4.4 Massen der Neutrinos und Neutrino-Oszillationen

Annahme: Neutrinos besitzen (unterschiedliche) Massen.

Dann gelten für die Neutrinos die gleichen Verhältnisse in Bezug auf die Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld wie für die Quarks:

Die Masseneigenzustände der Neutrinos sind im allgemeinen verschieden von ihren schwachen Eigenzuständen.
Die Massenmatrix ist nicht-diagonal für die schwachen Zustände.
(Das Gleiche gilt für die geladenen Leptonen, die bekanntlich stark unterschiedliche Massen besitzen.)

Die up- und die down-artigen Leptonzustände der schwachen Wechselwirkung (mit jeweils der gleichen elektrischen Ladung) sind jeweils durch eine unitäre Transformation mit ihren Masseneigenzuständen verbunden, die experimentell zu bestimmen ist.
Es gibt damit schwache CC-Übergänge zwischen den Massenzuständen in verschiedenen Generationen, also Mischung wie bei den Quarks.

Für die wechselwirkenden linkshändigen Neutrinozustände gibt es also die unitäre Transformation:

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L = U_u^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L$$

mit den Masseneigenzuständen ν_i $(i = 1, ..., 3)$ und den schwachen Eigenzuständen ν_α $(\alpha = e, \mu, \tau)$, d.h.

$$\begin{aligned} \nu_i &= \sum_\alpha U^*_{\alpha i}\, \nu_\alpha \; ; \quad \bar{\nu}_i = \sum_\alpha U_{\alpha i}\, \bar{\nu}_\alpha \; ; \\ \nu_\alpha &= \sum_i U_{\alpha i}\, \nu_i \; ; \quad \bar{\nu}_\alpha = \sum_i U^*_{\alpha i}\, \bar{\nu}_i \; . \end{aligned}$$

Die Folge sind, wie bei den neutralen Mesonen, zeitliche Oszillationen zwischen den mischenden Zuständen, die Neutrino-Oszillationen, ein typischer quantenmechanischer Effekt.

(Zuerst: Bruno Pontecorvo, Moskau 1958: $\nu \leftrightarrow \bar{\nu}$.)

Die zeitliche Entwicklung eines Masseneigenzustands ist als Lösung der effektiven Schrödingergleichung (Grenzfall $|\vec{p}| \gg m_i$ der Dirac-Gleichung) gegeben durch

$$\nu_i(t) = e^{-iE_i t} \nu_i(0) \; ,$$

$$\text{mit} \;\; \mathrm{E_i} = \sqrt{\vec{\mathrm{p}}^2 + \mathrm{m_i^2}} \overset{\mathrm{m_i} \ll |\vec{\mathrm{p}}|}{\approx} |\vec{\mathrm{p}}| + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{m_i^2}}{|\vec{\mathrm{p}}|} \overset{|\vec{\mathrm{p}}| \approx \mathrm{E}_\nu}{\approx} \mathrm{E}_\nu + \frac{1}{2}\frac{\mathrm{m_i^2}}{\mathrm{E}_\nu}.$$

Damit erhält man für die zeitliche Entwicklung eines schwachen Eigenzustands zur Zeit $t = 0$,

$$\nu(0) = |\nu_\alpha >= \sum_i U_{\alpha i}\nu_i(0) \text{ , den Ausdruck}$$

$$\nu(t) = \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t}\nu_i(0) = \sum_i \sum_\beta U_{\alpha i}U^*_{\beta i} e^{-iE_i t}\nu_\beta \ .$$

$\Longrightarrow$ Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den schwachen Zuständen als Funktion der Zeit:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_\alpha \to \nu_\beta; t) &= |<\nu_\beta|\nu(t)>|^2 \\ = \sum_i |U_{\alpha i}U^*_{\beta_i}|^2 &+ 2\mathcal{R}e \sum_{i,j(j>i)} U_{\alpha i}U^*_{\beta i}U^*_{\alpha j}U_{\beta j}e^{-i\Delta_{ij}}, \end{aligned}$$

$$\text{mit } (\mathrm{L} = \mathrm{ct}) : \ \Delta_{\mathrm{ij}} = (\mathrm{E_i} - \mathrm{E_j})\mathrm{t} \approx \frac{\mathrm{m_i^2} - \mathrm{m_j^2}}{2\mathrm{E}}\mathrm{t} =: \frac{1}{2}\delta\mathrm{m^2_{ij}}\frac{\mathrm{L}}{\mathrm{E}}.$$

$\Longrightarrow$ Oszillationen zwischen den schwachen Zuständen, falls nicht alle $\delta m^2_{ij} = 0$,

d.h. falls nicht alle Neutrinomassen gleich (entartet) bzw. speziell nicht alle $= 0$ sind.

(Sonst ist die Massenmatrix proportional zur Einheitsmatrix und bleibt daher invariant und diagonal bei allen Transformationen, also auch für die schwachen Zustände.)

Einfachster Fall: Mischung zwischen 2 Neutrino-Generationen:

1 Parameter der Mischungsmatrix: Mischungswinkel θ:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix},$$

und $\delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 \sim$ Oszillationsfrequenz.

Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind (CP ist erhalten):

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_e) &= \mathcal{P}(\nu_\mu \to \nu_\mu) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_e) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_\mu) \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{2} \text{ und} \\ \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_\mu) &= \mathcal{P}(\nu_\mu \to \nu_e) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_e \to \bar{\nu}_\mu) = \mathcal{P}(\bar{\nu}_\mu \to \bar{\nu}_e) \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{2} = 1 - \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_e), \end{aligned}$$

mit $\Delta = \frac{\delta m^2}{2}\frac{L}{E}$; Oszillationslänge $L_0 = \frac{4\pi E}{\delta m^2}$.

Zwei Parameter: Oszillationsfrequenz $\delta m^2/2E_\nu$.
Oszillationsamplitude $\sin^2 2\theta$.

Für 3 Generationen: Parametrisierung der komplexen Mischungsmatrix U_u wie CKM-Matrix. Es ist dann auch CP-Verletzung möglich, d.h. z.B. $\mathcal{P}(\nu_e \to \nu_e) \neq \mathcal{P}(\nu_\mu \to \nu_\mu)$.

Wegen der kleinen ν-Massen und der daher kleinen Massendifferenzen sind ν-Oszillationen im Prinzip beobachtbar im Gegensatz zu den Leptonen und den Quarks.

4.4.1 Suche nach Neutrino-Oszillationen

4.4.1.1 Solares Neutrino-Defizit

Radiochemische Experimente in Bergwerken oder Tunnels:

Seit 1970 Homestake-Experiment in einem Goldbergwerk in South Dakota (mit der Reaktion $\nu_e + Cl^{37} \rightarrow Ar^{37} + e^-$):

Nur $\sim 50\%$ der ν_e von den Fusionsreaktionen im Zentrum der Sonne beobachtet im Vergleich zur Vorhersage der Sonnenmodelle.

Bestätigt durch die Experimente SAGE im Baksan-Tunnel im Kaukasus und GALLEX im Gran Sasso-Tunnel bei Rom (mit $\nu_e + Ga^{37} \rightarrow Ge^{37} + e^-$) sowie durch das (Super-) Kamiokande-Experiment (mit $\nu_\alpha e^- \rightarrow \nu_\alpha e^-$; Čerenkov-Licht in Wassertank) im Kamioka-Bergwerk in Japan.

Mögliche Erklärungen:
Neutrino-Oszillationen $\nu_e \rightarrow \nu_\mu$ von der Sonne zur Erde (im Vakuum) oder innerhalb der Sonne durch Resonanzverstärkung in der Sonnenmaterie (Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein- oder MSW-Effekt, 1985).

4.4.1.2 Neutrinostrahlen an Reaktoren und Beschleunigern

Kernreaktoren: $\overline{\nu_e}$ aus den β^--Zerfällen der Spaltprodukte.

Beschleuniger: Schwache $\pi, K \rightarrow \nu\nu_\mu, e\nu_e$ Zerfälle bei Protonreaktionen mit Kernen in einem Target.

Nachweisreaktion: inverser β-Zerfall:
$\overline{\nu_e} + p \rightarrow e^+ + n$ und $\nu_{e,\mu,\tau} + N \rightarrow (e^-, \mu^-, \tau^-) + \text{Hadronen}.$

Einziger positiver, aber umstrittener Hinweis vom LSND-Experiment am LAMPF p-LINAC in Los Alamos.

4.4.1.3 Atmosphärische Neutrinos

Superkamiokande-Experiment 1998:

Defizit an ν_μ $(\bar{\nu}_\mu)$ gegenüber ν_e $(\bar{\nu}_e)$ beobachtet Teilchenschauern verursacht durch kosmische Strahlung in der Atmosphäre; insbesondere in der Blickrichtung nach unten.

Einzige Interpretation durch Neutrino-Oszillationen $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$ oder $\nu_\mu \rightarrow \nu_\tau$ in der Erde ($L_\circ = 10^4$ km).

4.4.2 Hinweise auf Neutrino-Oszillationen und damit Neutrinomassen

1. Anzeichen für $\nu_\mu \to \nu_e$-Oszillationen beim LSND-Experiment ("Appearance": neuer ν-flavour als von Quelle erscheint):

$$0.2 < \delta m^2_{e\mu} < 2 \text{ eV}^2$$
$$0.002 < \sin^2 2\theta_{e\mu} < 0.04$$

   Einziges Anzeichen für ν-Oszillationen mit terrestrischen Quellen und in Appearance.

   Erste Hinweise beim K2K-Experiment (ν-Strahl KEK $\to$ Kamioka) in Disappearance (Defizit) von ν_μ.

   Endgültige Überprüfung durch das MiniBooNE-Experiment am FNAL.

2. Beobachtung atmosphärischer $\nu_\mu \to \nu_\tau$-Oszillationen zuerst durch Kamiokande und Super-Kamiokande und Bestätigung durch MACRO (Gran Sasso) und Soudan 2 (Soudan-Bergwerk, USA): (Disappearance):

$$1.5 \cdot 10^{-3} < \delta m^2_{\mu\tau} < 5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2$$
$$\sin^2 2\theta_{\mu\tau} > 0.88$$

Die $\nu_\mu \to \nu_e$-Hypothese ist durch Reaktorexperimente, Chooz, Palo Verde, ausgeschlossen (Disapperance von $\nu_e \to \nu_X$).

3. Konsistente Erklärung aller Messungen des solaren ν_e-Defizits (Disappearance) durch den MSW-Effekt in der Sonne (mehrere Lösungen) oder Vakuumoszillationen (VAC):

δm^2 [eV^2]	$\sin^2 2\theta$	
$\nu_e \to \nu_{\mu,\tau}$		
$2.2 \cdot 10^{-5}$	0.76	LMA
$4.9 \cdot 10^{-6}$	0.005	SMA
$9.0 \cdot 10^{-8}$	0.88	LOW
$\nu_e \to \nu_{\mathrm{steril(R)}}$		
$3.8 \cdot 10^{-6}$	0.004	SMA
$\nu_e \to \nu_X$		
$4.4 \cdot 10^{-10}$	0.93	VAC

Weitere Untersuchungen durch die SNO-, BOREXINO-, GNO- und KAMLAND-Experimente.

Mögliche Szenarios zur Interpretation der verschiedenen Ergebnisse:

1. 3 ν-flavours (ohne LSND):

   $m_{\nu_e} \approx 0,\ m_{\nu_\mu} \approx 2 \cdot 10^{-3}(2 \cdot 10^{-5})$ eV (solare ν) und $m_{\nu_\tau} \approx 0.05$ eV (atm. ν).

2. 4 ν-flavours (mit LSND):

   $m_{\nu_e} \approx m_{\nu_{\text{steril}}} \approx 0$ (solare ν) und $m_{\nu_\mu} \approx m_{\nu_\tau} \approx 2.3$ eV (kompatibel mit LSND, Dunkle Materie im Weltall).

Noch keine Klarheit über das Massenspektrum der Neutrinos aus den Oszillationsmessungen.