



Begrenzung für das leichteste MSSM-Higgs-Boson: $M_{h^0} < 130$ GeV wegen der Relation zu M_Z aufgrund der Supersymmetrie!

Die Suche bei LEP II und bisher beim TEVATRON war erfolglos. Gute Aussichten beim LHC.

Suche nach MSSM Higgs-Bosonen am LHC:



3.3.2 Vorzüge der Supersymmetrie

- Vereinheitlichung von Fermionen und Bosonen und von inneren und Raum-Zeit-Symmetrien.

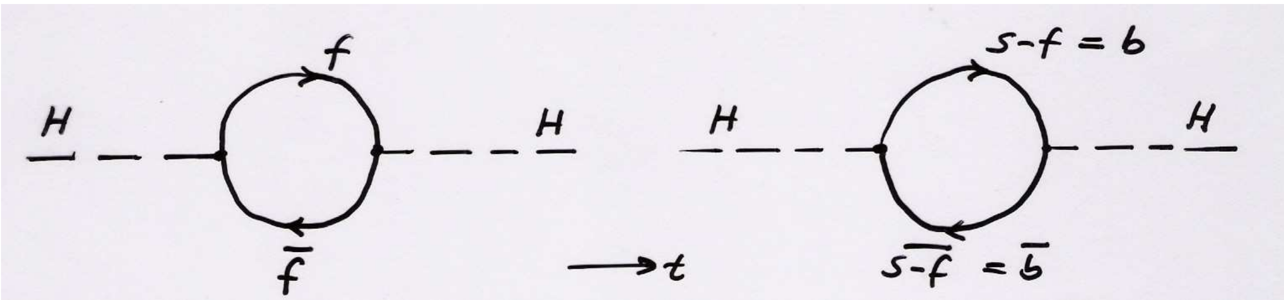
- Feldtheorien mit lokaler Supersymmetrie sind Kandidaten für eine Quantentheorie der Gravitation (Supergravitation) und ihre Vereinigung mit den anderen Eichwechselwirkungen:

$$\{Q_\alpha, \overline{Q}_\beta\} = 2(\gamma^\mu)_{\alpha\beta} P_\mu$$

  (Generator für lokale Raum-Zeit-Transformationen: Symmetrie der Allgemeinen Relativitätstheorie).

- LSP ist der momentan beste Kandidat für die 'Dunkle Materie'.

- Hauptmotivation:
Elegante und lange einzige Lösung des Problems der divergierenden Higgs-Massenkorrekturen durch Kompensation der Vakuumpolarisationsbeiträge der Fermionen durch die ihrer Superpartner, natürliche Ergänzung des Standardmodells:



$$\begin{aligned} \delta M_H^2 &\sim g_Y^2 \int_0^\Lambda \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{1}{k^2} \sim g_Y^2\Lambda^2; \\ \overset{SUSY}{\Longrightarrow} \delta M_H^2 &\sim +[g_Y^2\Lambda^2]_{\text{Bosonen}} - [g_Y^2\Lambda^2]_{\text{Fermionen}} \approx 0. \end{aligned}$$

Kompensation der Beiträge der Fermionen und ihrer Superpartner bis auf Massenunterschiede verursacht durch SUSY-Brechung.

$\Longrightarrow$ Korrekturen zur Higgs-Masse und daher Higgs-Masse klein unabhängig vom Abscheideparameter Λ, der sehr groß sein kann, z.B. $\Lambda = \Lambda_{GUT} \approx 10^{15}$ GeV oder $\Lambda = M_{\text{Planck}} \approx 10^{19}$ GeV, je nachdem, wie weit das Standardmodell gültig ist.

Kompensation der quadratischen Divergenz der Massenkorrekturen in $M_H^2 = M_{H,0}^2 + \delta M_H^2$ mit sehr hoher Genauigkeit wäre unnatürlich ('Hierarchie'- oder Feinabstimmungsproblem).

Kürzlich Konkurrenz durch Modelle mit großen extra Raumdimensionen und Vereinheitlichung aller Kräfte einschließlich der Gravitation bereits bei der elektroschwachen Energieskala.

- Supersymmetrie in Verbindung mit GUTs:
  - Vorhersage des Weinberg-Winkels
    mit Genauigkeit $< 0.2\%$ (im SUSY $SU(5)$-Modell):

    $$\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.2336 \pm 0.0017.$$

    Standardmodell ohne SUSY:

    $$\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.209.$$

    Experiment (LEP I, SLC):

    $$\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.23146 \pm 0.00017.$$
  - Vereinigung der Eichkopplungskonstanten bei hohen Energien: