9.2 Eigenschaften des Higgs-Bosons

Zur Erinnerung:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Higgs}} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu H)(\partial^\mu H) - \frac{1}{2}M_H^2 H^2 - \lambda v H^3 - \frac{\lambda}{4}H^4 \\
&+ \frac{g^2 v}{4} H \left[2W_\mu^+ W^{\mu -} + \frac{1}{\cos^2\theta_W} Z_\mu^0 Z^{\mu 0}\right] \\
&- \sum_f \frac{g_f}{\sqrt{2}}(\overline{\psi}_f \psi_f) H,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{mit } M_H &= \sqrt{-2\mu^2} = v\sqrt{2\lambda} = 2\sqrt{2} M_W \frac{\sqrt{\lambda}}{g}; \\
\text{und } v &= \sqrt{\frac{-\mu^2}{\lambda}} = (\sqrt{2} G_F)^{-1/2} = 246 \text{ GeV}; \\
\frac{G_F}{\sqrt{2}} &= \frac{g^2}{8M_W^2}; \\
g_f &= g_f(v^2) = \sqrt{2}\frac{m_f}{v}; \quad \lambda = \lambda(v^2) = \frac{M_H^2}{2v^2}.
\end{aligned}$$

$\Longrightarrow$ Feynman-Regeln für Higgs-Eichboson-Kopplung ($M_Z = M_W / \cos\theta_W$):

$igM_W = i\frac{e}{\sin\theta_W} M_W g_{\mu\nu} =$

$i\frac{g}{2}\frac{M_W}{\cos^2\theta_W} g_{\mu\nu} = i\frac{e}{\sin 2\theta_W} M_Z g_{\mu\nu} =$

Elastische WW-Streuung: $W_L^+ W_L^- \longrightarrow W_L^+ W_L^-$;

ist bei hohen Energien $E_k = \sqrt{\vec{k}^2 + M_W^2}$ dominiert durch longitudinal polarisierte Zustände $W_L^\pm$ wegen

$$\varepsilon_L^\mu(k, \lambda = 0) = \frac{1}{M_W}(k, 0, 0, E_k) \overset{k \gg M_W}{\frac{k^\mu}{M_W}} \quad .$$

a)

b)

Für $s = q^2 \gg M_W^2$:

a) $\mathcal{A}_a^{J=0}(W_L W_L \to W_L W_L) = \quad \frac{G_F \cdot s}{8\pi\sqrt{2}}$.

(s-Partialwelle für Punktteilchen: Stoßparameter $= 0$).

Unitarität verlangt Begrenzung der Partialwellenamplituden:
$|\mathcal{R}eA^{J=0}| \leq \frac{1}{2}$; gültig nur für Energien

$$s \leq \frac{4\pi\sqrt{2}}{G_F} \approx (1.2\ \mathrm{TeV})^2.$$

Unitarität erhalten durch Kompensation über den Austausch schwach wechselwirkender skalarer Higgs-Bosonen:

b) $\mathcal{A}_b^{J=0}(W_L W_L \to W_L W_L) \sim -\frac{G_F \cdot s}{8\pi\sqrt{2}}$.

Ähnlich für $e^+e^- \to W^+W^-$ mit Elektronen mit $m_e \neq 0$.

$\Longrightarrow$ Die elektroschwache WW benötigt zur Erhaltung der Unitarität der Streumatrix ein **skalares Feld**, das an Eichbosonen $\sim gM_{W,Z}$ und an Fermionen $\sim m_f$ (schwach) koppelt: das Higgs-Boson.

Ohne das elementare Higgs-Boson mit nicht zu großer Masse wird die schwache Wechselwirkung oberhalb $\sim$ 1 TeV effektiv stark und nicht mehr störungstheoretisch berechenbar, d.h. neue Phänomene.

Grenzen für die Masse des Higgs-Bosons:

M_H ist ein im Standardmodell nicht festgelegter freier Parameter; obere und untere Grenzen ergeben sich aus Selbstkonsistenzgründen der schwachen WW.

Für $s \gg M_H^2$ ist

$$\mathcal{A}_{a+b}^{J=0}(W_L W_L \to W_L W_L) \longrightarrow -\frac{G_F M_H^2}{4\pi\sqrt{2}}$$

und die Unitarität mit Hilfe des Higgs-Bosons nur gewährleistet, falls

$$\Longrightarrow \quad \frac{G_F M_H^2}{4\pi\sqrt{2}} \leq \frac{1}{2};$$

$$\Longrightarrow \quad \underline{M_H^2 \leq \frac{2\pi\sqrt{2}}{G_F} \approx (870\ \mathrm{GeV})^2.}$$

Selbstwechselwirkung des Higgs-Bosons:

q^2-Abhängigkeit der Selbstkopplung mit Higgs-Vakuumpolarisation:

$$\lambda(q^2) = \frac{\lambda(q_0^2)}{1 - \frac{3\lambda(q_0^2)}{4\pi^2}\ln\left(\frac{q^2}{q_0^2}\right)},$$

wobei $\lambda(v^2) = \frac{M_H^2}{2v^2}$.

$\Lambda(q^2 \to 0) \mapsto 0.$

$\Longrightarrow$ Landau-Pol bei $q^2 = \Lambda^2$ und $0 < \lambda(q^2) < \infty$ für

$$\frac{3\lambda(v^2)}{4\pi^2}\ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right) = \frac{3M_H^2}{8\pi^2 v^2}\ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right) \leq 1, \mathrm{d.h.}$$

$$\underline{M_H^2 \leq \frac{8\pi^2 v^2}{3}\left(\ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right)\right)^{-1} = \begin{cases} \underline{(750\ \mathrm{GeV})^2} & \mathrm{f.}\ \Lambda = 1\ \mathrm{TeV} \\ \underline{(140\ \mathrm{GeV})^2} & \mathrm{f.}\ \Lambda = M_{\mathrm{Planck}} \end{cases}}$$

$M_{\rm Planck} = \sqrt{\frac{\hbar c}{G_N}} \approx 10^{19}$ GeV $\approx 2 \cdot 10^{-8}$ kg ist die sog. Planck-Masse oder Planck-Energieskala, bei der die Gravitation so stark wird wie die übrigen Wechselwirkungen und quantisiert werden muß (Quantisierung der Raum-Zeit bei Abständen kleiner als die Planck-Länge $\sim 1/M_{\rm Planck}$).

Die Energieskala

$$\Lambda^2 = v^2 e^{\frac{8\pi v^2}{3M_H^2}},$$

bei der die Higgs-Selbstwechselwirkung stark wird, kann relativ klein werden bei großen M_H.

Dies im Gegensatz zur QED mit

$$\Lambda^2_{\rm QED} = m_e^2 e^{\frac{3\pi}{\alpha(m_e^2)}} \approx m_e^2 e^{10^3} \mapsto \infty.$$

Im Fall der QCD mit $N_q = 6 < 16$ (asympthotische Freiheit) liegt der Pol bei niedrigen q^2, bei der 'Confinement-Skala'

$$\Lambda^2_{\rm QCD} = M_Z^2 e^{-\frac{12\pi}{(33-2N_q)\alpha_s(M_Z^2)}} \approx 50 \text{ MeV}.$$

Stabilität des Vakuums:

Fermion (top-Quark)-Vakuumpolarisation bei der Higgs-Selbstwechselwirkung führt mit zunehmender top-Masse m_t zu $\lambda(q^2) < 0$, d.h. Instabilität des Higgs-Vakuums mit $V_{\mathrm{Higgs}} \mapsto -V_{\mathrm{Higgs}}$, falls M_H nicht groß genug ist zur Kompensation.

$m_t = 175 \pm 5$ GeV.

$\Longrightarrow$ in Abhängigkeit von der Skala Λ, bis zu der die Higgs-WW schwach ist und das Standardmodell gültig:

$$\begin{array}{rl} \underline{55 \leq M_H \leq 700 \text{ GeV}} & \text{für } \Lambda = \Lambda_{\min} = 1 \text{ TeV}, \\ \underline{130 \leq M_H \leq 190 \text{ GeV}} & \text{für } \Lambda = \Lambda_{\max} = M_{\mathrm{Planck}}, \end{array}$$

d.h. untere Grenze der Higgs-Masse: $\underline{55 - 130 \text{ GeV}}$, verschärfte obere Grenze: $\underline{190 - 700 \text{ GeV}}$.

Experiment:

Direkte Suche bei LEP II ($E_{\rm cms} \mapsto 190$ GeV):

$$\underline{M_H > 95\ GeV},$$

in der Reaktion

Aus der Anpassung der Vorhersagen des Standardmodells mit elektroschwachen Strahlungskorrekturen an die Präzisionsmessungen bei LEP I ($E_{\rm cms} = M_Z$) und anderen Experimenten:

$$M_H = 76^{+85}_{-47}\ GeV \Longrightarrow \underline{M_H < 260\ GeV}.$$

d.h. leichtes Higgs-Boson bevorzugt.

$\longrightarrow$ Nachweis durch direkte Suche beim
'Large Hadron Collider (LHC)'

am CERN über den gesamten zulässigen Bereich:

$\underline{90 < M_H < 1000 \text{ GeV.}}$

Higgs-Zerfälle:

M_H bestimmt alle Zerfallsraten.

1) $\underline{H \to f\bar{f}}$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M} &= g_f \bar{u}_f u_f = g_f 2E_f = g_f M_H; \\
\overline{|\mathcal{M}|^2} &\approx N_C^f g_f^2 M_H^2; \\
\Gamma(H \to f\bar{f}) &\approx \frac{\overline{|\mathcal{M}|^2}}{16\pi M_H} = \frac{1}{16\pi} N_C^f \frac{g^2 m_f^2}{4M_W^2} M_H \\
&= N_C^f \frac{G_F}{4\sqrt{2}\pi} m_f^2 M_H.
\end{aligned}$$

Für $M_H \leq 100$ GeV: $H \to b\bar{b}$.

Für $M_H > 2m_t = 350$ GeV: $H \to t\bar{t}$.

2) $\underline{H \to \gamma\gamma}$:

$$\Gamma(H \to \gamma\gamma) = \frac{G_F \alpha^2}{128\sqrt{2}\pi^3} M_H^3 \cdot C_{\mathrm{Ph}}$$

ist verhältnismäßig klein ($\sim \alpha^2$).

Verzweigungsverhältnis am größten für

$90 \leq M_H \leq 150$ GeV.

3) $\underline{H \to W^+W^- \text{ (oder } Z^0 Z^0)}$:

für $M_H > 2M_W$ (bzw. $> 2M_Z$)

Für $M_H \gg M_W$: longitudinale W-Polarisation:

$$\begin{aligned}
\mathcal{M} &= igM_W \varepsilon_{\mu 1} \varepsilon_2^{\mu *} \approx igM_W \frac{k_{\mu 1} k_2^\mu}{M_W^2}; \\
\overline{|\mathcal{M}|^2} &\approx \frac{g^2 M_H^4}{4M_W^2}; \\
\Gamma(H \to W^+W^-) &\approx \frac{1}{16\pi M_H} \frac{g^2 M_H^4}{M_W^2} = \frac{G_F}{8\sqrt{2}\pi} M_H^3 \cdot C_{\mathrm{Ph}}
\end{aligned}$$

mit $k_{\mu 1} k_2^\mu \approx \frac{1}{2}(k_1 + k_2)^2 = \frac{1}{2} M_H^2$.

$\longrightarrow$ Totale Higgs-Zerfallsbreite:

$$\Gamma_{\mathrm{tot}} \approx \frac{1}{2} M_H^3 [\mathrm{TeV}] \mapsto \frac{1}{2} M_H \;\; \mathrm{f.} M_H \to 1 \;\mathrm{TeV}.$$

10. Erweiterungen des Standardmodells

10.1 Mängel des Standardmodells

1. Existiert das Higgs-Boson als elementares Teilchen?

   ($\longrightarrow$ Substruktur des Higgs-Bosons mit neuer starker WW ('Techni-Colour'),

   dynamische elektroschwache SSB inbes. für sehr große Higgs-Masse;

   Analogie zur Relation zwischen der BCS-Theorie der Cooper-Paare im Supraleiter und der Ginzburg-Landau-Meanfield-Theorie)

2. Stabilisierung einer relativ kleinen Higgs-Masse: 'Hierarchie-Problem'.

   ($\longrightarrow$ Supersymmetrie zwischen Fermionen und Bosonen)

3. Ursache der Paritätsverletzung?

   ($\longrightarrow$ z.B. durch spontane Symmetriebrechung in einer L-R-symmetrischen Theorie)

4. Erklärung für die Paarung von schwachen Lepton- und Quark-Dubletts (Anomalie-Freiheit der schwachen WW),

Verknüpfung zwischen elektrischer Ladung und Farbquantenzahl, zwischen Quarks und Leptonen?

($\longrightarrow$ große Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen: GUTs)

5. Erklärung der Quantisierung der elektrischen Ladung:

   $Q_e = -Q_p$ mit einer Genauigkeit von 10^{-21}.

   Warum ist $Q_d = \frac{1}{3} Q_e$ und $Q_\nu + Q_e + 3Q_u + 3Q_d = 0$?

   ($\longrightarrow$ große Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen: GUTs)

6. Warum Wiederholung der Quarks und Leptonen in Generationen?

   Warum 3 Generationen (Minimum für Auftreten von CP-Verletzung in der Mischungsmatrix)?

   Grund für die Hierarchie der Fermion-Massen und Mischungswinkel?

   ($\longrightarrow$ Substruktur der Quarks und Leptonen und evtl. der Eichbosonen mit neuer starker (Eich-) WW)

7. Warum sind die Neutrino-Massen sehr klein (oder 0)?

   Erklärung der CP-Verletzung und Baryon-Asymmetrie im Universum.

   ($\longrightarrow$ große Vereinheitlichung, GUT)

8. 25 freie Parameter des Standardmodells:

   - 3 Eichkopplungskonstanten: e, g_w, g_s oder α, $\sin^2\theta_W$, α_s
     ($g = e/\cos\theta_W$, $g' = e/\sin\theta_W$).
   - 6 Lepton- und 6 Quark-Massen (Yukawa-Kopplungen).
   - Je 4 Parameter der Mischungsmmatrizen für Quarks und Leptonen (für massive Neutrinos).
   - Masse und Selbstkopplungskonstante des Higgs-Bosons (Parameter des Higgs-Potentials).
     ($\longrightarrow$ Substruktur der Quarks und Leptonen und/oder GUT)

9. Vereinheitlichung und Erweiterung der 3 separaten Eichwechselwirkungen des Standardmodells mit 3 Kopplungskonstanten (über elektroschwache Vereinheitlichung hinaus: einfache Gruppe statt direktes Produkt als Eichsymmetrie)?

   Auswahl der Eichgruppen?

   ($\longrightarrow$ große Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen: GUTs)

10. Einbeziehung der Gravitationswechselwirkung (Allgemeine Relativitätstheorie: Eichtheorie der lokalen Koordinatentransformationen) und ihre Quantisierung (Quantengravitation) fehlen im Standardmodell (nicht miteinander verträglich).

    ($\longrightarrow$ Supergravitation = lokale Supersymmetrie?; Superstrings?)

11. Kleinheit der Kosmologischen Konstanten:

Kompensation der Higgs-Vakuumenergie durch generische Kosmologische Konstante mit hoher Genauigkeit

($\longrightarrow$ Supersymmetrie, Supergravitation?)

10.2 Supersymmetrie (SUSY)

Maximale nicht-triviale Erweiterung der Poincaré-Gruppe.

Die Poincaré-Gruppe P besitzt die Generatoren:

P_μ: Raum-Zeit-Translationen; und

$M_{\mu\nu}$: antisymmetrischer Tensor mit den unabhängigen Komponenten:

$\vec{J} = (M_{23}, M_{31}, M_{12})$ und $\vec{K} = (M_{01}, M_{02}, M_{03})$, wobei

J_i = Rotation um die i-Achse; K_i = Lorentz-Boost in i-Richtung $(i = x, y, z)$.

Einzige nicht verbotene Vereinigung der Raum-Zeit-Symmetrien mit einer internen Symmetriegruppe, die nicht ein direktes Produkt $P \otimes G$ ist (Coleman-Mandula-Theorem, 1967),

durch Einführung neuer <u>anti-kommutierender</u> Generatoren Q_α $(\alpha = 1, ..., 4)$ mit Spinor-Transformationseigenschaften (SUSY-Generatoren) mit

$$\begin{aligned}
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &\equiv Q_\alpha Q_\beta + Q_\beta Q_\alpha = \{\overline{Q}_\alpha, \overline{Q}_\beta\} = 0; \\
\{Q_\alpha, \overline{Q}_\beta\} &= 2(\gamma^\mu)_{\alpha\beta} P_\mu; \\
[Q_\alpha, P_\mu] &= 0; \\
[Q_\alpha, M_{\mu\nu}] &= \frac{1}{4} i(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)_{\alpha\beta} Q_\beta;
\end{aligned}$$

Die SUSY-Generatoren haben folgende Wirkung auf Fermion (F)- und Boson (B)-Felder:

$$Q|F>=|B>; \quad Q|B>=|F>;$$

wobei $[B(x),B(x')]=0$ und $\{F(x),F(x')\}=0$.

$\Longrightarrow$ Supersymmetrie verbindet ('vereinigt') Fermionen und Bosonen.

SUSY-Generatoren Q, $\overline{Q}$ ändern den Spin um $\pm\frac{1}{2}$.

$\Longrightarrow$ Super-Multipletts enthalten Fermionen und Bosonen mit folgender Spin-Zuordnung:

$$\begin{pmatrix} \mathrm{Fermion} & \frac{1}{2} \\ \mathrm{s-Fermion} & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathrm{Eichboson} & 1 \\ \mathrm{Gaugino} & \frac{1}{2} \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \mathrm{Higgs-Boson} & 0 \\ \mathrm{Higgsino} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \mathrm{Graviton} & 2 \\ \mathrm{Gravitino} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

D.h. keine Superpartner-Zuordnungen unter den bekannten Teilchen des Standardmodells möglich, sondern Erweiterung um neue SUSY-Teilchen.

Die Superpartner in den SUSY-Multipletts haben gleiche Massen und Eichladungen.

Da bisher keine Superpartner der Teilchen des Standardmodells entdeckt wurden, müssen diese größere Massen ($\mathcal{O}(1\ \mathrm{TeV})$) besitzen, d.h. die Supersymmetrie ist (spontan) gebrochen.

Konstruktion supersymmetrischer Erweiterungen des Standardmodells (SM):

Hinzufügen der Fermion- bzw. Boson-Terme der Superpartner in der Lagrange-Funktion mit den gleichen Eichkopplungen wie im Standardmodell.

Die Supersymmetrie führt zu folgenden Erhaltungssätzen:

1. Superpartner werden, ausgehend von SM-Teilchen, in Paaren erzeugt.

2. SUSY-Teilchen zerfallen unter Emission eines Superpartners.

3. Der leichteste Superpartner (LSP) ist stabil, d.h. nicht nachweisbar im Detektor.

Vorzüge der Supersymmetrie:

- Einzige bekannte Lösung des sog. 'Hierarchie-Problems' der Higgs-Massenkorrekturen:

$$\begin{aligned} \delta M_H^2 &\sim g_Y^2 \int_0^\Lambda \frac{d^4k}{(2\pi)^4}\frac{1}{k^2} \sim g_Y^2\Lambda^2; \\ \stackrel{SUSY}{\Longrightarrow} \delta M_H^2 &\sim +[g_Y^2\Lambda^2]_{\text{Bosonen}} - [g_Y^2\Lambda^2]_{\text{Fermionen}} \approx 0. \end{aligned}$$

  Kompensation der Beiträge der Fermionen und ihrer Superpartner bis auf Massenunterschiede verursacht durch SUSY-Brechung.

  $\Longrightarrow$ Korrekturen zur Higgs-Masse und daher Higgs-Masse klein unabhängig vom Abscheideparameter Λ, der sehr groß sein kann, z.B. $\Lambda = \Lambda_{GUT} \approx 10^{15}$ GeV oder $\Lambda = M_{\text{Planck}} \approx 10^{19}$ GeV, je nachdem, wie weit das Standardmodell gültig ist.

  Kompensation der quadratischen Divergenz der Massenkorrekturen in $M_H^2 = M_{H,0}^2 + \delta M_H^2$ mit hoher Genauigkeit (Vergleich zwischen der elektroschwachen Skala $\leq \mathcal{O}(1\ \text{TeV})$ und der hohen Skala $\Lambda \approx \Lambda_{GUT}$ wird vermieden; wäre unnatürlich: 'Hierarchie-Problem' der Energieskalen.

- Vereinheitlichung von Fermionen und Bosonen.

- Verringerung der Divergenzen bei Strahlungskorrekturen.

- Lokale Supersymmetrie ist Kandidat für Quantentheorie der Gravitation (Supergravitation) und ihre Vereinigung mit den anderen Eich-Wechselwirkungen.

- Kandidat für die Erklärung der Kleinheit der Kosmologischen Konstanten ($\approx 0?$) durch ein Symmetrieprinzip.

- LSP ist Kandidat für 'Dunkle Materie' ($\sim 90\%$ der Materie im Universum).

- Supersymmetrie in Verbindung mit GUTs ($SU(5)$-Modell):

  Exakte Vorhersage des Weinberg-Winkels mit Genauigkeit $< 0.2\%$: $\sin^2\theta_W(M_Z^2) = 0.2336 \pm 0.0017$

  (SM ohne SUSY: 0.209).

  Experiment (LEP I): $\sin^2\theta_W = 0.2317 \pm 0.0003$.

- Elektroschwache Symetriebrechung kann durch SUSY-Strahlungskorrekturen erzeugt werden.

Minimale supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells (MSSM):

2 komplexe Higgs-Dubletts benötigt (SUSY): separat für up- und down-Fermionen.

Nach SSB 5 massive Higgs-Bosonen,

$$h^0,\ H^0\ (\text{skalar},\ CP = +1),$$
$$A^0\ (\text{pseudoskalar},\ CP = -1)\ \text{und}\ H^\pm,$$

und zwei Vakuumerwartungswerte v_1 und v_2.

$\tan\beta = \frac{v_2}{v_1}$ und M_{A^0} bestimmen die Zerfallsraten aller Higgs-Teilchen.

Begrenzung für das leichteste MSSM-Higgs-Boson: $M_{h^0} < 130$ GeV!

(Suche bei LEP II in diesem Jahr).

Adresse für Fragen:

Dr. Hubert Kroha
Max-Planck-Institut für Physik
Föhringer Ring 6
80805 München

http://www.mppmu.mpg.de

Tel.: 089-32354-435
Sekr.: 089-32354-299

email: kroha@mppmu.mpg.de