

2.4 Neutrinomassen und Neutrinooszillationen

Im Standardmodell sind die Neutrinos masselos:

Rechtshändige Neutrinozustände ($SU(2)$ -Singulets) nehmen nicht an der schwachen Wechselwirkung teil.

Die Entdeckung aufgrund des erstmaligen Nachweises von Neutrinooszillationen 1998 (siehe unten), daß Neutrinos von Null verschiedene Massen besitzen und die Neutrino flavours mischen, führt zu ersten **Erweiterungen des Standardmodells**:

1. Neutrinomassenterme wie für geladene Fermionen.
2. Zusätzliche Majorana-Massenterme falls Majorana-Neutrinos (s.u.).
3. Erklärung der kleinen Neutrinomassen im Vergleich zu den anderen Fermionen
(Majorana-Massenterme $\longrightarrow$ See-Saw-Mechanismus $\longleftrightarrow$ neue sehr schwere Neutrinos $\longleftrightarrow$ Grand Unified Theories)
4. Neutrinomischung führt zur Verletzung der Leptonflavour-erhaltung (wie bei den Quarks).

Da Neutrinos im Gegensatz zu den anderen fundamentalen Fermionen des Standardmodells elektrisch neutral sind, können massive Neutrinofelder entweder **Dirac-Spinoren** oder **Majorana-Spinoren** sein, was experimentell noch zu klären ist.

Dirac-Neutrinos:

4-komponentige Spinoren $(\nu_L^D, \bar{\nu}_R^D; \nu_R^D, \bar{\nu}_L^D)$
mit $\bar{\nu}_R^D = CPT(\nu_L^D)$ und $\bar{\nu}_L^D = CPT(\nu_R^D)$.

Majorana-Neutrinos:

2-komponentige Spinoren $(\nu_L^M; \nu_R^M)$ mit
 $\bar{\nu}_R^M = CPT(\nu_L^M) \equiv \nu_R$ und $\bar{\nu}_L^M = CPT(\nu_R^M) \equiv \nu_L$,
d.h. Majorana-Neutrinos sind mit ihren Antiteilchen identisch.

	Symbol	Masse	m_ν -Messung	Entdeckung
1	ν_e	$< 2.2(0.28) \text{ eV}$	Mainz (Troitsk)	Cowan, Reines 1956 (inverser β -Zerfall)
2	ν_μ	$< 190 \text{ keV}$	PSI Zürich	Ledermann, Schwartz, Steinberger 1962
3	ν_τ	$< 18.2 \text{ MeV}$	ALEPH (LEP)	DONUT Experiment (FNAL) 2001

2.4.1 Mechanismus der Neutrinooszillationen

Für massive Neutrinos gelten die gleichen Verhältnisse in Bezug auf die Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld wie für die Quarks:

Die Masseneigenzustände der Neutrinos sind im allgemeinen verschieden von ihren schwachen Eigenzuständen.

Die Massenmatrix ist nicht-diagonal für die schwachen Zustände.

(Das Gleiche gilt für die geladenen Leptonen, die bekanntlich stark unterschiedliche Massen besitzen.)

Die up- und die down-artigen Leptonzustände der schwachen Wechselwirkung (mit jeweils der gleichen elektrischen Ladung) sind jeweils durch eine **unitäre Transformation** mit ihren Masseneigenzuständen verbunden, die experimentell zu bestimmen ist.

Es gibt damit schwache CC-Übergänge zwischen den Massenzuständen in verschiedenen Generationen, also Mischung wie bei den Quarks.

Für die wechselwirkenden linkshändigen Neutrinozustände gibt es also die unitäre Transformation:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L = U_u \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu 1} & U_{\mu 2} & U_{\mu 3} \\ U_{\tau 1} & U_{\tau 2} & U_{\tau 3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L$$

mit den Masseneigenzuständen ν_i ($i = 1, \dots, 3$) und den schwachen Eigenzuständen ν_α ($\alpha = e, \mu, \tau$), d.h.

$$\begin{aligned} \nu_i &= \sum_{\alpha} U_{\alpha i}^* \nu_{\alpha} ; \quad \bar{\nu}_i = \sum_{\alpha} U_{\alpha i} \bar{\nu}_{\alpha} ; \\ \nu_{\alpha} &= \sum_i U_{\alpha i} \nu_i ; \quad \bar{\nu}_{\alpha} = \sum_i U_{\alpha i}^* \bar{\nu}_i . \end{aligned}$$

Die Folge sind, wie bei den neutralen Mesonen, zeitliche Oszillationen zwischen den mischenden Zuständen, die **Neutrino-Oszillationen**, ein typischer quantenmechanischer Effekt (Interferenz der verschiedenen Massenzustände).

(Zuerst: Bruno Pontecorvo, Moskau 1958: $\nu \leftrightarrow \bar{\nu}$.)

U_u ist die Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata-Mischungsmatrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \cdot \begin{pmatrix} e^{i\phi_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\phi_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Mit 3 Mischungswinkeln θ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3; i > j$),
 $c_{ij} = \cos \theta_{ij} > 0$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij} > 0$, dem CP-verletzenden
 Phasenfaktor $e^{i\delta}$ und zwei CP-verletzenden Majorana-Phasen
 ϕ_1 und ϕ_2 (im Fall von Majorana-Neutrinos $\bar{\nu}^M \equiv \nu^M$).

Die zeitliche Entwicklung eines Masseneigenzustands ist als
 Lösung der effektiven Schrödingergleichung (Grenzfall $|\vec{p}| \gg$
 m_i der Dirac-Gleichung) gegeben durch

$$\nu_i(t) = e^{-iE_i t} \nu_i(0) ,$$

$$\text{mit } E_i = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2} \stackrel{m_i \ll |\vec{p}|}{\approx} |\vec{p}| + \frac{1}{2} \frac{m_i^2}{|\vec{p}|} \stackrel{|\vec{p}| \approx E_\nu}{\approx} E_\nu + \frac{1}{2} \frac{m_i^2}{E_\nu} .$$

Damit erhält man für die zeitliche Entwicklung eines schwachen Eigenzustands zur Zeit $t = 0$,

$$\nu(0) = |\nu_\alpha\rangle = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i(0) \text{ , den Ausdruck}$$

$$\nu(t) = \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t} \nu_i(0) = \sum_i \sum_\beta U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-iE_i t} \nu_\beta \text{ .}$$

⇒ Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den schwachen Zuständen als Funktion der Zeit:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; t) &= |\langle \nu_\beta | \nu(t) \rangle|^2 \\ &= \sum_i |U_{\alpha i} U_{\beta i}^*|^2 + 2\operatorname{Re} \sum_{i,j (j>i)} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* U_{\alpha j}^* U_{\beta j} e^{-i\Delta_{ij}} \text{ ,} \end{aligned}$$

$$\text{mit } (L = ct) : \Delta_{ij} = (E_i - E_j)t \approx \frac{m_i^2 - m_j^2}{2E} t =: \frac{1}{2} \Delta m_{ij}^2 \frac{L}{E} \text{ .}$$

⇒ Oszillationen zwischen den schwachen Zuständen, falls **nicht alle** $\Delta m_{ij}^2 = 0$,

d.h. falls nicht alle Neutrinomassen gleich (entartet) bzw. speziell nicht alle $= 0$ sind.

(Sonst ist die Massenmatrix proportional zur Einheitsmatrix und bleibt daher invariant und diagonal bei allen Transformationen, also auch für die schwachen Zustände.)

Einfachster Fall: Mischung zwischen 2 Neutrino-Generationen:

1 Parameter der Mischungsmatrix: **Mischungswinkel θ** :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix},$$

und $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 \sim$ **Oszillationsfrequenz**.

Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind (CP ist erhalten):

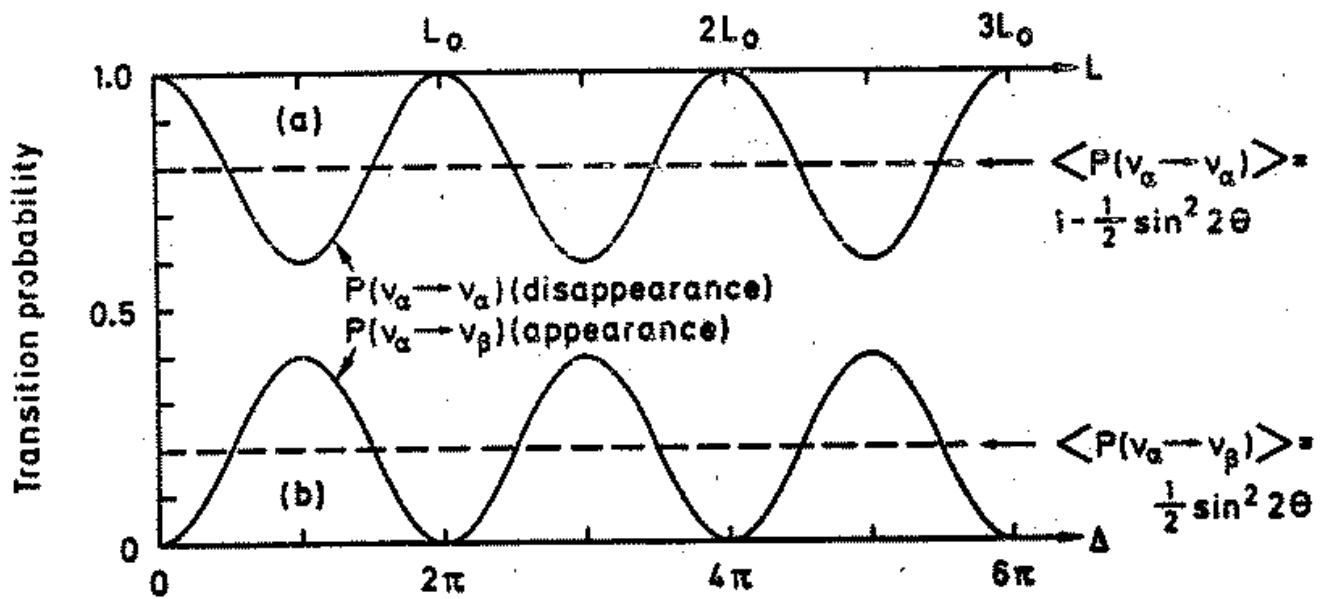
$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= \mathcal{P}(\nu_\mu \rightarrow \nu_\mu) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_e) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_\mu) \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{2} \text{ und} \\ \mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= \mathcal{P}(\nu_\mu \rightarrow \nu_e) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e) \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{2} = 1 - \mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_e), \end{aligned}$$

mit $\Delta = \frac{\Delta m^2}{2} \frac{L}{E}$; Oszillationslänge $L_0 = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$.

Zwei Parameter: **Oszillationsfrequenz $\Delta m^2/2E_\nu$** .
Oszillationsamplitude $\sin^2 2\theta$.

Für 3 Generationen: Parametrisierung der komplexen Mischungsmatrix U_u wie CKM-Matrix. Es ist dann auch CP-Verletzung möglich, d.h. $\mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \neq \mathcal{P}(\bar{\nu}_e \rightarrow \bar{\nu}_\mu)$.

Aber $\mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) \equiv \mathcal{P}(\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e)$ wegen CPT-Erhaltung.



$$\Delta = \frac{\delta m^2}{2} \frac{L}{E}$$

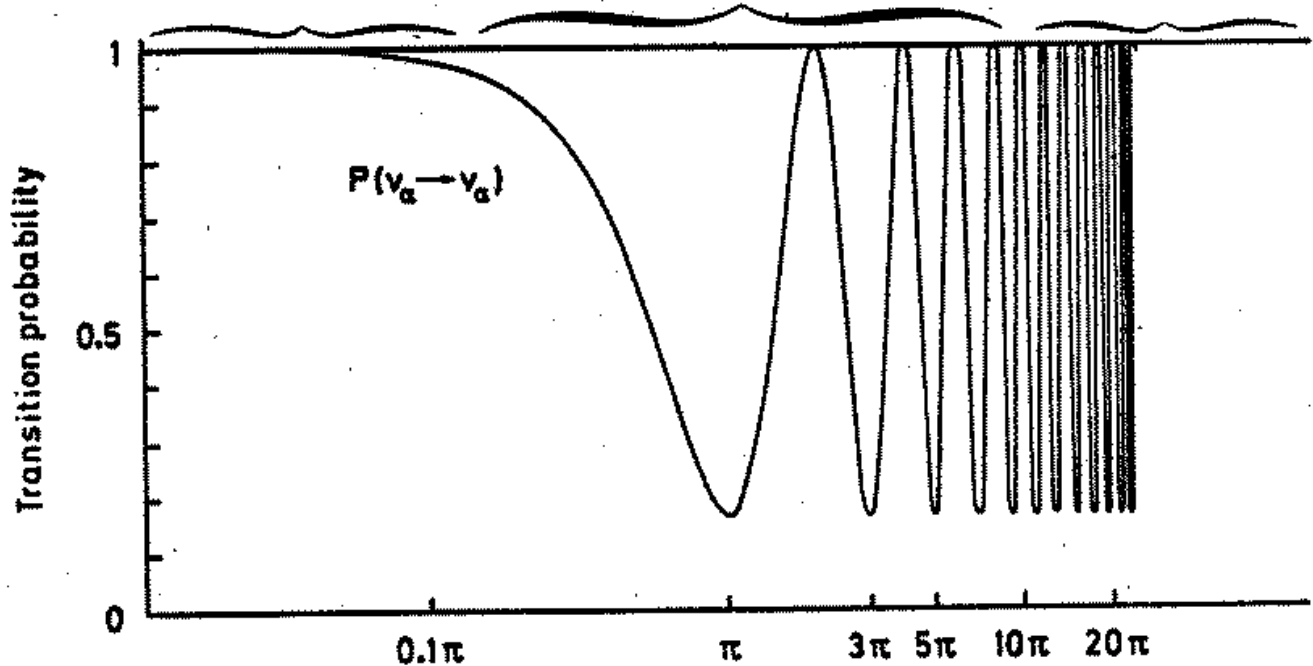
$$f. \sin^2 2\theta = 0.4$$

Grenze der Sensitivität f. $\delta m^2 < \frac{E}{L}$

(a) $\frac{L}{E} \ll \frac{1}{\delta m^2}$

(b) $\frac{L}{E} \sim \frac{1}{\delta m^2}$

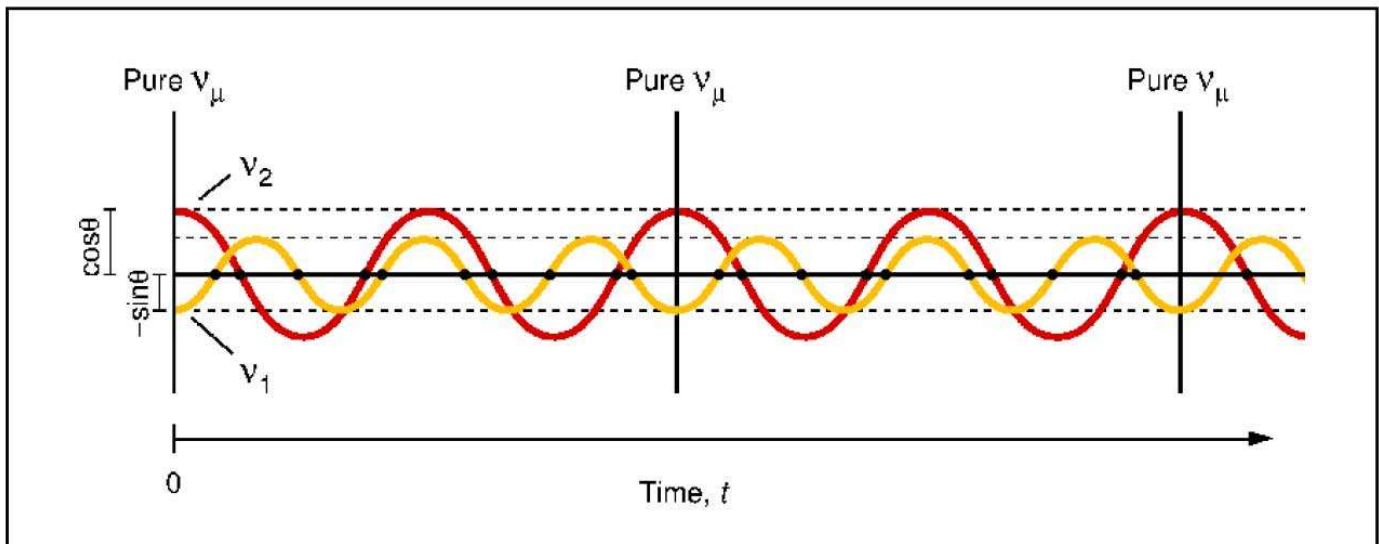
(c) $\frac{L}{E} \gg \frac{1}{\delta m^2}$



log $\Delta = \frac{\delta m^2}{2} \frac{L}{E}$

$$\sin^2 2\theta = 0.83$$

Laufzeitunterschiede wegen der unterschiedlichen Massen der Masseneigenzustände bei gleicher Energie führen zu zeitlichen Oszillationen zwischen den Neutrino flavours, wobei die Oszillationsfrequenz von der Massendifferenz abhängt.



Wegen der kleinen ν -Massen und der damit kleinen Massendifferenzen sind ν -Oszillationen im Prinzip beobachtbar im Gegensatz zu den geladenen Leptonen und den Quarks. Kohärente Superposition der Neutrinomasseneigenzustände tritt nur auf, da die Impulsauflösung nicht ausreicht, um die kleinen Neutrinomassen zu unterscheiden.

Die Kohärenzlänge für Neutrinowellen ist sehr lang wegen der kleinen Geschwindigkeitsunterschiede der Masseneigenzustände.

Bei den Quarks und den geladenen Leptonen sind keine Oszillationen beobachtbar, da die experimentelle Unterscheidung der Flavour- und damit Masseneigenzustände ihre quantenmechanische Interferenz zerstört: die Ortsunschärfe

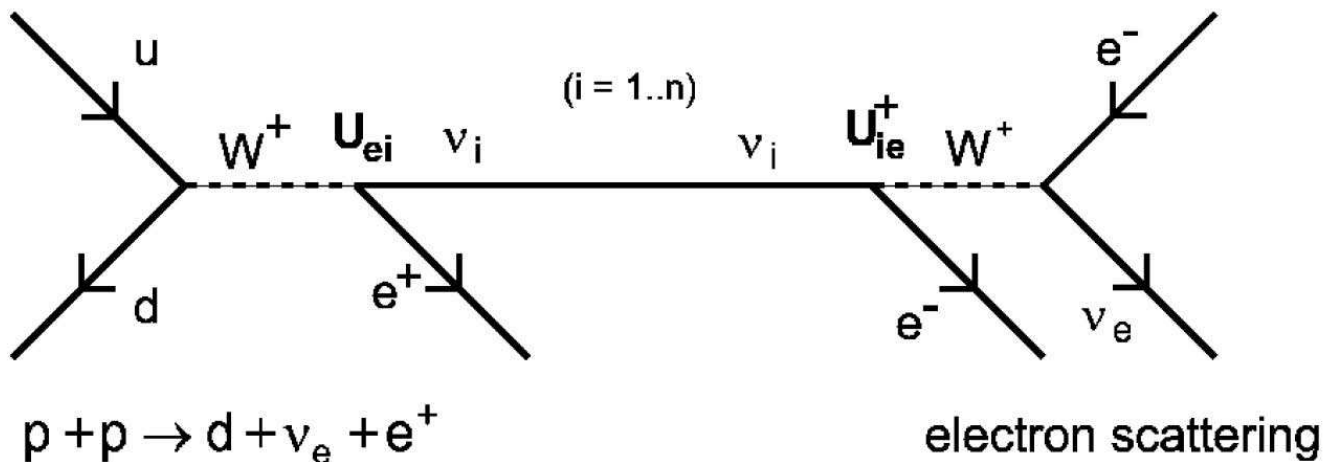
$$\Delta x > \frac{1}{\Delta p} > \frac{1}{|p_i - p_j|} \approx \frac{2E}{|m_i^2 - m_j^2|} \approx L_0^{ij},$$

die nach der Unschärferelation mit der Impulsauflösung $\Delta p < |p_i - p_j|$ (notwendig zur Trennung der Masseneigenzustände i, j) verbunden ist, ist größer als die Oszillationslänge (kurz wegen der relativ großen Massendifferenzen zwischen den Quarks).

2.4.2 Suche nach Neutrino-Oszillationen

2.4.2.1 Experimentelle Methoden

Typisches Neutrino-Oszillationsexperiment:



1. ν -Quelle erzeugt bekannten flavour ν_α bei $t = 0$.
2. ν -Detektor untersucht den Zustand
 $\nu(t) = \sum_{i,\beta} U_{\alpha i} U_{\beta i}^* e^{-iE_i t} |\nu_\beta\rangle$ bei $t = L/c$:
Messung der ν -flavour-Anteile (Projektion) und der Energie der ν -flavours.

Zwei Klassen von Experimenten:

1. Disappearance-Experimente

Nachweis des **gleichen** Neutrino flavours ν_α im Detektor, wie in der Quelle erzeugt.

Messung des ν_α -Neutrino fluxes (=Neutrino rate/Flächeneinheit) im Detektor bei bestimmter Energie (Neutrinoenergiespektrum):

Überlebenswahrscheinlichkeit $\mathcal{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha; L)$

bzw.

Wahrscheinlichkeit für das **Verschwinden** von ν_α , d.h. Umwandlung in einen nichtidentifizierten anderen flavour ν_X :

$$\mathcal{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_X \neq \nu_\alpha; L) \equiv 1 - \mathcal{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\alpha; L)$$

Die Messung verlangt

- genaue Kenntnis des Neutrino fluxes an der Quelle oder
- Messung des Neutrino fluxes in mehreren Abständen zur Quelle.

2. Appearance-Experimente

Nachweis eines **anderen** Neutrino flavours $\nu_\beta \neq \nu_\alpha$ im Detektor, als in der Quelle erzeugt.

Messung der

Wahrscheinlichkeit für das **Erscheinen** eines neuen flavours ν_β : $\mathcal{P}(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta; L)$.

Die Messung verlangt

- eine geringe Verunreinigung der Quelle mit ν_β oder
- die genaue Kenntnis der ν -flavour-Zusammensetzung der Quelle.

Experimentelle Empfindlichkeit für ν -Oszillationen:

Entscheidend ist der Oszillationsterm (für jede Oszillationskomponente):

$$S := \sin^2 \frac{\Delta}{2} = \sin^2 \left[\frac{\Delta m^2}{4} \frac{L}{E} \right]$$

Drei Bereiche können unterschieden werden:

- a) $S \approx 0$ für $\frac{L}{E} \ll \frac{4}{\Delta m^2}$ oder $L \ll L_0 = \frac{4\pi E}{\Delta m^2}$
 $\implies$ keine Sensitivität für Neutrino-Oszillationen
- b) $\implies$ Bedingung für Sensitivität:

$$\frac{L \text{ [m]}}{E \text{ [MeV]}} \geq \frac{1}{\Delta m^2 \text{ [eV}^2\text{]}}$$

oder minimale noch nachweisbare Massenquadratdifferenz

$$\Delta m_{\min}^2 \approx \frac{E \text{ [MeV]}}{L \text{ [m]}} \text{ eV}^2$$

$\implies$ große Abstände L Quelle–Detektor und kleine ν -Energie erhöhen die Sensitivität für kleine Massendifferenzen.

Aber: der ν -Fluß nimmt mit der Entfernung von der Quelle (isotrop oder divergenter Strahl) ab.

c) Falls $\frac{L}{E} \gg \frac{4}{\Delta m^2}$, d.h. $L \gg L_0$

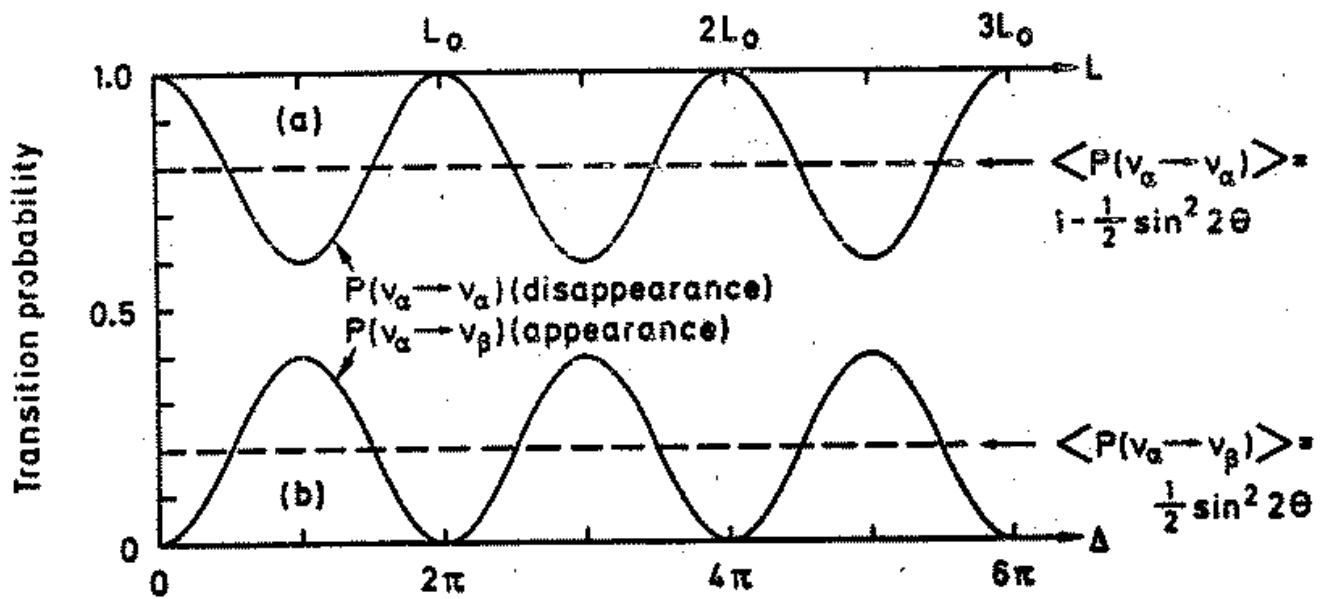
$\implies$ viele Oszillationen zwischen Quelle und Detektor

$\implies \frac{L}{E}$ muß sehr genau gemessen werden, um die Oszillationen auflösen zu können, oder man kann nur die mittleren Übergangswahrscheinlichkeiten

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{P}(\alpha \rightarrow \beta) \rangle &= 1 - \frac{1}{2} \sin^2 \theta \text{ bzw.} \\ \langle \mathcal{P}(\alpha \rightarrow \beta \neq \alpha) \rangle &= \frac{1}{2} \sin^2 \theta\end{aligned}$$

messen, d.h. nur die Amplitude (θ) und nicht die Frequenz ($\sim \Delta m^2$) der Oszillationen.

Das Verhältnis $\frac{L}{E}$ bestimmt die Sensitivität der Experimente für die Messung kleiner Δm^2 .



$$\Delta = \frac{\delta m^2}{2} \frac{L}{E}$$

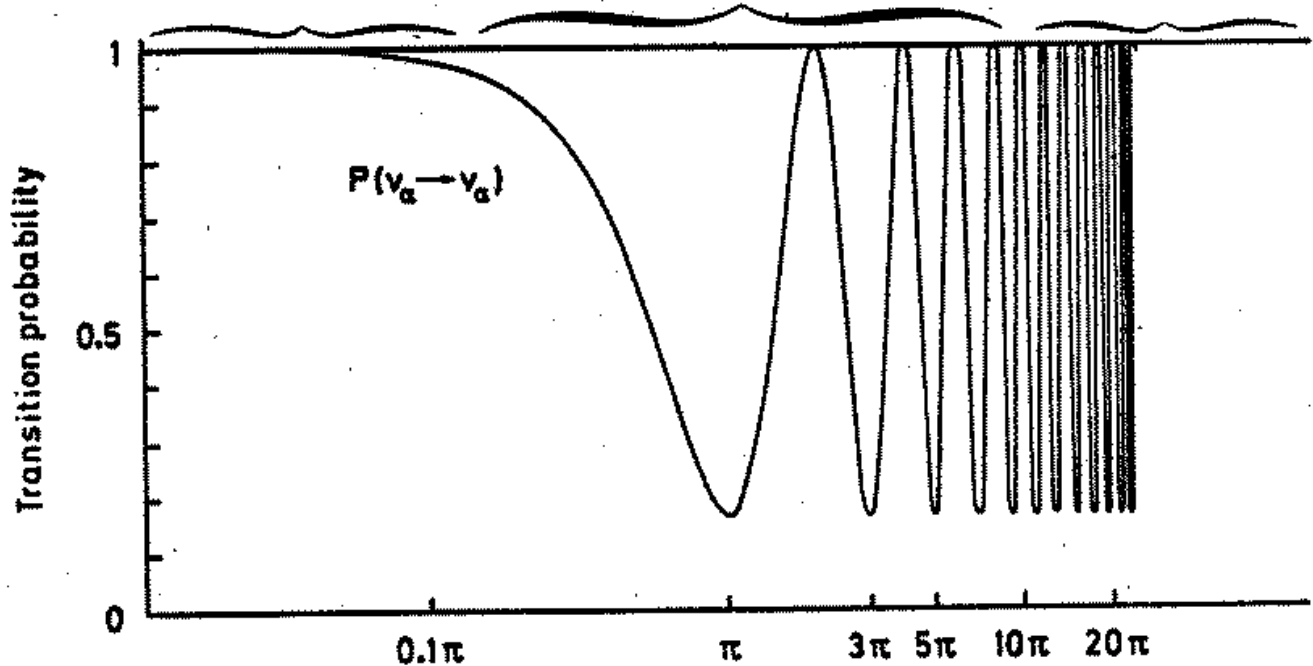
$$f. \sin^2 2\theta = 0.4$$

Grenze der Sensitivität f. $\delta m^2 < \frac{E}{L}$

(a) $\frac{L}{E} \ll \frac{1}{\delta m^2}$

(b) $\frac{L}{E} \sim \frac{1}{\delta m^2}$

(c) $\frac{L}{E} \gg \frac{1}{\delta m^2}$



log $\Delta = \frac{\delta m^2}{2} \frac{L}{E}$

$$\sin^2 2\theta = 0.83$$

ν -Quelle	ν -Arten der Quelle	E -Bereich [MeV]	L -Bereich [m]	L/E -Bereich [m/MeV]	$\delta m_{\min}^2$ [eV ²]
Reaktor	$\bar{\nu}_e$	1-10	10-10 ²	1-10 ²	10 ⁻²
Hochenergie- Beschleuniger	$\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$	10 ³ -10 ⁵	(a) 10 ² -10 ³ (b) 10 ⁴ -10 ⁷	10 ⁻³ - 1 10 ⁻¹ - 10 ⁴	1 10 ⁻⁴
Niederenergie- Beschleuniger	$\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu$	10-10 ²	10-10 ²	10 ⁻¹ - 10	10 ⁻¹
Atmosphäre	$\nu_\mu, \bar{\nu}_\mu, \nu_e, \bar{\nu}_e$	10 ² -10 ⁴	10 ⁴ -10 ⁷	1 - 10 ⁵	10 ⁻⁵
Sonne	ν_e	10 ⁻¹ -10	10 ¹¹	10 ¹⁰ - 10 ¹²	10 ⁻¹²

(a) kurze Grundlinie, (b) lange Grundlinie L

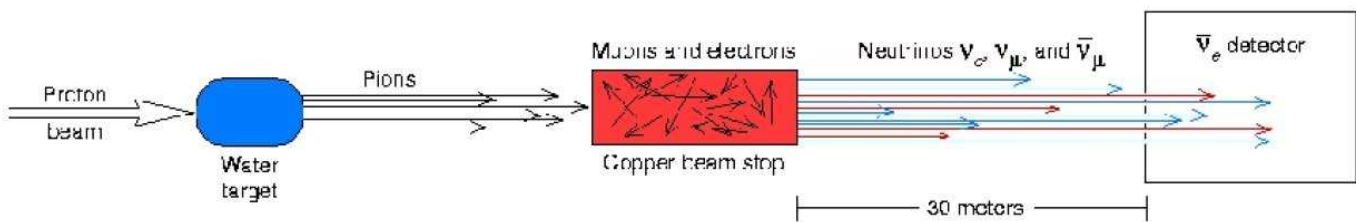
2.4.2.2 Neutrinostrahlen an Reaktoren und Beschleunigern

Kernreaktoren: $\bar{\nu}_e$ aus den β^- -Zerfällen der Spaltprodukte.

Beschleuniger: Schwache $\pi, K \rightarrow \mu \nu_\mu, e \nu_e$ Zerfälle bei Protonreaktionen mit Kernen in einem Target.

Nachweisreaktion: inverser β -Zerfall:

- $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ mit $e^+ e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (prompte Photonen) und Neutroneneinfang $n + p \rightarrow d + \gamma(2.2 \text{ MeV})$ oder $n + Gd \rightarrow Gd^* \rightarrow Gd + \gamma(8 \text{ MeV})$ (verzögerte Photonen).
- $\nu_{e,\mu,\tau} + N \rightarrow (e^-, \mu^-, \tau^-) + \text{Hadronen}$.



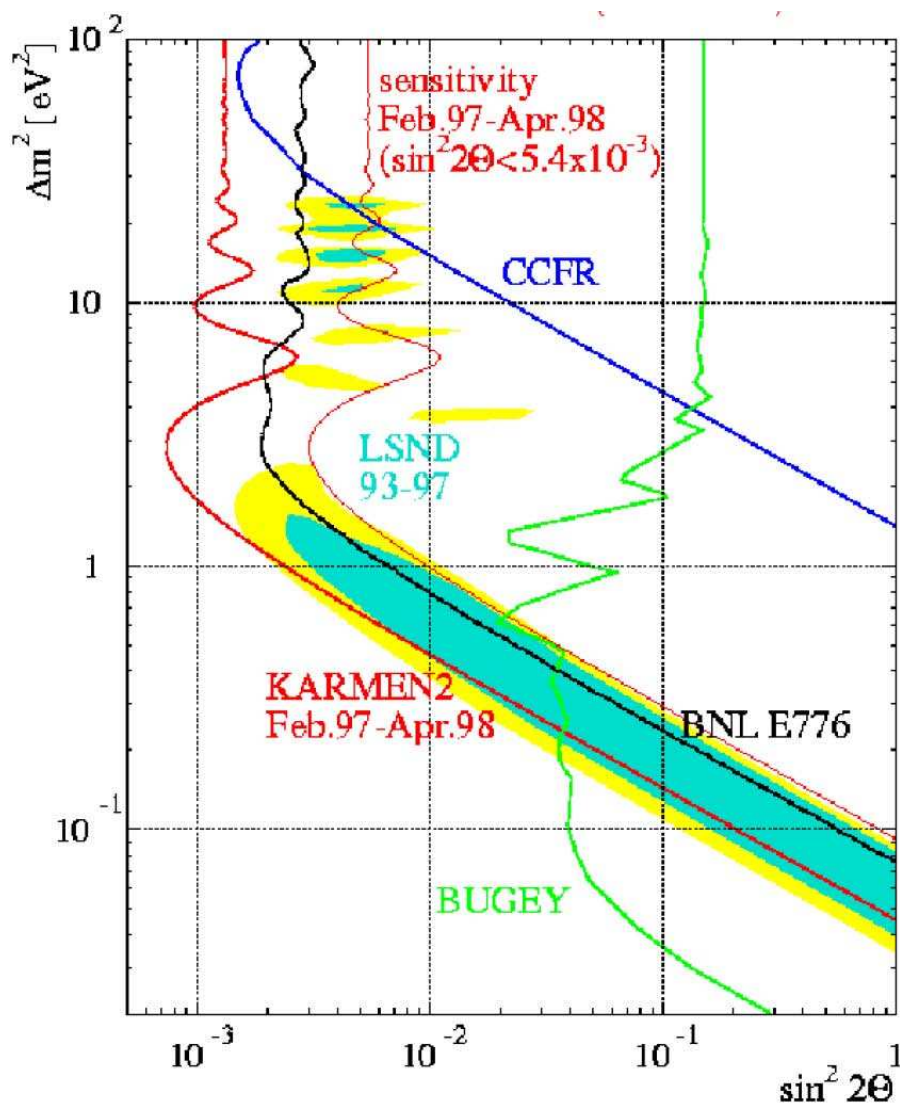
Überwiegend ν_e -disappearance-Experimente.
Andernfalls μ - bzw. τ -Nachweis notwendig.

Ergebnisse:

1. Umstrittener Hinweis vom **LSND-Experiment** am LAMPF 780 MeV p-Linac in Los Alamos ($L = 30$ m) für $\bar{\nu}_\mu \rightarrow \bar{\nu}_e$ und $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ Oszillationen.

Teilweise ausgeschlossen durch das **KARMEN-Experiment** am 800 MeV Protonenbeschleuniger für die Spallationsneutronenquelle ISIS am RAL bei London ($L = 28$ m).

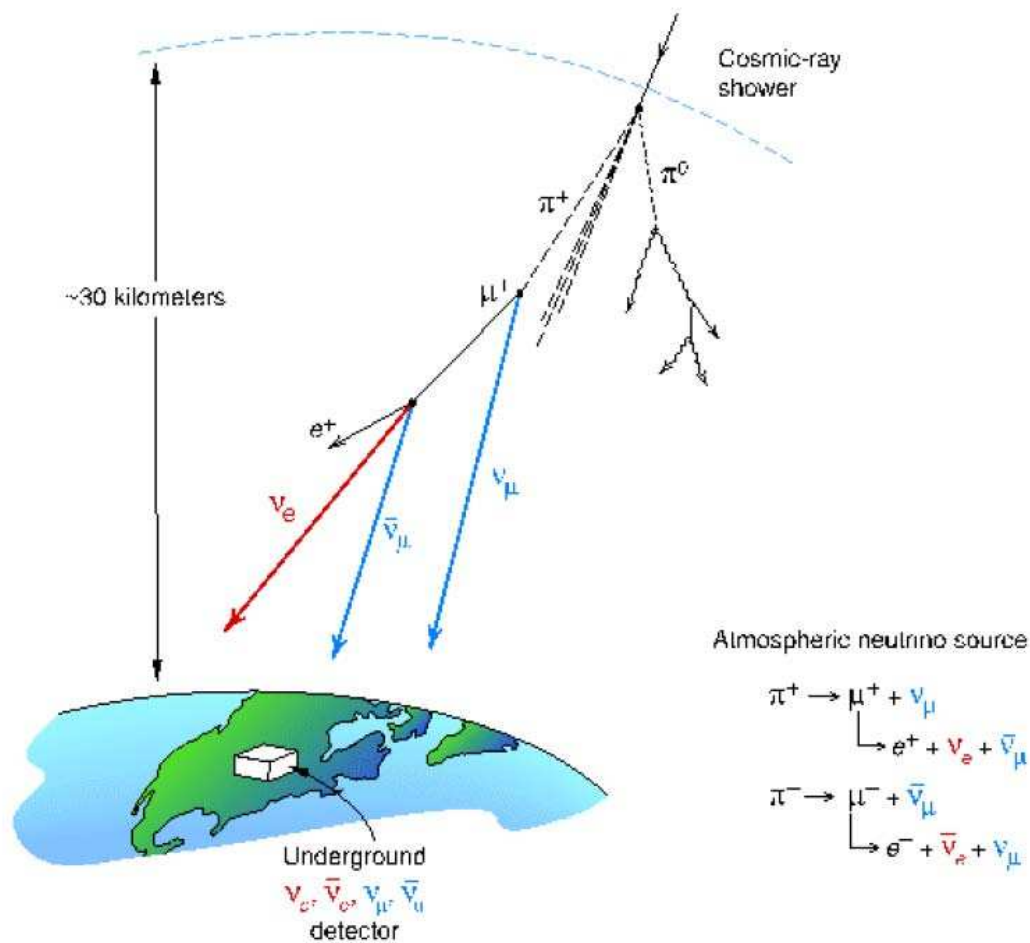
Ausschlußgebiete in der $\Delta m^2 - \sin^2 2\theta$ -Ebene:



2. Bestätigung atmosphärischer Neutrinooszillationen durch das **K2K-Experiment** in Japan (s.u.).
3. Bestätigung solarer Neutrinooszillationen durch das **KamLAND-Experiment** in Japan (s.u.).

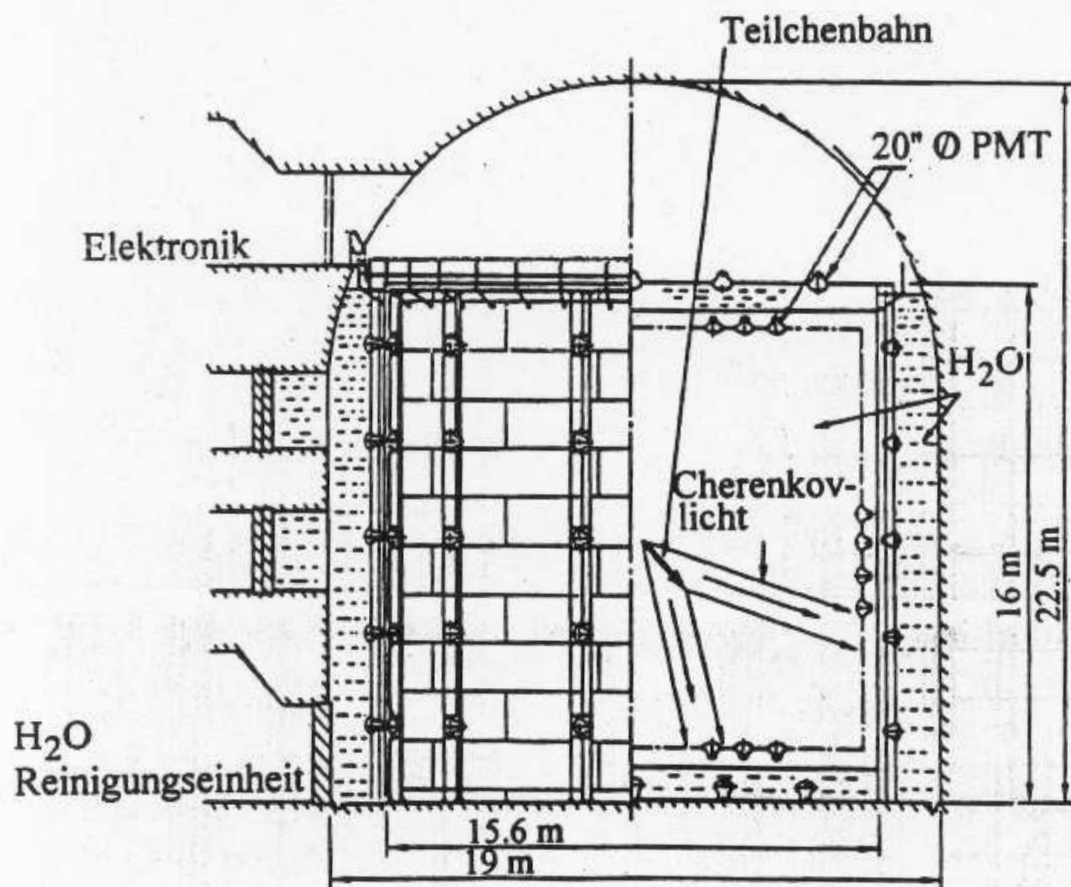
2.4.2.3 Atmosphärische Neutrinos

Neutrinos aus schwachen Zerfällen von Pionen und Kaonen, die durch die Wechselwirkung hochenergetischer kosmischer Strahlung (99% Protonen) in der Erdatmosphäre in **Teilchenschauern** erzeugt werden.



Superkamiokande-Experiment 1998:

Neutrino-flavour-Nachweis im inversen β -Zerfall durch Nachweis des Čerenkov-Lichtkegels der produzierten $e^\pm$, $\mu^\pm$ (und evtl. $\tau^\pm$?) in einem 50000 Tonnen-Wassertank, abgeschirmt gegenüber Hintergrundstrahlung in 1000 m Tiefe im Kamioka-Bergwerk bei Tokio.



Defizit an ν_μ ($\bar{\nu}_\mu$) gegenüber ν_e ($\bar{\nu}_e$) beobachtet, insbesondere in der Blickrichtung nach unten!

Messungen des Verhältnisses $R = (\mu/e)_{\text{mes}}/(\mu/e)_{\text{MC}}$ von gemessenem ν_μ/ν_e -Verhältnis zum von Monte Carlo-Rechnungen vorhergesagten ν_μ/ν_e -Verhältnis, zusammen mit der Detektormasse und der Luminosität = Targetmasse (in kt) · Beobachtungszeit (in Jahren). Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch.

Superkamiokande ^{sub:} $0.63 \pm 0.03 \pm 0.05$ ^{multi:} $0.65 \pm 0.05 \pm 0.08$ ^{a)} 50 kt Juni 1998

Detektor	R	Masse (kt)	Luminosität (kt · J)	Ref.
Kamiokande	^{sub:} $0.60 \pm 0.06 \pm 0.05$ ^{multi:} $0.57 \pm 0.08 \pm 0.07^a)$	4.5	7.7	[Hir92] [Fuk94a]
IMB	$0.54 \pm 0.05 \pm 0.12$	8.0	7.7	[Bec92]
Soudan 2	$0.64 \pm 0.17 \pm 0.09$	1.0	1.0	[Goo95]
Frejus	$0.99 \pm 0.13 \pm 0.08$	0.9	2.0	[Ber90]
NUSEX	$0.96 \pm \begin{smallmatrix} 0.32 \\ 0.28 \end{smallmatrix}$	0.15	0.74	[Agl89]

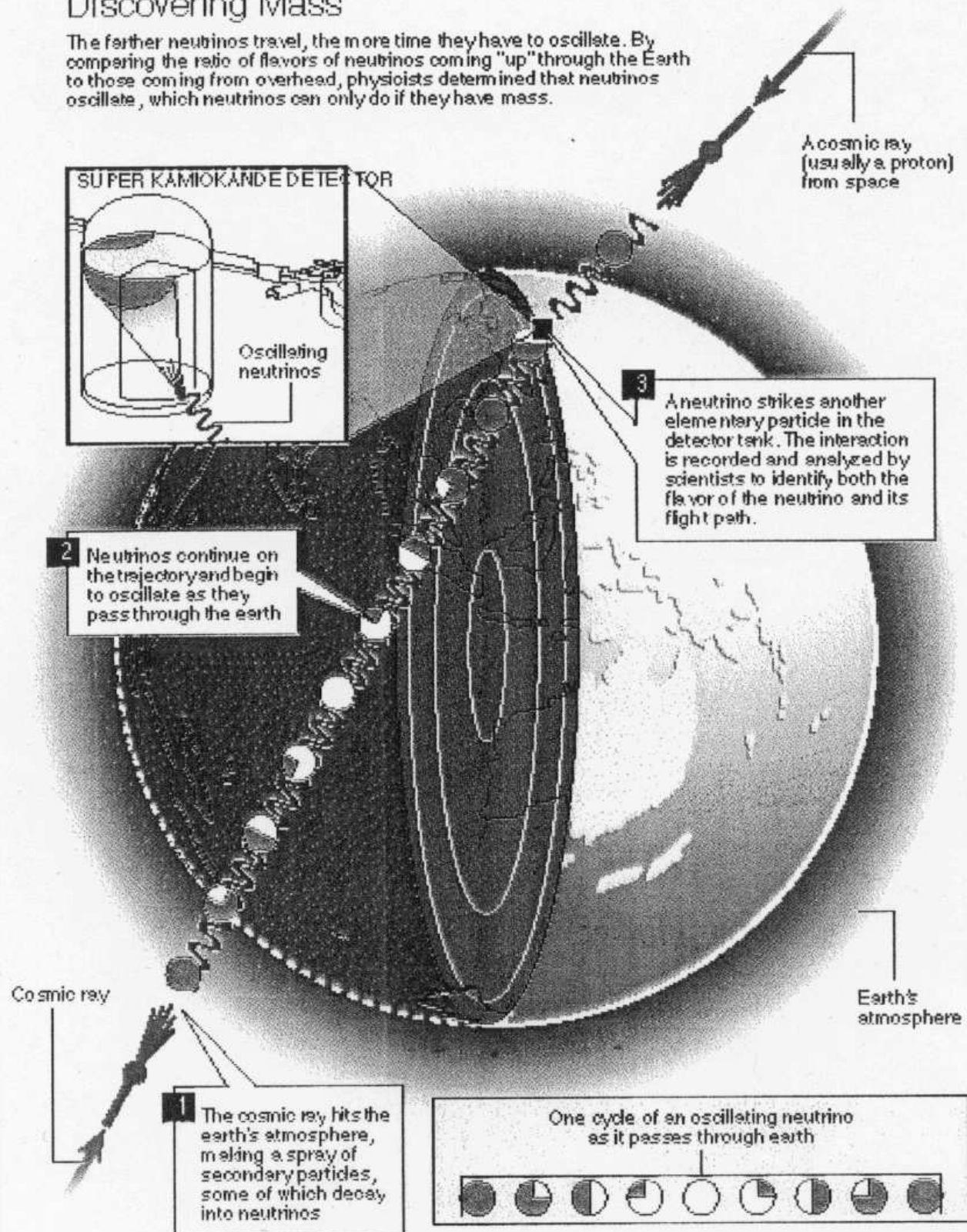
a) $\langle E_\nu \rangle \approx 7 \text{ GeV}$

$$\langle R \rangle = 0.61 \pm 0.06 \quad (1998)$$

Einzige Interpretation durch Neutrino-Oszillationen $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ oder $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ beim Durchtritt durch die Erdkugel ($L_o = 10^4 \text{ km}$).

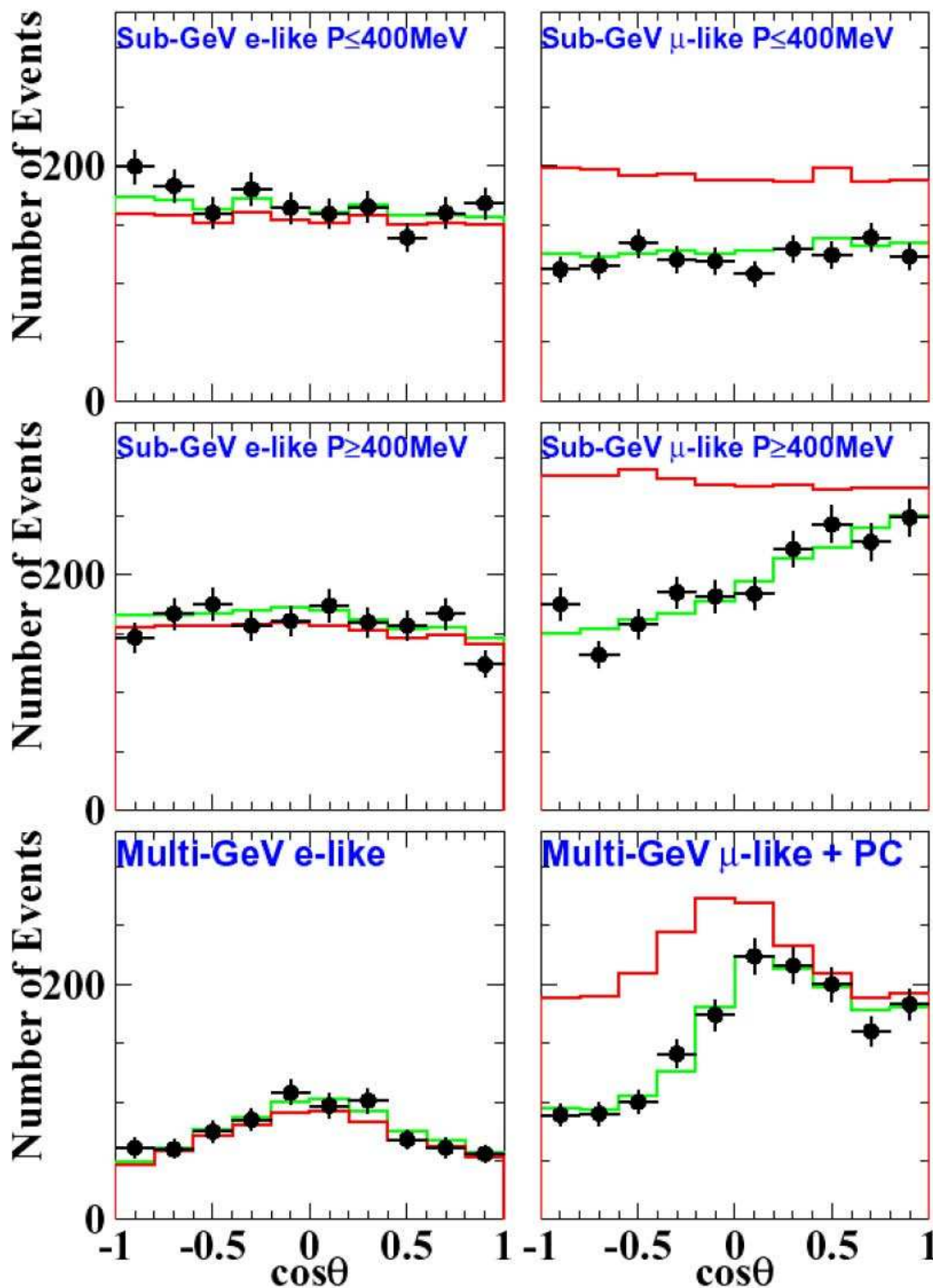
Discovering Mass

The farther neutrinos travel, the more time they have to oscillate. By comparing the ratio of flavors of neutrinos coming "up" through the Earth to those coming from overhead, physicists determined that neutrinos oscillate, which neutrinos can only do if they have mass.



University of Hawaii media graphic

Atmosphärische ν_e - und ν_μ -Raten in Superkamiokande in Abhängigkeit vom Eintrittswinkel θ (Zenitwinkel) der Neutrinos zur vertikal nach oben zeigenden Achse ($\cos \theta > 0$: ν von oben, $\cos \theta < 0$: ν von unten):



Vorhersage ohne Oszillation

Vorhersage mit Oszillation

2.4.2.4 Solares Neutrino-Defizit

Elektronenneutrinos ν_e aus der thermonuklearen Fusion im Sonnenzentrum.

Bei der berechneten Temperatur von $T = 15.6 \cdot 10^6$ K im Zentrum der Sonne (Sonnenmodelle) werden 98.4% der Sonnenenergie durch Proton-Proton-Fusion erzeugt, mit der Summenreaktion:



mit $2 < E_\nu <= 0.59$ MeV (2% der Energieerzeugung) und $0.1 < E_\nu < 20$ MeV.

(Die übrigen 1.6% der Energieerzeugung erfolgen nach dem Bethe-Weizsäcker- oder CNO-Zyklus.)

Der Nachweis der Sonnenneutrinos dient zur

1. Prüfung des Sonnenmodells (Standard Solar Model, SSM),

das die Temperaturverteilung in der Sonne und damit die Neutrinoflußspektren vorhersagt.

Nach den SSM ist

- der gesamte ν_e -Fluß von der Sonne: $1.87 \cdot 10^{38} \text{ s}^{-1}$,
- die ν_e -Flußdichte auf der Erde: $6.6 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$.

Die Modelle sind in guter Übereinstimmung mit den Messungen der Oszillationsanregungen der Sonne (Helioseismologie).

Ursprüngliche Motivation:

Neutrinos liefern direkte, instantane Information über die Fusionsprozesse im Sonnenzentrum.

Die Temperatur $T_{\odot}$ im Sonnenzentrum bestimmt die Rate der thermonuklearen Fusion und damit den ν_e -Fluß von der Sonne.

(Photonen brauchen ca. 1 Million Jahre, um vom Zentrum an die Sonnenoberfläche und damit zur Erde zu kommen aufgrund der starken Streuung, Absorption und Reemission in der dichten Sonnenatmosphäre.)

2. Suche nach Neutrino-Oszillationen

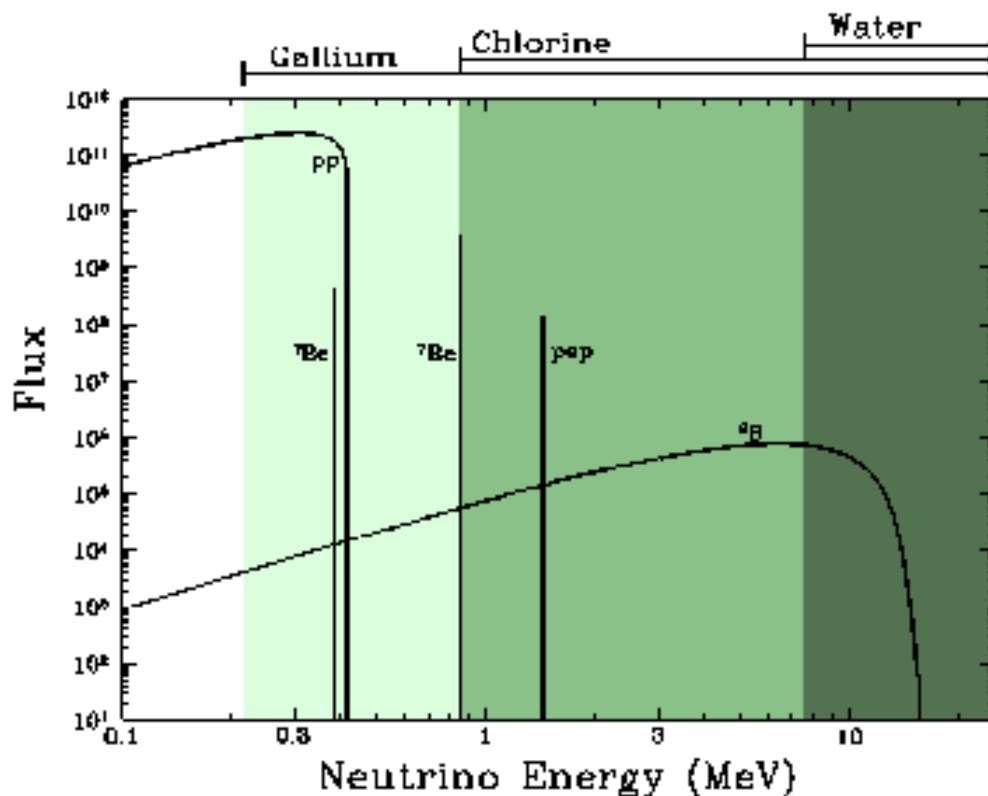
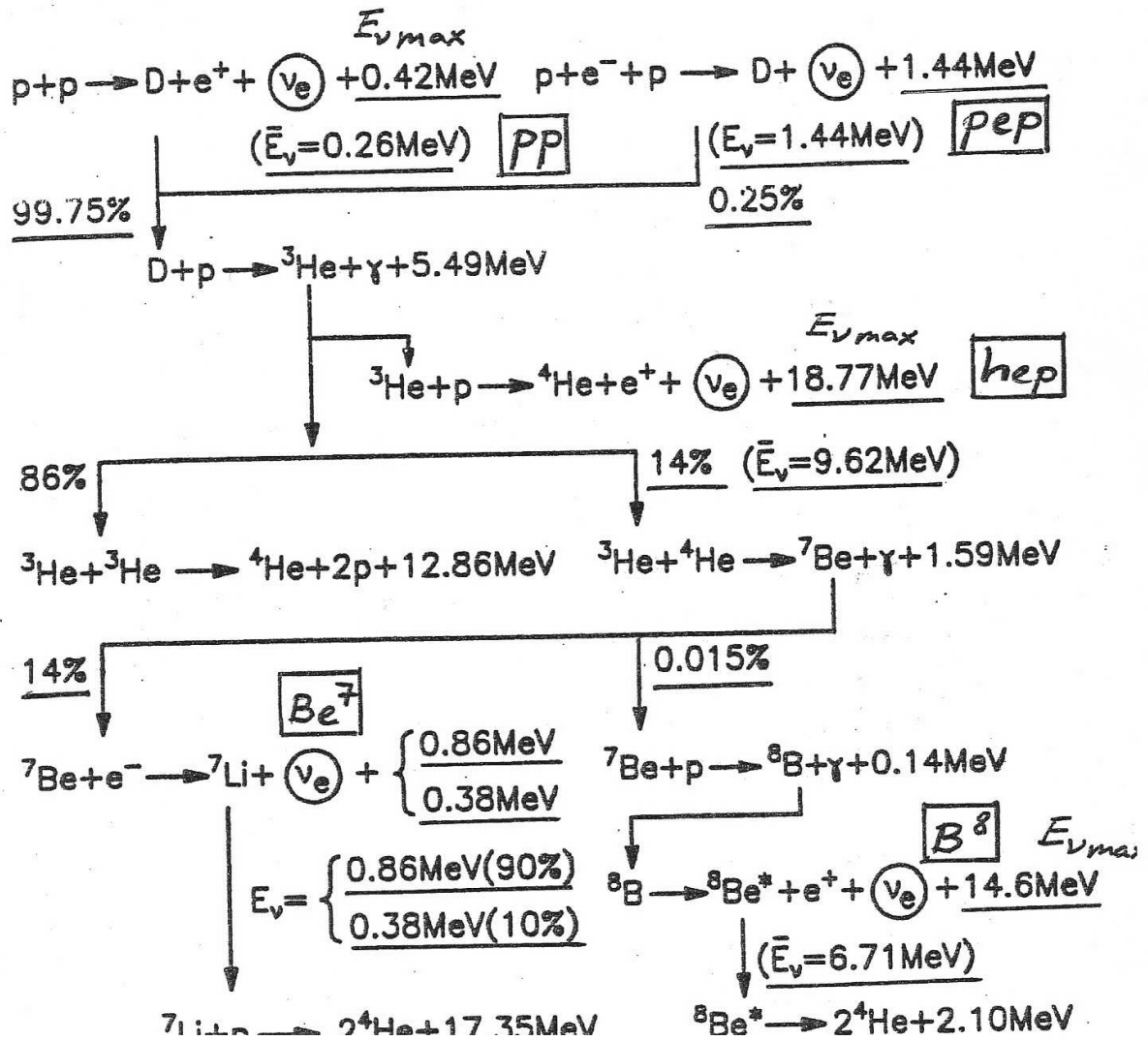
Gute Bedingungen für die Suche:

- Sehr niedrige Neutrinoenergie E_{ν} .
- Sehr große Abstände Quelle–Detektor:

$L = 7 \cdot 10^5$ km innerhalb der Sonnenmaterie
+ $1.5 \cdot 10^8$ km (=1 AE) Sonne–Erde (im Vakuum).

$$\implies \Delta m_{\min}^2 \approx \frac{E_{\nu}[\text{MeV}]}{L[\text{m}]} \text{ eV}^2 \approx 10^{-12} \text{ eV}^2.$$

pp-Kette

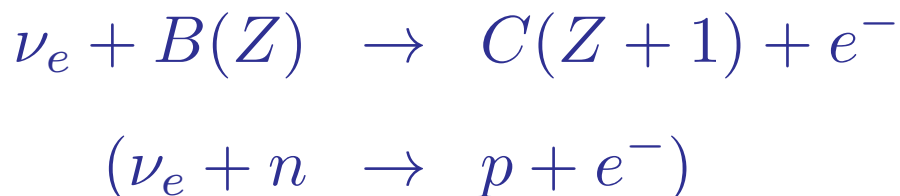


Nachweismethoden für Sonnenneutrinos:

1. Radiochemische Messungen

in Untergrundexperimenten zur Abschirmung gegen kosmische Strahlung.

ν_e -Einfang durch inversen β -Zerfall durch Targetkerne nach der allgemeinen Reaktion:



mit dem anschließenden Zerfall für den Nachweis



durch Elektroneinfang aus der Atomhülle mit anschließender Emission eines Photons oder Auger-Elektrons beim Auffüllen des Lochs, die mit einem Proportionalzählrohr nachgewiesen werden kann (einschließlich der Messung der Energie),

d.h. der Detektor besteht aus einem großen Targettank mit $B(Z)$ -Kernen.

Die Lebensdauer der der Zerfälle darf weder zu lang noch zu kurz sein, so daß nur zwei Targetkerne in Frage kommen: Cl^{37} und Ga^{71} (teuer, aus Rußland) mit unterschiedlichen Schwellenenergien für den Neutrinoeinfang und damit unterschiedlicher Sensitivität für die Komponenten des solaren Neutrinospektrums.

2. Realzeitmessungen

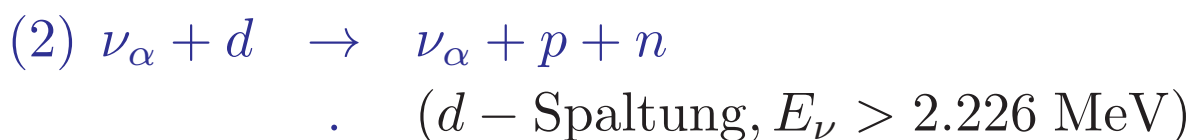
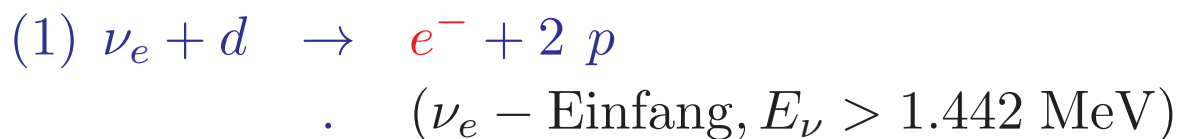
in Untergrundexperimenten zur Abschirmung gegen kosmische Strahlung

unter Benutzung der Neutrinoreaktionen:

- (a) Elastische Streuung $\nu_\alpha e^- \rightarrow \nu_\alpha e^-$
bei der das Elektron Energie und Richtung des ν_α angibt (Vorwärtsstreuung).

Experimente: (Super-) Kamiokande, SNO, Borexino.

- (b) Neutrinoeinfang durch Deuteronen (hoher Reaktionsquerschnitt, 10-fach höhere Reaktionsrate als für elastische Streuung $\nu e \rightarrow \nu e$):



Durch Vergleich beider Reaktionsraten erhält man Information über das Verhältnis der Neutrinoflüsse ν_e/ν_α .

Anwendung beim SNO-Experiment (Sudbury Neutrino Observatory) in einem Nickelbergwerk in Sudbury, Kanada, das sich in sehr großer Tiefe von **6000 m** **Wasseräquivalent WE** mit einer Targetmasse von **1000 Tonnen D₂O** zur Zeit in Betrieb befindet.

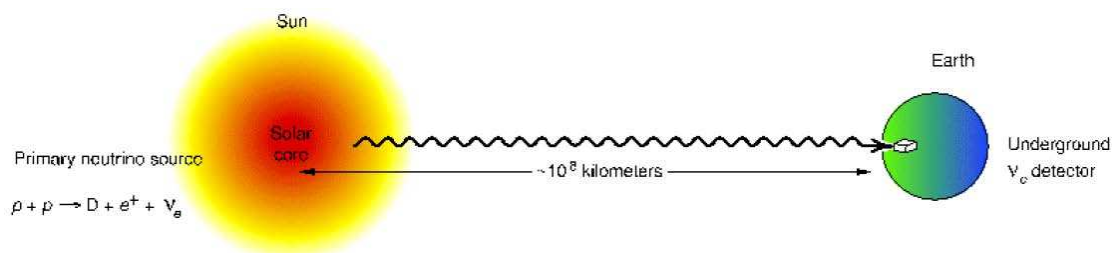
Von 1970 bis 1994 wurde das **Homestake-Experiment** in einem Goldbergwerk in South Dakota betrieben mit der Reaktion $\nu_e + Cl^{37} \rightarrow Ar^{37} + e^-$:

Nur $\sim 50\%$ der ν_e von den Fusionsreaktionen im Zentrum der Sonne wurden beobachtet im Vergleich zur Vorhersage der Sonnenmodelle: Solares Neutrinodefizit.

Bestätigt durch die Experimente **SAGE** im Baksan-Tunnel im Kaukasus und **GALLEX** im Gran Sasso-Tunnel bei Rom (mit $\nu_e + Ga^{71} \rightarrow Ge^{71} + e^-$) sowie durch das **(Super-) Kamiokande-Experiment** (elastische Streuung $\nu_\alpha e^- \rightarrow \nu_\alpha e^-$ mit $\sigma(\nu_{\mu,\tau} e^-) \approx \frac{1}{6} \cdot \sigma(\nu_e e^-)$, 8000 ν -Reaktionen/Jahr).

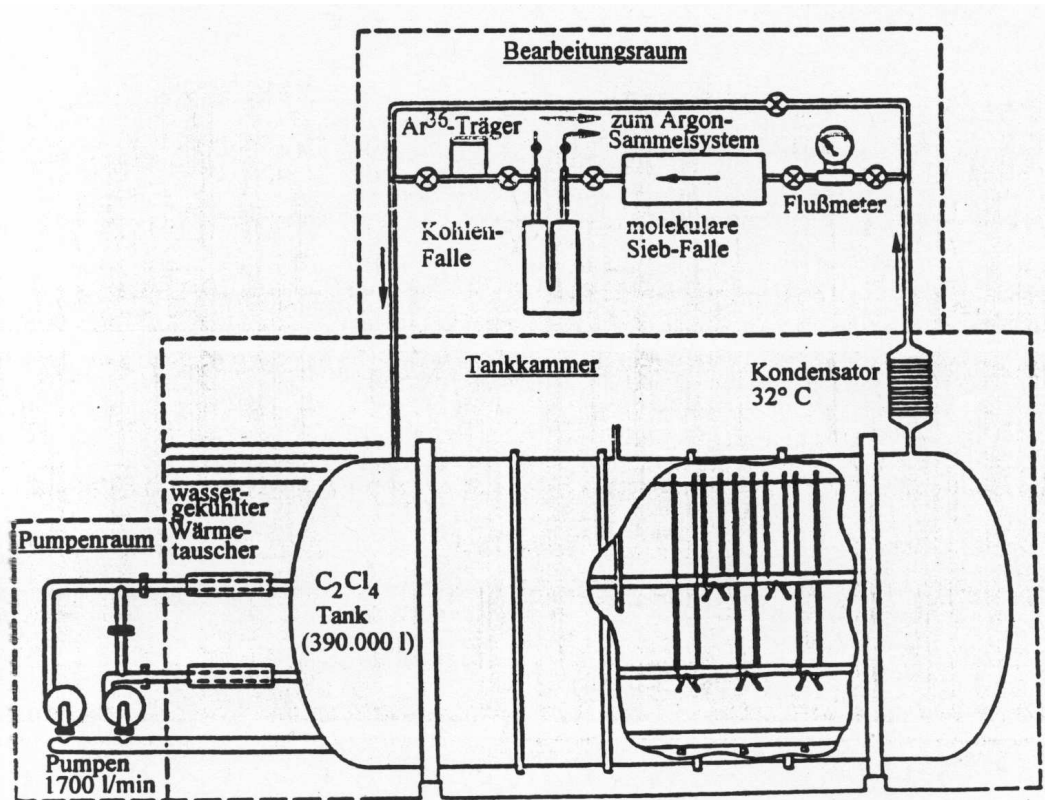
Erklärung:

Neutrino-Oszillationen $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ von der Sonne zur Erde (im Vakuum) oder innerhalb der Sonne durch **Resonanzverstärkung** in der Sonnenmaterie durch den **Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein- oder MSW-Effekt** (1985; unterschiedliche Streuung von ν_e und ν_μ in der Sonnenmaterie mit nach außen abnehmender Dichte).



Nobelpreise 2002 an R. Davis (Homestake-Exp.) und M. Koshiba (Kamiokande-Exp.).

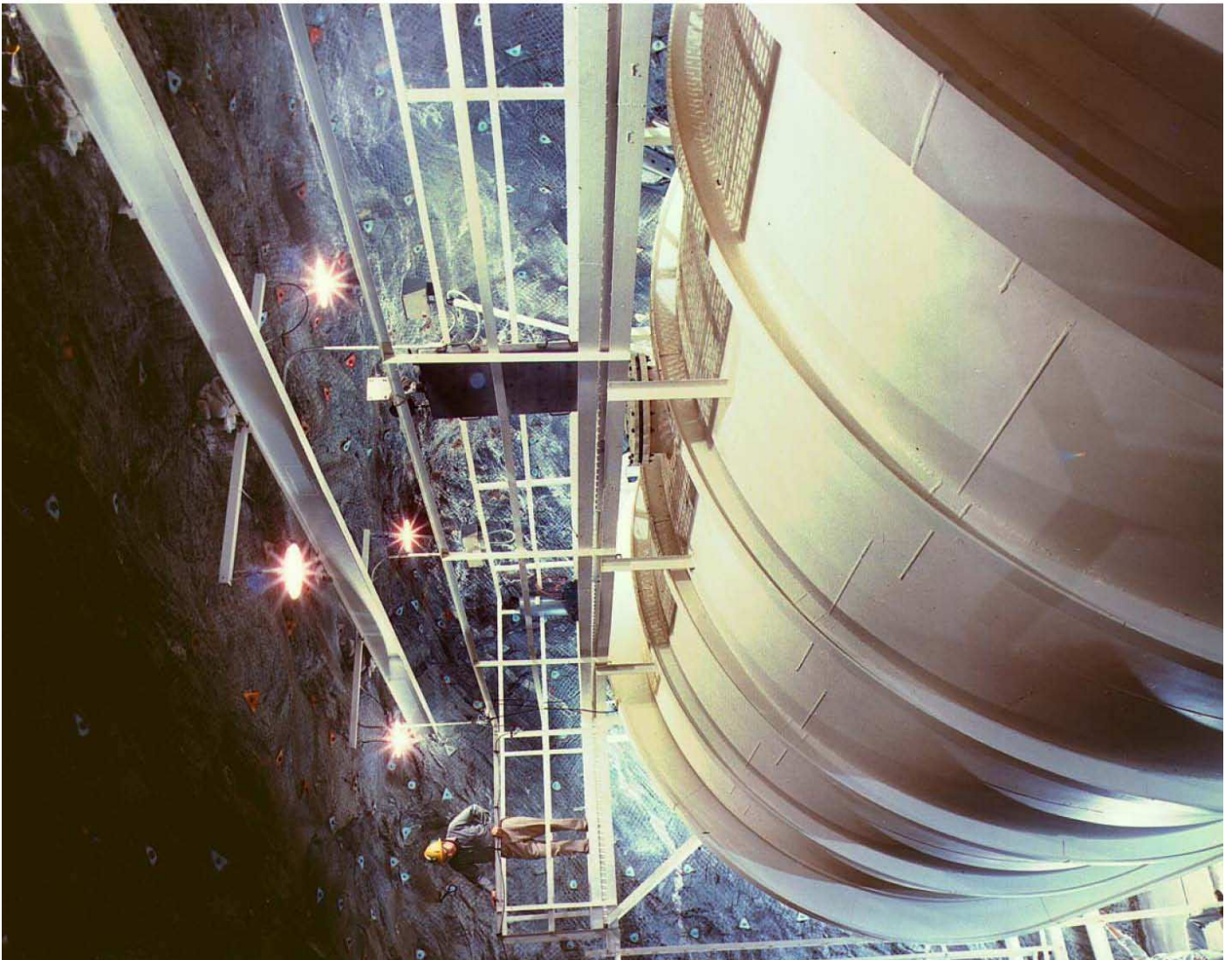
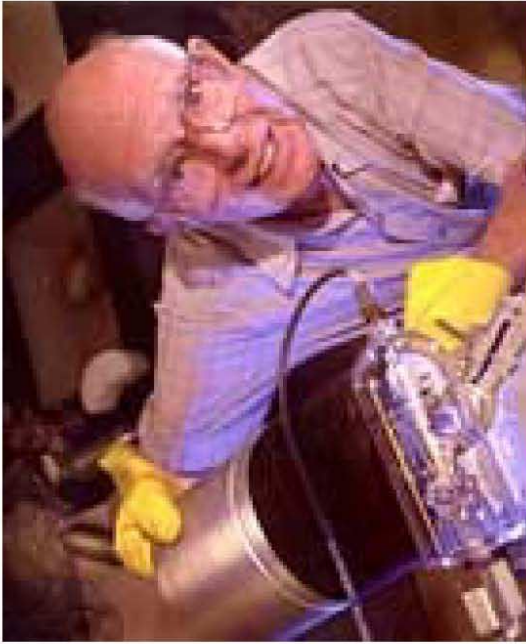
Homestake



Schematische Darstellung des Detektors des Cl^{37} -Experiments.

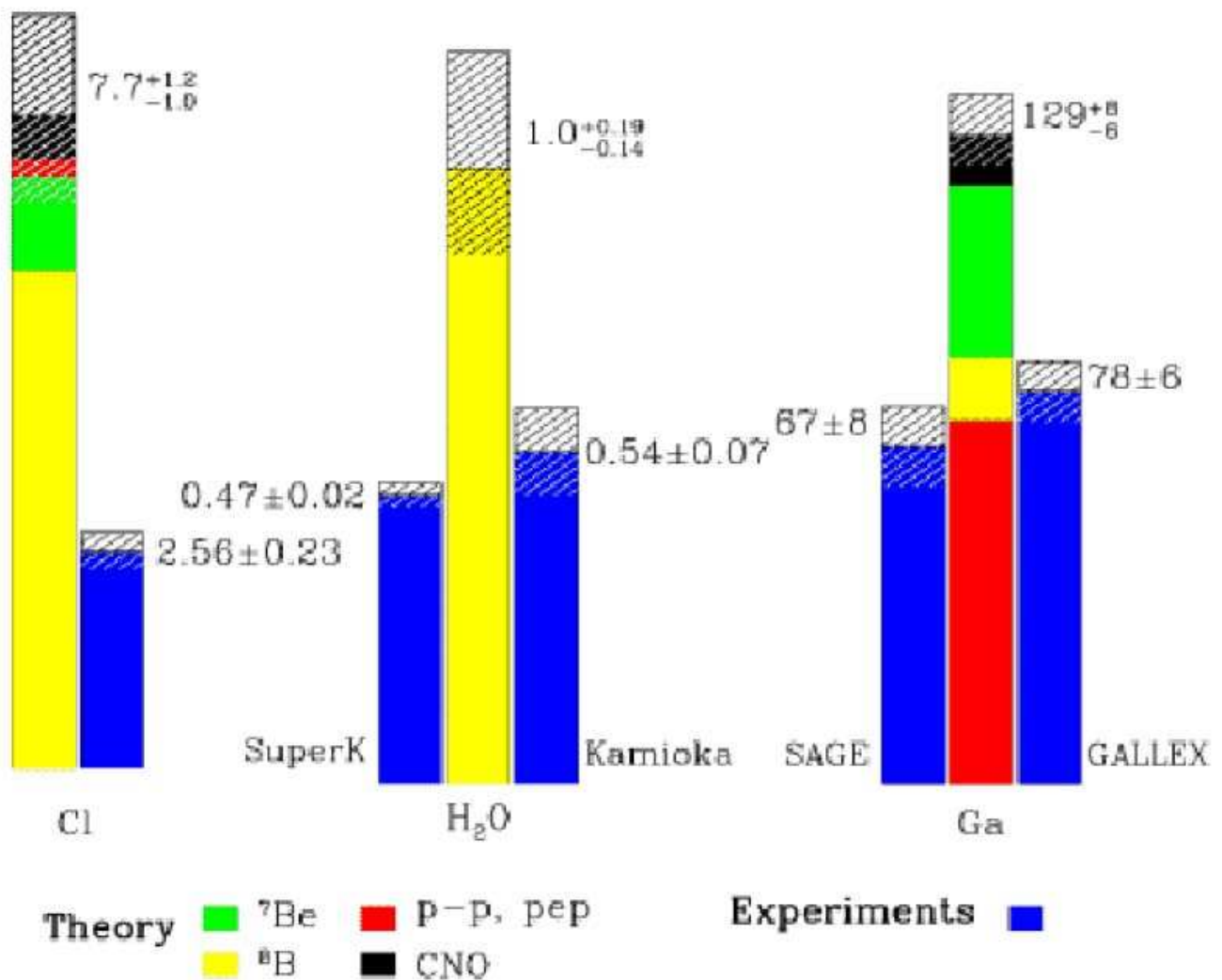
Meßverfahren:

1. **Exposition:** über ca. 60–70 Tage bis das Gleichgewicht von Einfang und Zerfall erreicht ist.
2. **Ausspülen** der gelösten Ar^{37} -Tochterkerne, zusammen mit einer bekannten Menge stabiler $\text{Ar}^{36,38}$ -Atome als Trägergas im Tank, durch
 - (a) Durchpumpen von Helium ($\sim 400 \text{ m}^3$) durch den Tank.
 - (b) Ausfrieren des Argons (Gefrierpunkt -189° C) aus dem Heliumgas und Adsorption in Holzkohlefiltern bei Flüssig-Stickstoff-Temperatur (-196° C).
 - (c) Messung der Argon-Extraktionseffizienz von ca. 95% (Vergleich der ein- und austretenden Mengen an Trägergas).
3. **Zählen der Ar^{37} -Zerfälle** im Trägergas durch Einfüllen in ein kleines ($0.3 - 0.7 \text{ cm}^3$) Proportionalzählrohr mit 7% Methan als Zählgas (Messung der γ - bzw. e^- -Emission).



Experiment	Target	Ergebnis	Ref.	Ergebnis SSM(BP)	Ergebnis SSM(TC)
Homestake	CL ³⁷	2.56 ± 0.22 SNU	[Dav96]	0.32 ± 0.05	0.40 ± 0.09
GALLEX	Ga ⁷¹	$69.7^{+7.8}_{-8.1}$ SNU	[Ham96]	0.53 ± 0.07	0.57 ± 0.07
SAGE	Ga ⁷¹	74 ± 14 SNU	[Abd95]	0.56 ± 0.11	0.60 ± 0.12
Kamiokande	e ⁻ (H ₂ O)	$(2.80 \pm 0.38) \cdot 10^6$ cm ⁻² sec ⁻¹	[Fuk96]	0.49 ± 0.10	0.64 ± 0.17

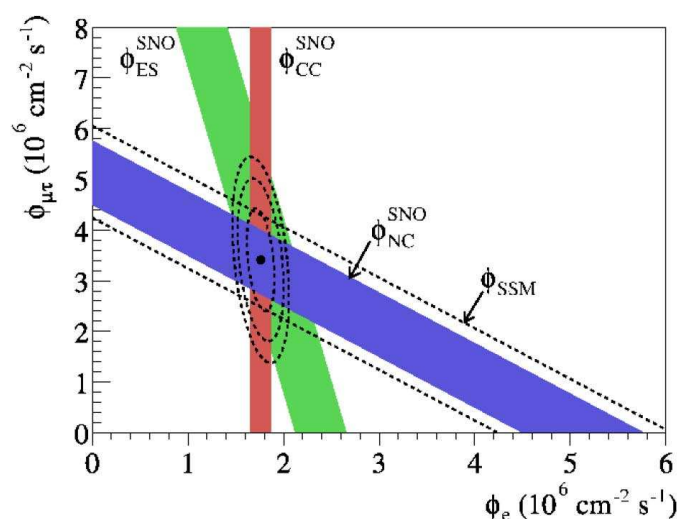
Total Rates: Standard Model vs. Experiment Bahcall-Pinsonneault 98



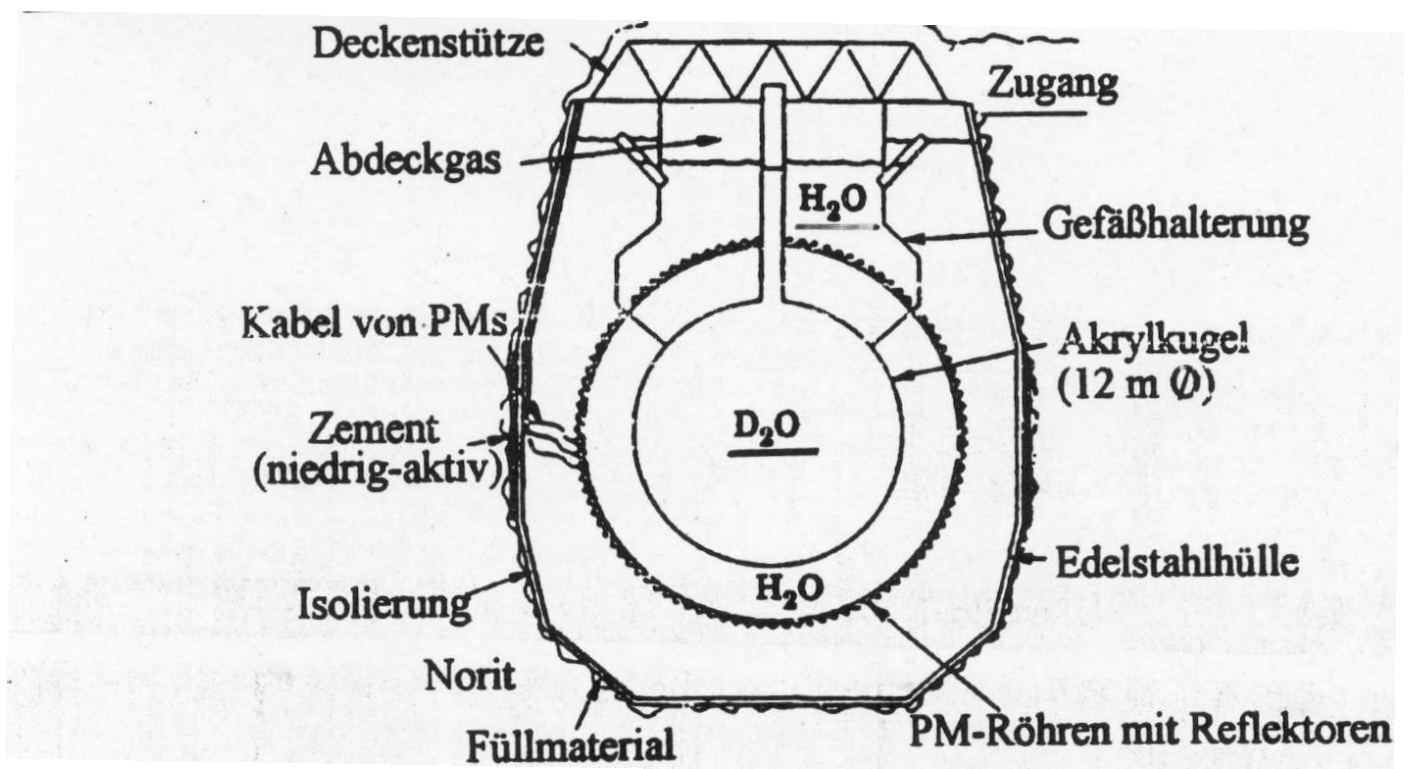
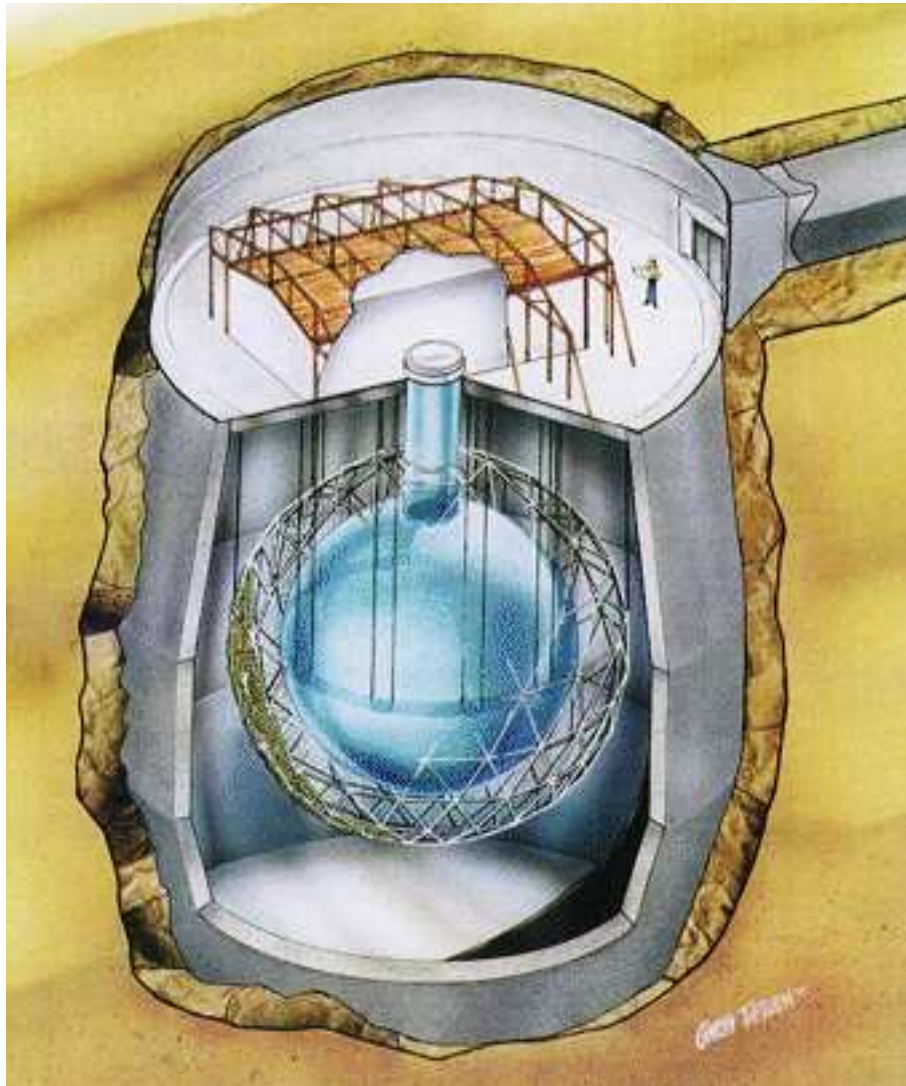
Bestätigt 2001/02 durch das **SNO-Experiment (Sudbury Neutrino Observatory)** in 2000 m Tiefe in einem Nickelbergwerk in Kanada mit 1000 Tonnen schwerem Wasser D_2O in drei gleichzeitigen Messungen:

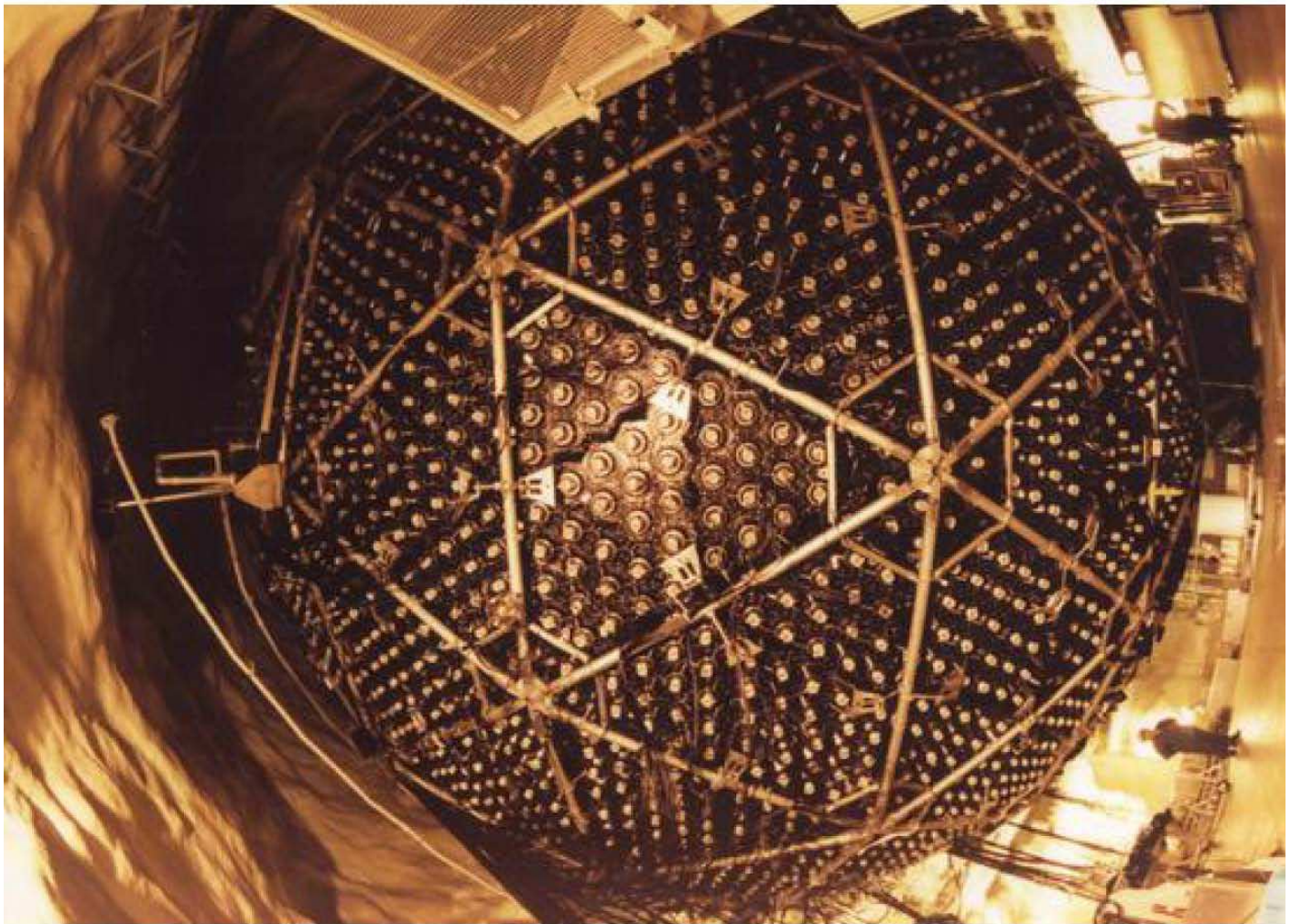
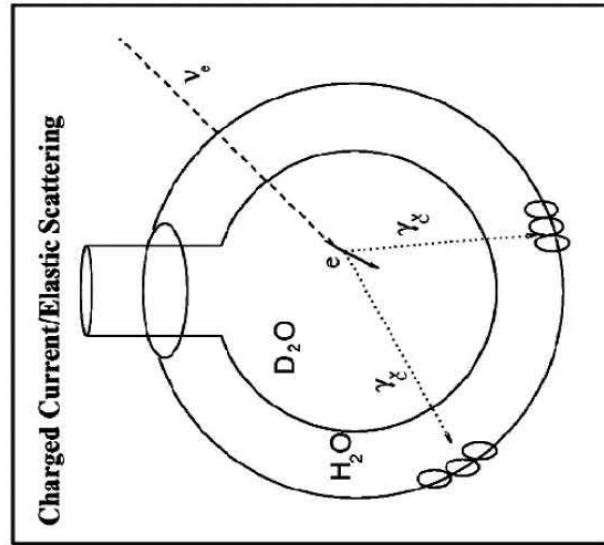
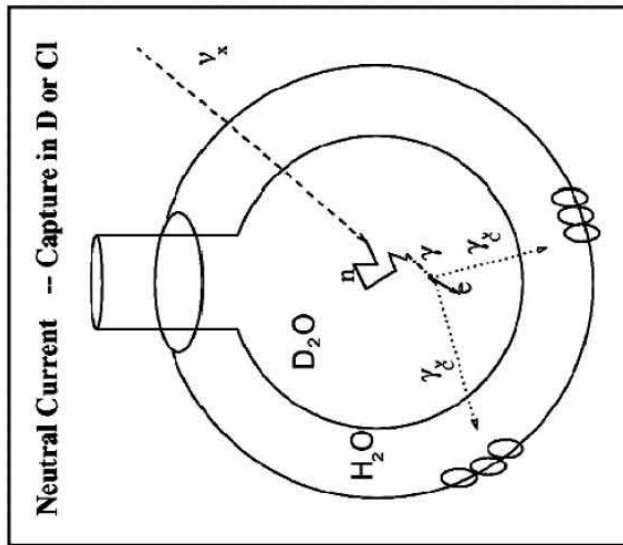
- ν_e -Einfang (CC): $\nu_e + d \rightarrow e^- + p + p. \implies \nu_e$ -Defizit.
- Deuteron-Spaltung (NC): $\nu_\alpha + d \rightarrow \nu_\alpha + p + n$ (gleich für alle ν -flavours). $\implies$ kein Defizit im gesamten Neutrinofluß $\nu_e + \nu_\mu + \nu_\tau$ einschließlich neue Neutrino flavours aus Oszillation.
- Elastische Streuung (ES): $\nu_\alpha + e^- \rightarrow \nu_\alpha + e^-$ (gestreute e^- in Richtung von der Sonne ausgerichtet, $\sigma_{\nu_\mu + \nu_\tau} \approx \frac{1}{6} \cdot \sigma_{\nu_e}$).

Gemessene Neutrinoreaktionsraten $\phi_{CC,NC,ES}$ und rekonstruierte Neutrino Flüsse $\phi_{e,\mu,\tau}$:



$$\begin{aligned}\Phi_{CC} &= \Phi_e \\ \Phi_{ES} &= \Phi_e + \frac{1}{6} \Phi_{\mu\tau} \\ \Phi_{NC} &= \Phi_e + \Phi_{\mu\tau}\end{aligned}$$





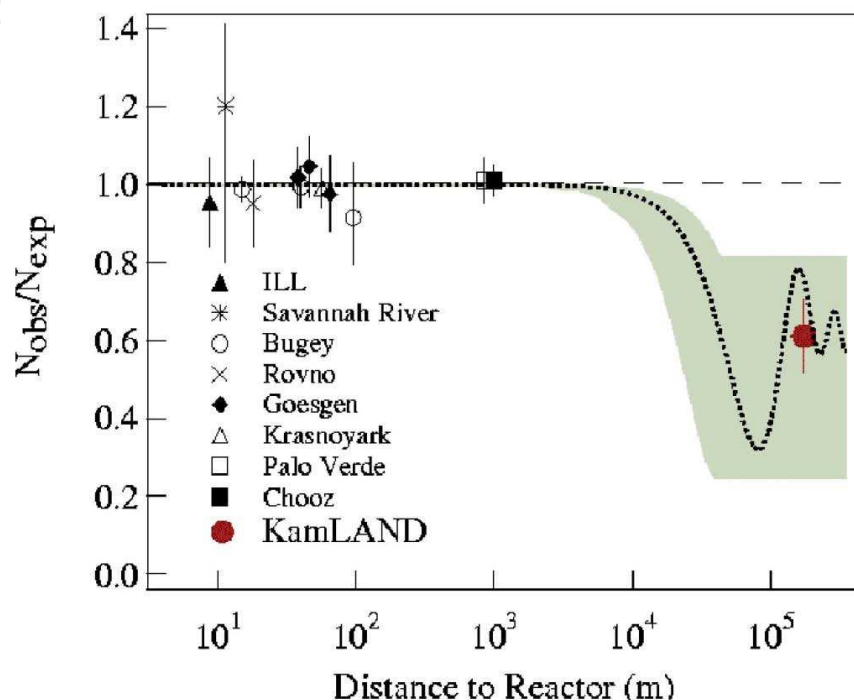
Bestätigt 2002 durch das long-baseline **Reaktorexperiment KamLAND**:

Ballon mit 1000 Tonnen Flüssigszintillator im Kamioka-Bergwerk, bestrahlt mit $\bar{\nu}_e$ der Kernreaktoren in Japan und Südkorea (insgesamt 70 GW) im mittleren Abstand von 175 ± 30 km.



Signifikantes ν_e -Defizit beobachtet in Übereinstimmung mit dem solaren ν_e -Defizit.

Vergleich mit vorherigen Reaktorexperimenten bei wesentlich kürzeren Abständen und mit der Erwartung von solaren ν -Oszillationen:



2.4.3 Neutrinooszillationen in Materie

Erstmals untersucht von **Wolfenstein (1978)**:

Andere Oszillationsfrequenzen und -amplituden als im Vakuum.

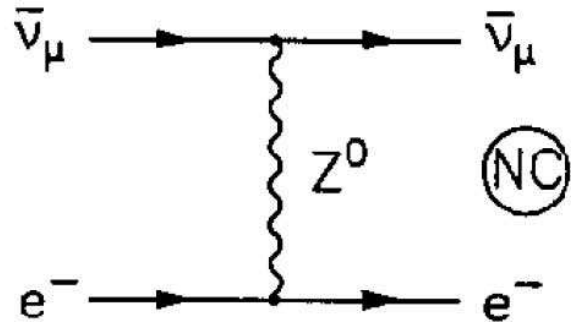
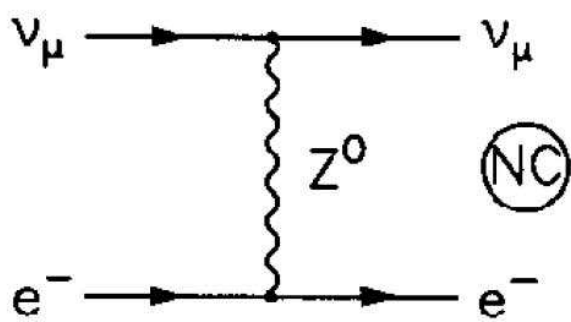
Mikheyev und Smirnov (1985):

Verstärkung von ν -Oszillationen in Materie, Resonanzkonversion der ν -flavours in kontinuierlich veränderlicher Materiedichte (z.B. in der Sonne oder der Erde).

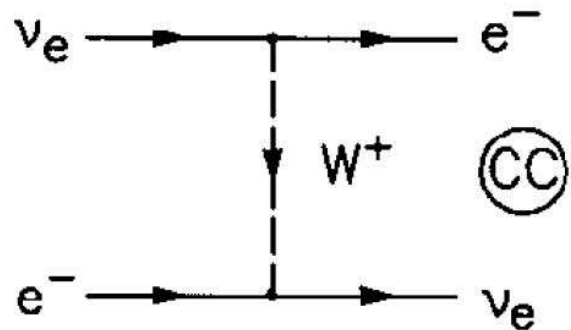
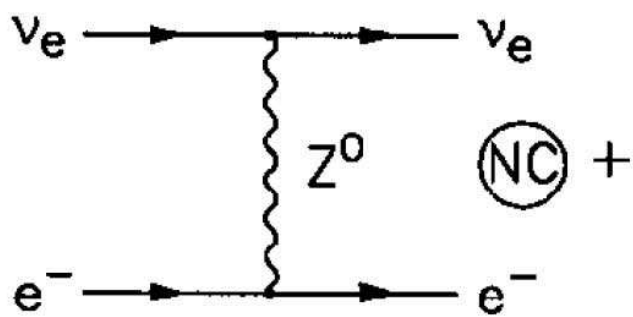
⇒ **MSW-Effekt**: heute bevorzugte Erklärung für das **solare Neutrinodefizit**.

Bei den relativ niedrigen Energien der Neutrinos aus der Kernfusion im Sonnenzentrum,
 $E_\nu \leq 0.42 \text{ MeV}$ (pp-Fusion), $E_\nu \leq 14.6 \text{ MeV}$ (B^8 -Fusion),
ist Materie transparent für Neutrinos,
es findet nur elastische Vorwärtsstreuung an Elektronen statt.

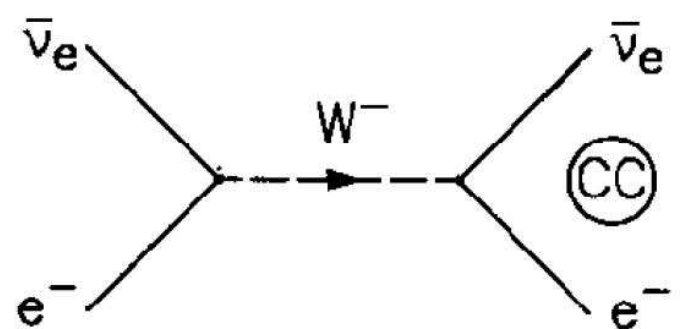
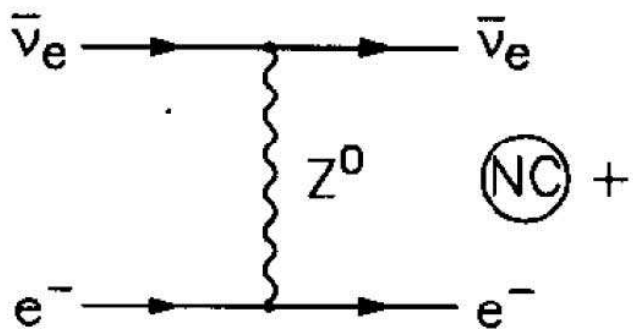
Die schwache Wechselwirkung führt damit zu einem effektiven Brechungsindex für Neutrinos in Materie wie bei der elastischen Streuung von Licht in Glas,
wobei die WW und damit der Brechungsindex für ν_e und ν_μ verschieden ist: $n_e \neq n_\mu$.



(c)



(d)



Bei konstanter Neutrinoenergie $E \approx p \gg m_i$ (d.h. konstanter Phasenfaktor der Neutrinowellenfunktion) ist der Hamiltonoperator für freie Neutrinos näherungsweise

$$H = E + \frac{M^2}{2E} \longrightarrow H = \frac{M^2}{2E}.$$

Mit der Mischungsmatrix U (für 2 Neutrino flavours)

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}}_{=U} \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

gilt im Vakuum für den Hamiltonoperator $H_{ij}^{(i)} = \langle \nu_i | H | \nu_j \rangle$ in der Massendarstellung

$$H^{(i)} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 & 0 \\ 0 & m_2^2 \end{pmatrix}$$

und in der flavour-Darstellung, $H_{\alpha\beta}^{(\alpha)} = \langle \nu_\alpha | H | \nu_\beta \rangle$,

$$H^{(\alpha)} = \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_e^2 & m_{e\mu}^2 \\ m_{e\mu}^2 & m_\mu^2 \end{pmatrix} = U H^{(i)} U^\dagger$$

(hermitisch: reell, symmetrisch).

Damit ist

$$\begin{aligned} H^{(\alpha)} &= \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 \cos^2 \theta + m_2^2 \sin^2 \theta & (m_2^2 - m_1^2) \sin \theta \cos \theta \\ (m_2^2 - m_1^2) \sin \theta \cos \theta & m_1^2 \sin^2 \theta + m_2^2 \cos^2 \theta \end{pmatrix} \\ &\equiv \frac{1}{4E} (m_1^2 + m_2^2) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ &+ \frac{1}{4E} \underbrace{(m_2^2 - m_1^2)}_{=\Delta m^2=:D} \begin{pmatrix} -\cos 2\theta & \sin 2\theta \\ \sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix} \end{aligned}$$

mit $\frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta) = \sin^2 \theta$ und $2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta$.

Die Masseneigenwerte sind:

$$m_{1,2} = \frac{1}{2} \left[(m_e + m_\mu) \mp \sqrt{(m_\mu - m_e)^2 + 4m_{e\mu}^2} \right]$$

mit

$$\tan 2\theta = \frac{2m_{e\mu}}{m_\mu - m_e}.$$

In Materie:

Die schwache Wechselwirkung der Neutrinos mit Elektronen führt zu einem zusätzlichen effektiven Potential V in der Hamiltonfunktion:

$$H \longrightarrow H_m = H + V = \frac{M^2}{2E} + V$$

mit

$$V_{\alpha\beta}^{(\alpha)} = \langle \nu_\alpha e^- | H_{WW} | \nu_\alpha e^- \rangle \delta_{\alpha\beta},$$

diagonal in der flavour-Darstellung (Eigenzustände der schwachen WW), d.h. für $n = 2$:

$$V^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} V_e & 0 \\ 0 & V_\mu \end{pmatrix}$$

und nach globaler Phasentransformation der flavour-Zustände, $|\nu_\alpha\rangle \rightarrow e^{iV_\mu t} |\nu_\alpha\rangle$:

$$V^{(\alpha)} = \begin{pmatrix} V_e - V_\mu & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} =: \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Der Unterschied in der schwachen WW von ν_e und ν_μ kommt vom Beitrag der geladenen Stromwechselwirkung (Charged Currents, CC) der ν_e und ist

$$V_e - V_\mu = \langle \nu_\alpha e^- | H_{WW}^{CC} | \nu_\alpha e^- \rangle \equiv \frac{A}{2E} = \sqrt{2} G_F N_e$$

mit

$$\begin{aligned} A &= 2\sqrt{2} G_F E N_e = 2\sqrt{2} G_F E \frac{Y_e \rho}{m_N} \\ &= 1.52 \cdot 10^{-7} \cdot E[\text{MeV}] \cdot Y_e \rho[\text{g/cm}^3] \text{ eV}^2 \end{aligned}$$

mit

G_F = Fermi-Kopplungskonstante der schwachen WW
 $= 1.1664 \cdot 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$,

N_e = Elektrondichte der Materie $=: \frac{Y_e \rho}{m_N}$,

Y_e = Zahl der Elektronen/Nukleon,

ρ = Massendichte der Materie,

m_N = Nukleonmasse (Proton, Neutron) $\approx m_p = 938 \text{ MeV}$.

Im allgemeinen gilt, insbesondere für die Sonnenmaterie:
 $N_e \approx N_p \approx N_n$ (elektrisch neutral, Isospinsymmetrie der Kernmaterie), d.h. $Y_e \approx \frac{1}{2}$.

Für Antineutrinos gilt: $A \longrightarrow -A$.

Damit ist der Hamiltonoperator in Materie in der flavour-Darstellung:

$$\begin{aligned}
 H_m^{(\alpha)} &= H^{(\alpha)} + \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_e^2 + A & m_{e\mu}^2 \\ m_{e\mu}^2 & m_\mu^2 \end{pmatrix} \\
 &= \frac{1}{4E} (m_1^2 + m_2^2 + A) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &\quad + \frac{1}{4E} \begin{pmatrix} A - D \cos 2\theta & D \sin 2\theta \\ D \sin 2\theta & -A + D \cos 2\theta \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

und in der Vakuum-Massendarstellung:

$$\begin{aligned}
 H_m^{(i)} &= U^\dagger H_m^{(\alpha)} U = H^{(i)} + \frac{1}{2E} U^\dagger \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} U \\
 &= \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_1^2 + A \cos^2 \theta & A \sin \theta \cos \theta \\ A \sin \theta \cos \theta & m_2^2 + A \sin^2 \theta \end{pmatrix},
 \end{aligned}$$

d.h. **nicht-diagonal in Materie!**

$\Rightarrow$ Die Masseneigenzustände im Vakuum (ν_1, ν_2) sind verschieden von den Masseneigenzuständen in Materie (ν_{1m}, ν_{2m}).

$\Rightarrow$ es werden zusätzliche Übergänge $\nu_1 \longleftrightarrow \nu_2$ durch die schwache Wechselwirkung in Materie induziert.

Man erhält die ν -Masseneigenzustände ν_{im} und die effektiven ν -Masseneigenwerte m_{im} in Materie durch Diagonalisieren des Hamiltonoperators $H_m^{(\alpha)} =: M_m^{(\alpha)2}/2E$ in der flavour-Darstellung,

d.h. durch Lösen der Eigenwertgleichung

$$U_m^\dagger H_m^{(\alpha)} U_m = H_m^{(i)} = \frac{1}{2E} M_m^{(i)2} := \frac{1}{2E} \begin{pmatrix} m_{1m}^2 & 0 \\ 0 & m_{2m}^2 \end{pmatrix}$$

mit dem Hamiltonoperator $H_m^{(i)}$ und der effektiven Massenmatrix $M_m^{(i)}$ in der Materie-Massendarstellung und einer orthogonalen Transformation U_m , $U_m^{-1} = U_m^T$,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \cos \theta_m & \sin \theta_m \\ -\sin \theta_m & \cos \theta_m \end{pmatrix}}_{=U_m} \cdot \begin{pmatrix} \nu_{1m} \\ \nu_{2m} \end{pmatrix}, \quad (32)$$

zwischen den flavour-Zuständen und den Materie-Massenzuständen.

Die Masseneigenwerte in Materie sind

$$m_{1,2m}^2 = \frac{1}{2} \left[(m_1^2 + m_2^2 + A) \mp \sqrt{(A - D \cos 2\theta)^2 + D^2 \sin^2 2\theta} \right]$$

und der neue Materie-Mischungswinkel θ_m als Funktion des Vakuum-Mischungswinkels θ

$$\tan 2\theta_m(A/D) = \frac{2D \sin 2\theta}{-A + D \cos 2\theta - A + D \cos 2\theta} = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta - \frac{A}{D}}$$

und damit die Amplitude der Übergangswahrscheinlichkeit in Materie

$$\sin^2 2\theta_m(A/D) = \frac{\tan^2 2\theta_m}{1 + \tan^2 2\theta_m} = \frac{\sin 2\theta}{\left(\frac{A}{D} - \cos 2\theta\right)^2 + \sin^2 2\theta},$$

eine **Resonanzkurve** als Funktion von A/D !

Mit der Neutrino-Massenaufspaltung in Materie

$$D_m \equiv m_{2m}^2 - m_{1m}^2 = D \sqrt{\left(\frac{A}{D} - \cos 2\theta\right)^2 + \sin^2 2\theta} > 0$$

und $\Delta_m := \frac{D_m L}{2 E}$ sind die zeitabhängigen ($L = t$) Übergangswahrscheinlichkeiten:

$$\begin{aligned}\mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_e) &= 1 - \sin^2 2\theta_m \sin^2 \frac{\Delta_m}{2} \\ \mathcal{P}(\nu_e \rightarrow \nu_\mu) &= \sin^2 2\theta_m \sin^2 \frac{\Delta_m}{2}\end{aligned}$$

Maximale Mischungsamplitude tritt auf bei dem Resonanzwert $\theta_m = 45^\circ$, der für jeden Vakuum-Mischungswinkel θ bei einem geeignetem Verhältnis

$$\frac{A}{D} = \frac{2\sqrt{2}G_F E N_e}{\Delta m^2}$$

erreicht werden kann.

Für Antineutrinos ($A \rightarrow -A$) tritt keine Resonanz auf, falls sie für Neutrinos existiert und umgekehrt.

Bei den Sonnenneutrinos handelt es sich um ν_e , nicht $\bar{\nu}_e$.

Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein-Effekt:

Konversion der Sonnenneutrinos ν_e durch zwei Effekte:

1. Resonanzverstärkung der ν -Oszillationen in Materie

Resonanzkurve der Oszillationsamplitude in Abhängigkeit von A/D .

Resonanz bei $A = A_R = D \cos 2\theta$,

d.h. abhängig von der Elektrondichte N_e und der Neutrinoenergie E sowie den Vakuum-Oszillationsparametern $D = \Delta m^2$ und θ .

2. Materiedichteänderung entlang der ν -Flugstrecke

Aufspaltung der Masseneigenwerte in Materie als Funktion von $A \sim N_e$ bei gegebener Neutrinoenergie.

Kontinuierliche Materiedichteänderung für Neutrinos, die bei den Fusionsreaktionen im Sonnenzentrum erzeugt werden und durch die Sonnenatmosphäre nach außen dringen.

Massendichte im Sonnenzentrum: $\rho = 150 \text{ g/cm}^3$, $Y_e = 0.7$,
 $N_{e0} = \rho Y_e / m_N$.

Radialer Abfall der Elektrondichte zum Sonnenrand bei $R = R_\odot = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$ nach dem Standardsonnenmodell (SSM):

$$N_e(R) = N_{e0} e^{-10.5 R / R_\odot}.$$

Drei Grenzfälle:

1. $\frac{A}{D} \gg 1$ (Sonnenzentrum: N_e groß),
und damit $A > A_R$ (Annahme für die Sonne).

$$\implies \sin^2 2\theta_m \approx \frac{\sin^2 2\theta}{(A/D)^2} \approx 0$$

$$\implies \theta_m = 90^\circ$$

$$\implies D_m \approx A$$

$\implies$ Oszillationen unterdrückt.

Neutrinozustände an der Quelle:

$\begin{aligned} \nu_{1m}\rangle &\approx - \nu_\mu\rangle \\ \nu_{2m}\rangle &\approx \nu_e\rangle \end{aligned}$	$\begin{aligned} m_{1m}^2 &\approx m_2^2 \\ m_{2m}^2 &\approx A \end{aligned}$
---	--

mit

$$m_{1,2m} \approx \frac{1}{2}[m_1^2 + m_2^2 + A \mp (A - D)]$$

($D = m_2^2 - m_1^2 > 0$ und $A > 0$ für Neutrinos).

2. $\boxed{\frac{A}{D} \longrightarrow 0}$ (Sonnenrand, Vakuum: $N_e \longrightarrow 0$)

$\implies \theta_m \longrightarrow \theta, D_m \longrightarrow D.$

Neutrinozustände nach der Konversion in der Sonne:

$$\begin{aligned} |\nu_{1m}\rangle &\approx |\nu_e\rangle \\ |\nu_{2m}\rangle &\approx |\nu_\mu\rangle \\ \text{für kleine } \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{1m}^2 &\approx m_1^2 \\ m_{2m}^2 &\approx m_2^2 \end{aligned}$$

mit $m_{1,2m} \approx \frac{1}{2}[m_1^2 + m_2^2 \mp D]$

$(D = m_2^2 - m_1^2 > 0).$

3. Resonanzübergang im Sonneninnern bei kontinuierlicher Dichteänderung zwischen Fall 1 und 2 für

$$\boxed{A = A_R = D \cos 2\theta}$$

$\implies$ Amplitude $\sin^2 2\theta_{mR} \equiv 1$ maximal,

$\implies$ Massenaufspaltung $D_{mR} \stackrel{(36)}{=} D \sin 2\theta$ minimal,

Maximale Mischung $\theta_{mR} = 90^\circ$ unabhängig von $\sin^2 2\theta$:
'flavour-flip'.

Neutrinozustände bei der Resonanz:

$$\begin{aligned} |\nu_{1m}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nu_e\rangle + |\nu_\mu\rangle) \\ |\nu_{2m}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\nu_e\rangle - |\nu_\mu\rangle) \end{aligned}$$

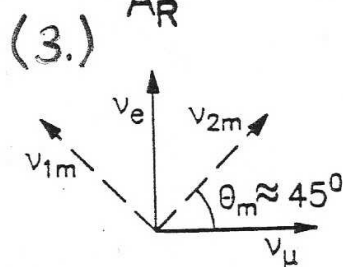
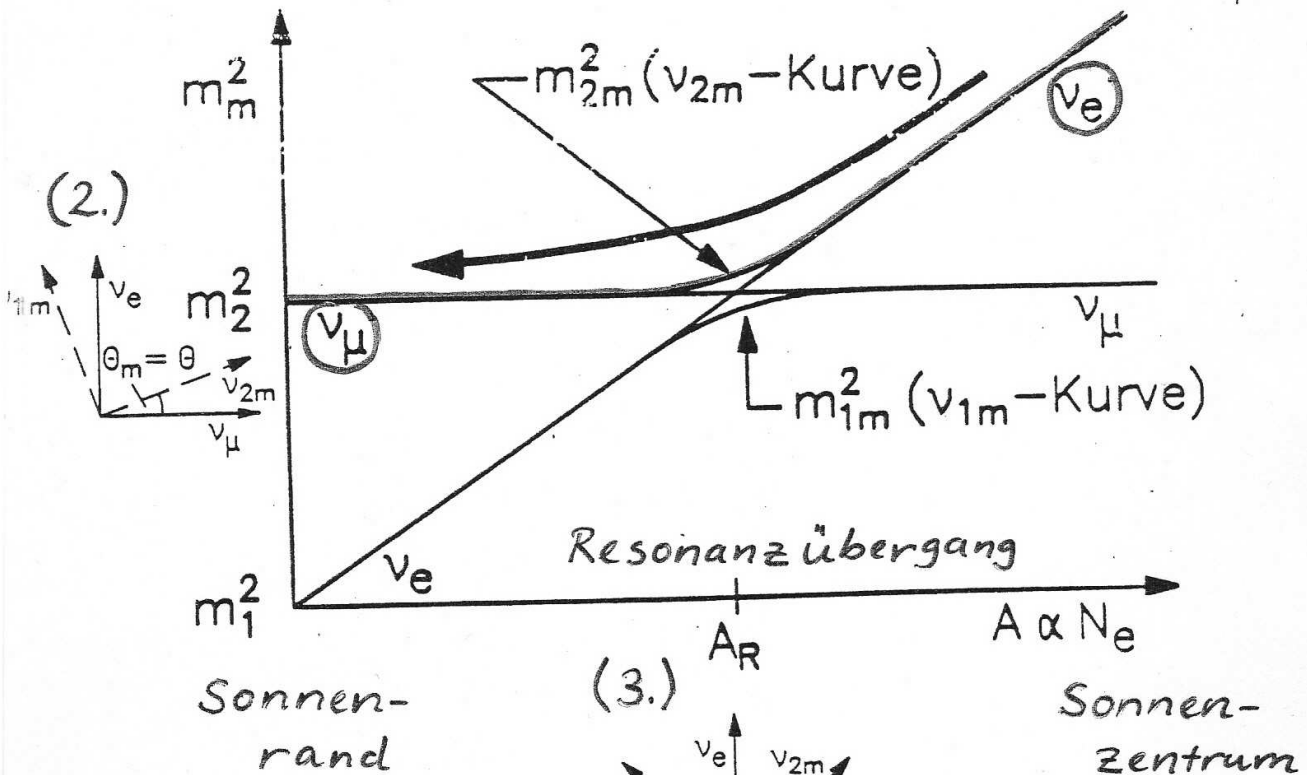
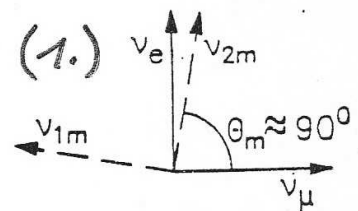
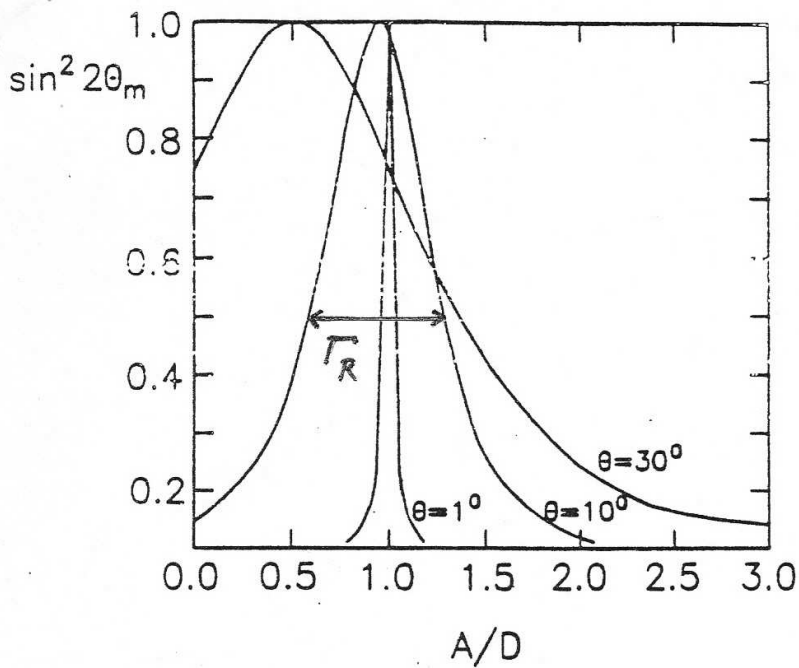
$$\begin{aligned} m_{1m}^2 &\approx m_{2m}^2 \\ m_1^2 &\approx m_2^2 \end{aligned}$$

MSW-Effekt

Resonanzkurve:

$$\left(\frac{A}{D}\right)_R = \cos 2\theta$$

$$\Gamma_R = 2D \sin 2\theta$$



2.4.4 Erkenntnisse über Neutrino-Oszillationen

1. Beobachtung **atmosphärischer** $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ -Oszillationen zuerst durch **Kamiokande** und **Super-Kamiokande** und Bestätigung durch die Experimente **MACRO** im Gran Sasso-Tunnel und **Soudan 2** im Soudan-Bergwerk in Minnesota (ν_μ -disappearance):

$$\Delta m_{23}^2 = (2.0 \pm 1.0) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$
$$\sin^2 2\theta_{23} \geq 0.85$$

$\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ -Oszillationen sind durch ν_e disappearance-Experimente in Reaktoren Chooz in Frankreich und Palo Verde in Kalifornien ausgeschlossen.

Oszillationen in ein hypothetisches neues, nicht wechselwirkendes ('steriles') Neutrino sind durch die Messungen ausgeschlossen (Vergleich NC- zu CC-Reaktionen).

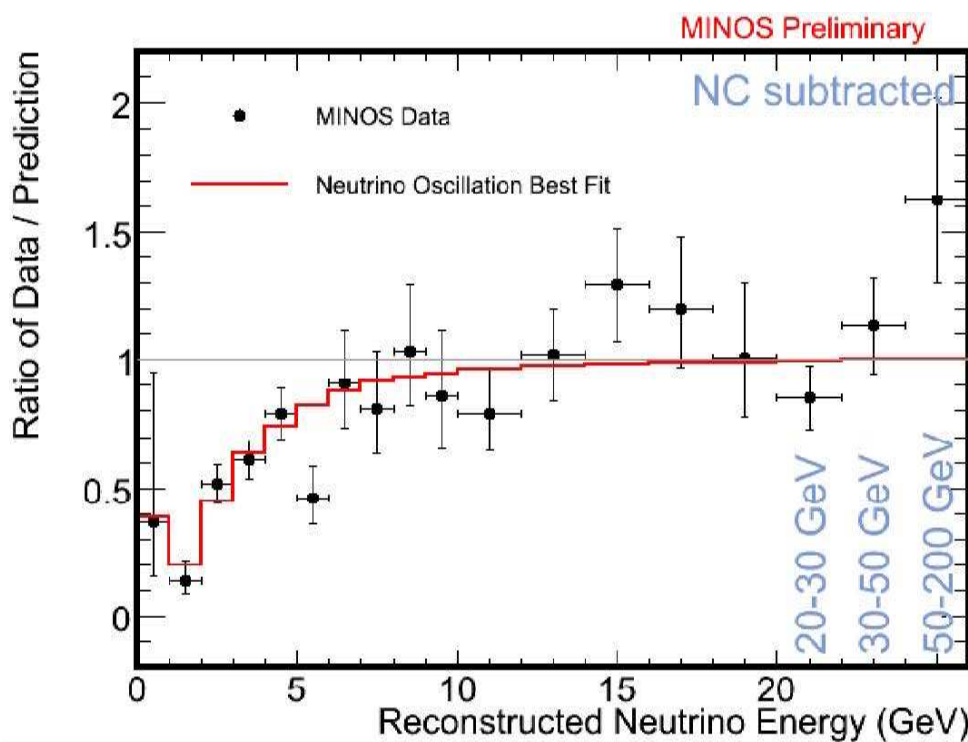
Überprüfung in sog. **Long Baseline-Experimenten** (große Abstände zwischen Quelle und Detektor):

Erste Bestätigung durch das **K2K-Experiment** (ν -Strahl KEK $\rightarrow$ Kamioka-Bergwerk in Japan) in disappearance von ν_μ .

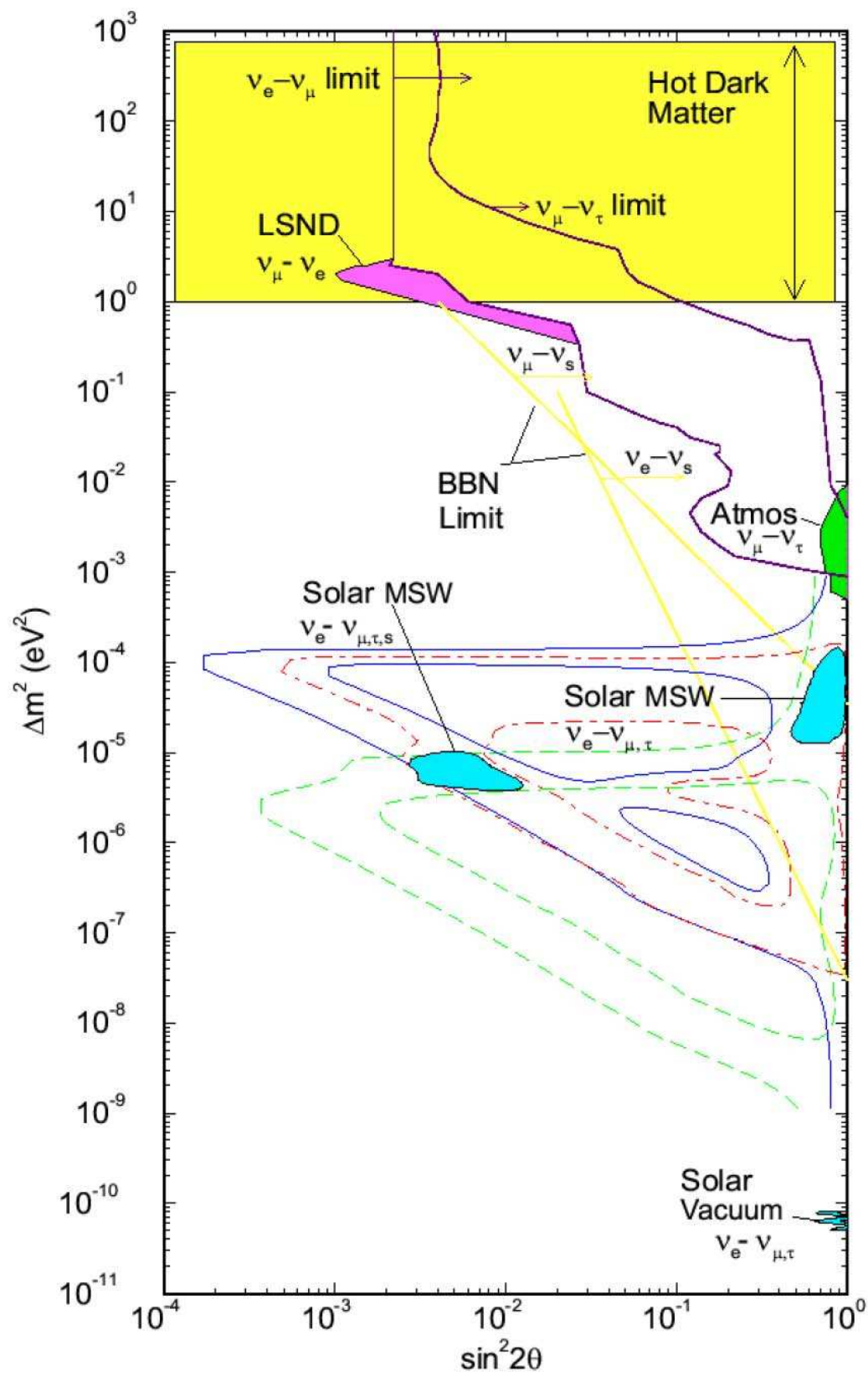
Gerade angelaufene neue Experimente:

Neutrinostrahlen **FNAL** → **Soudan-Bergwerk** (MINOS-Exp.) und **CERN** → **Gran Sasso-Tunnel** (Experimente ICARUS und OPERA): ν_μ -disappearance, ν_τ -appearance.

Aktuelle beste Messung durch MINOS:



$$\Delta m_{23}^2 = (2.38 \pm 0.18) \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$
$$\sin^2 2\theta_{23} = 1.00 \pm 0.08$$

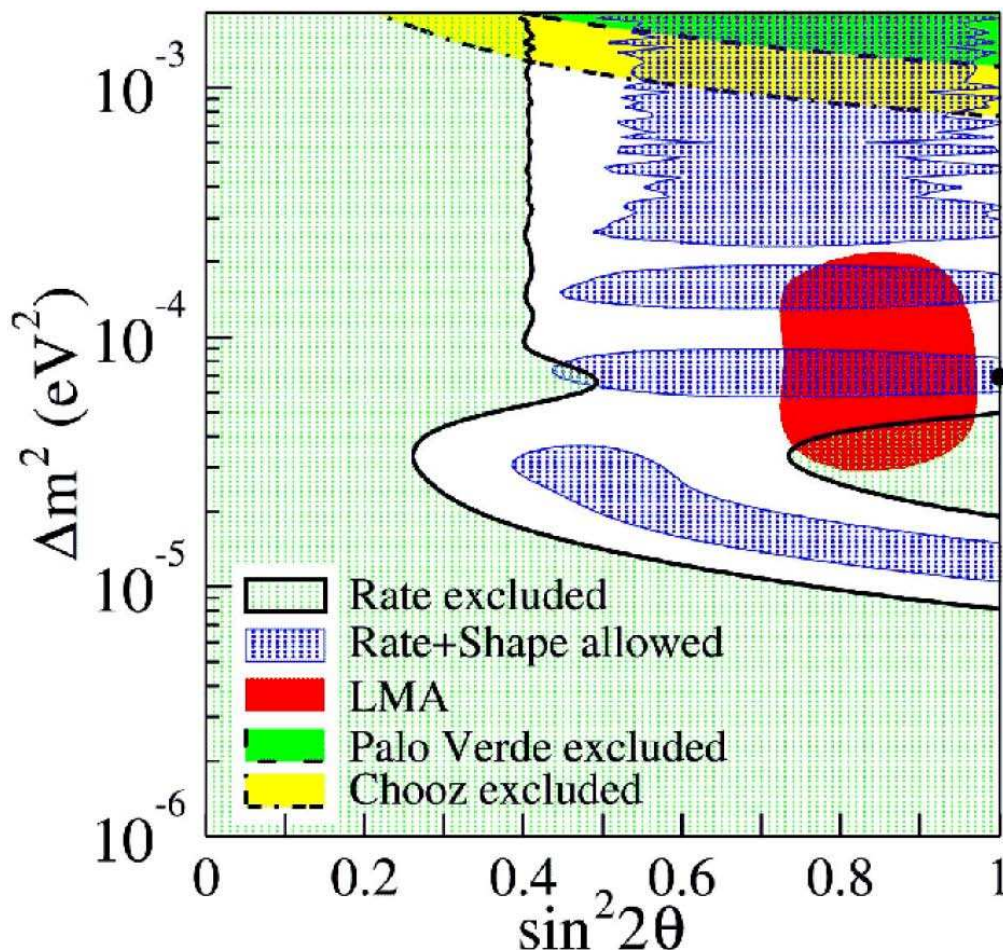


2. Konsistente Erklärung aller Messungen des **solaren ν_e -Defizits** (disappearance) durch **$\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ -Oszillationen in der Sonne** (Mischung resonant verstärkt durch den MSW-Effekt).

$$\Delta m_{12}^2 = (7.3 \pm 1.0) \cdot 10^{-5} \text{ eV}^2$$
$$\sin^2 2\theta_{12} = 0.84 \pm 0.10$$

Vakuumoszillationen zwischen Sonne und Erde sind durch das **KamLAND-Experiment** (Reaktor-Long Baseline-Experiment in Kamioka) ausgeschlossen worden.

• **KamLAND:**



Oszillationen $\nu_e \rightarrow \nu_\tau$ sind noch nicht ganz ausgeschlossen, aber weniger wahrscheinlich.

Weitere Untersuchungen durch die solaren ν -Experimente **BOREXINO** und **GNO** (Fortsetzung von GALLEX) im Gran Sasso-Tunnel sowie durch **SNO** und in der weiteren der Zukunft an **Superbeams** (intensive gebündelte Neutrinostrahlen von Beschleunigern) oder an **Neutrino-Fabriken** (intensive Neutrinostrahlen von Myon-Speicherringen).

3. Mögliche Anzeichen für $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ -Oszillationen beim **LSND-Experiment** (“Appearance”: neuer ν -flavour als von Quelle erscheint):

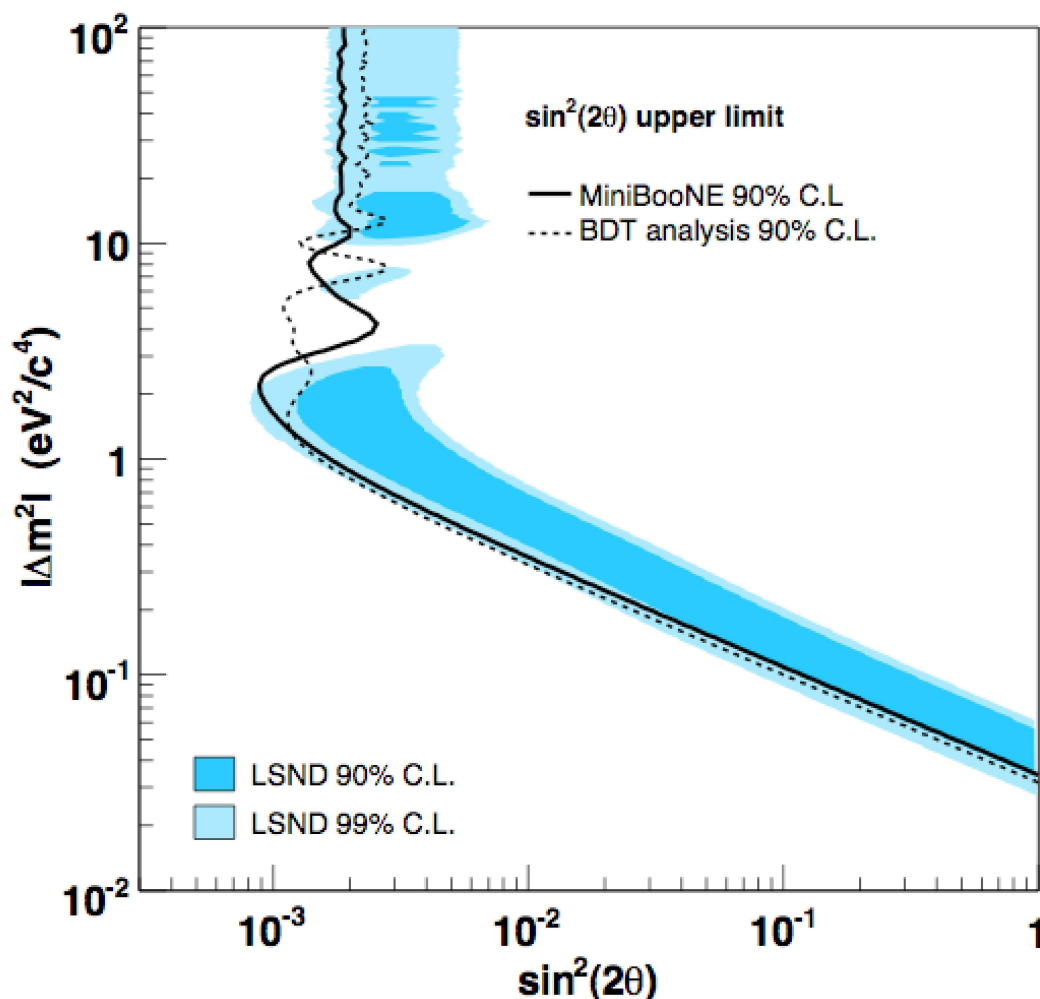
$$0.2 < \Delta m_{12}^2 < 1 \text{ eV}^2$$
$$0.002 < \sin^2 2\theta_{12} < 0.04.$$

In Konflikt mit den anderen Messungen, insbesondere unter der Annahme von nur drei (leichten) Neutrinogenerationen (nur 2 unabhängige Massendifferenzen).

Endgültige Überprüfung durch das **MiniBooNE-Experiment** am FNAL:

700 MeV ν_μ -Strahl vom Tevatron zu einem unterirdischen Tank mit 800 Tonnen Mineralöl ausgekleidet mit 1280 Photomultiplier-Röhren (ν_e appearance).

Nach Datennahme 2002-2005 erste Ergebnisse im April 2007: keine Anzeichen für $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ -Oszillationen im LSND-Signalbereich, der damit ausgeschlossen ist.



D.h. nur **3 Typen von oszillierenden, leichten, schwach wechselwirkenden Neutrinos**. (Aber: ν_e -Überschuss bei niedrigen Energien < 475 MeV, ν_μ - im Gegensatz zu $\bar{\nu}_\mu$ -Oszillationen!).

Außerdem vom **Chooz-Reaktorexperiment** in Frankreich ($\bar{\nu}_e$ disappearance):

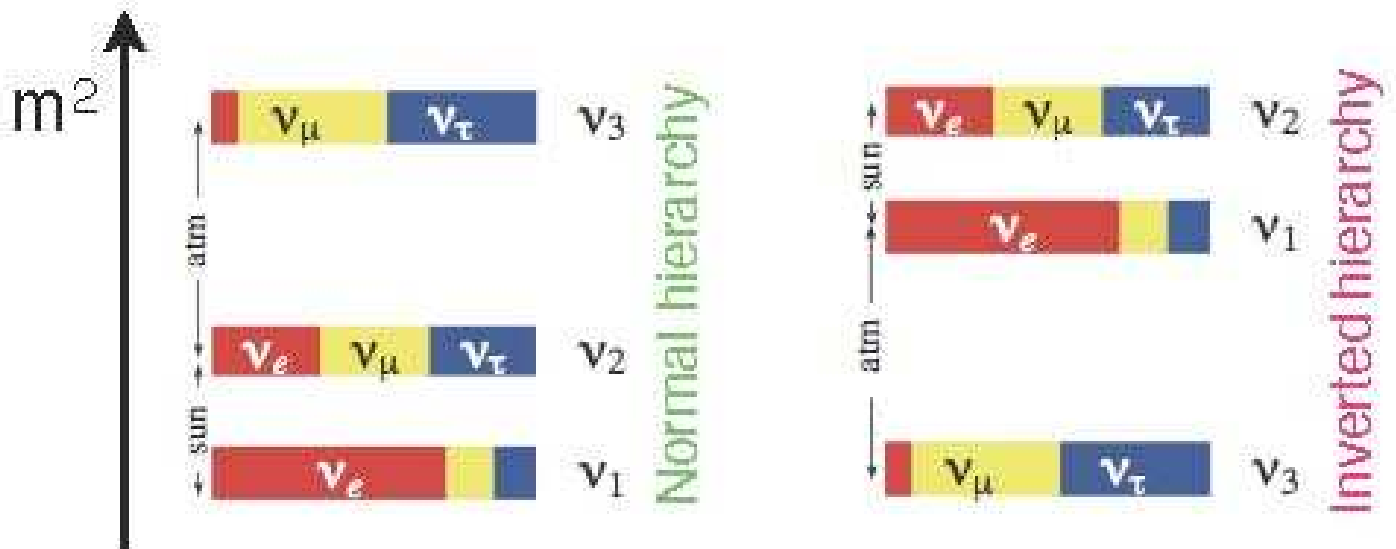
$$\sin^2 2\theta_{13} < 0.16$$

d.h. die Mischung zwischen erster und dritter Neutrino-Generation ist relativ schwach.

Die Stärke dieser Mischung θ_{13} bestimmt die Stärke der CP-Verletzung bei Neutrinooszillationen (meßbar nur mit künftigen Neutrino-Superbeams oder einer Neutrinofabrik).

Mögliche Szenarien zur Interpretation der Ergebnisse:

Massenspektren und Mischungsverhältnisse in den Masseneigenzuständen unter Annahme von drei Neutrino flavours:



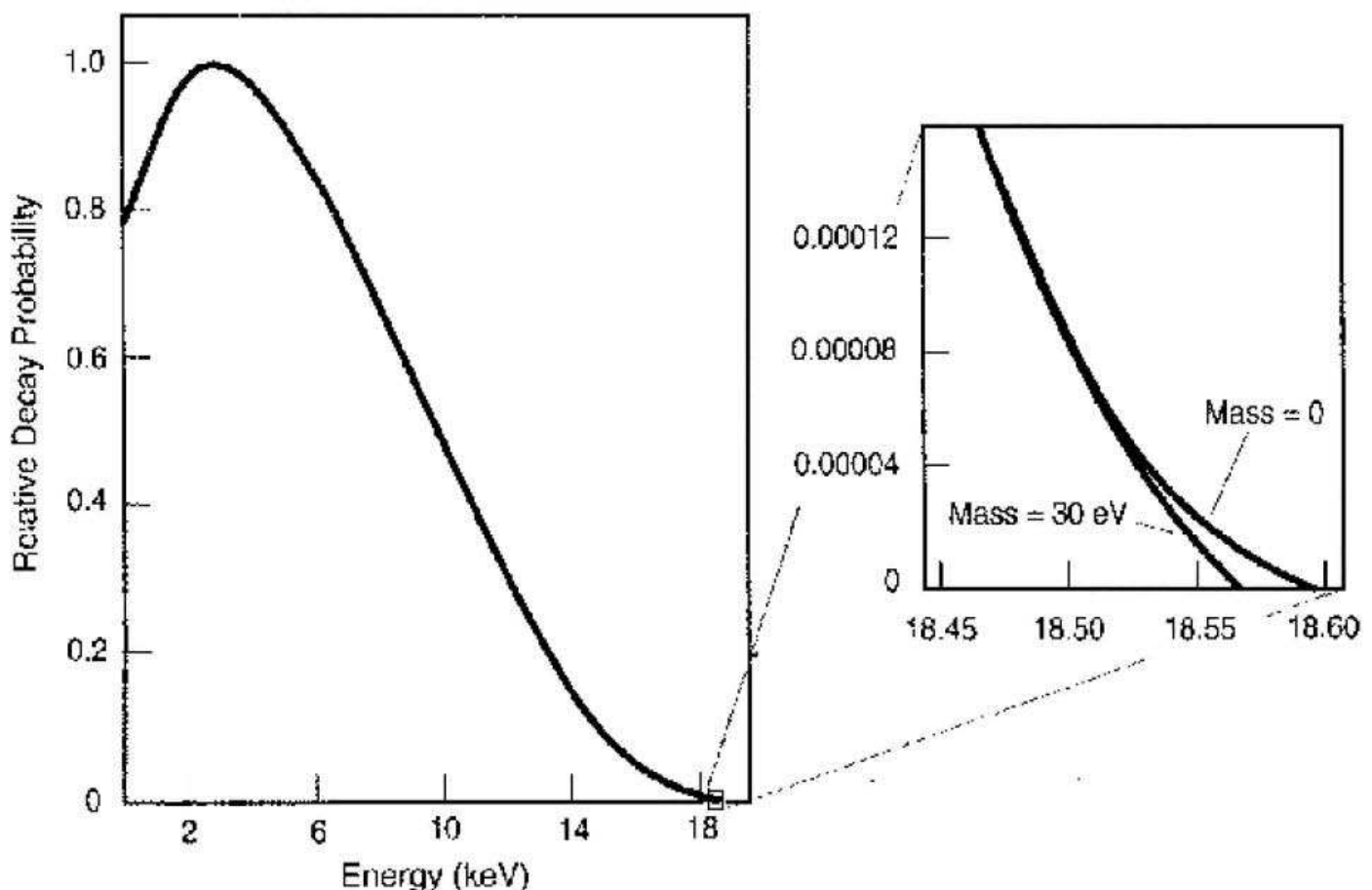
Absolute Massenskala aus direkter Messung der Masse des Elektronenneutrinos.

2.4.5 Direkte Messungen der Neutrinomassen

Neutrinooszillationen (siehe unten) messen nur die **Massendifferenzen** von Neutrinos. Die absolute Massenskala der Neutrinos muss durch direkte Massenmessungen bestimmt werden.

1. Masse des Elektron-Neutrinos:

Messung des Endpunkts des Elektronenergiespektrums aus dem Tritium-Betazerfall $H^3 \rightarrow He^3 + e^- + \bar{\nu}_e$ mit Magnetspektrometern (Mainz, Troitsk):

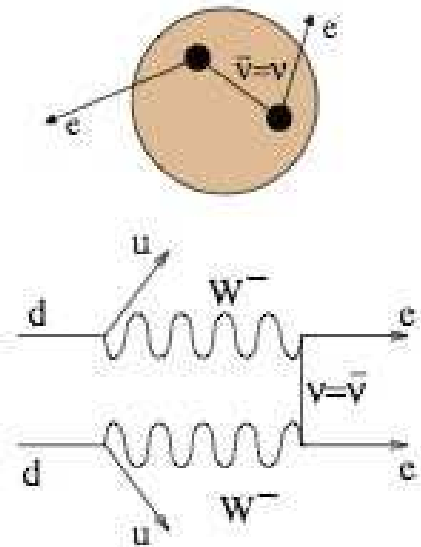


$$\sum_i m_i |U_{ei}|^2 < 2.2 \text{ eV}$$

Erwartete Verbesserung durch das KATRIN-Experiment (Karlsruhe): $< 0.35 \text{ eV}$.

Falls (massive) Majorana-Neutrinos:

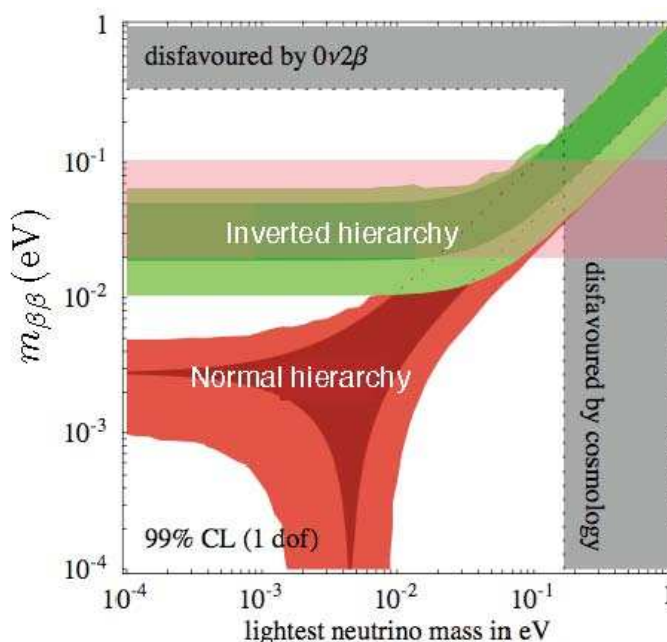
neutrinoloser Doppelbetazerfall mit $T_{1/2}^{0\nu} \sim | \langle m_{ee} \rangle |^2$ mit $\langle m_{ee} \rangle = \sum_i m_i U_{ei}^2$.



Verletzung der Leptonzahlerhaltung:

Sehr selten: $T_{1/2}^{0\nu} > 1.9 \cdot 10^{25}$ Jahre von hochangereichertem Ge^{76} (Heidelberg-Moskau-Experiment im Gran Sasso Untergrundlabor).

Daraus abgeleitet: effektive ν_e -Masse $| \langle m_{ee} \rangle | < 0.28$ eV. Abhängig von den CP-verletzenden Majorana-Phasen der Mischungsmatrix und der Massenhierarchie:



2. Masse des Myon-Neutrinos:

Myonimpulsmessung beim schwachen Zweikörperzerfall $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ (Paul-Scherrer-Institut (PSI), Zürich):

$$\sum_i m_i |U_{\mu i}|^2 < 190 \text{ keV},$$

wobei m_π aus der Messung der Energieniveaus pionischer Atome und m_μ aus der Messung des magnetischen Moments des Myons sehr genau bekannt sind.

3. Masse des Tau-Neutrinos:

Messung des Endpunkts des invarianten Hadronmassenspektrums in schwachen Zerfällen $\tau^+ \rightarrow \nu_\tau + \text{Hadronen}$ an e^+e^- -Speicherringen, $m_{\nu_\tau} = m_\tau - \text{Max}(m_{\text{Hadronen}})$ unter Verwendung der Präzisionsmessung von m_τ am e^+e^- -Speicherring BES in Peking.

Beste obere Grenze vom ALEPH-Experiment am LEP:

$$\sum_i m_i |U_{\tau i}|^2 < 18.2 \text{ MeV}.$$