5. Ausblick: Was kommt nach dem Standardmodell?

5.1 Offene Fragen im Standardmodell

1. Existiert das Higgs-Boson als elementares Teilchen?

   Mechanismus der Eichsymmetriebrechung?

   $\longrightarrow$ Substruktur des Higgs-Bosons mit neuer starker Wechselwirkung?

   (Analogie zu den Cooper-Paaren ('Higgs-Feld') im Supraleiter.)

2. Ursache der Paritätsverletzung?

   Z.B. durch spontane Symmetriebrechung in einer L-R-symmetrischen Theorie?

3. Erklärung der Paarung von schwachen Lepton- und Quark-Dubletts ($\Longrightarrow$ Renormierbarkeit der schwachen WW),

   Verknüpfung zwischen elektrischer Ladung und Farbquantenzahl, zwischen Quarks und Leptonen?

   $\longrightarrow$ Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen:
   Grand Unified Theories (GUT)?

4. Erklärung der Quantisierung der elektrischen Ladung:

   $Q_e = -Q_p$ mit einer Genauigkeit von 10^{-21}.

   Warum ist $Q_d = \frac{1}{3}Q_e$ und $Q_\nu + Q_e + 3Q_u + 3Q_d = 0$?

   $\longrightarrow$ Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen: GUTs.

5. Warum gerade 3 Generationen von Quarks und Leptonen?
   (Minimum für Auftreten von CP-Verletzung in der Mischungsmatrix.)

   Hierarchie der Fermion-Massen und -Mischungswinkel.

   $\longrightarrow$ Substruktur der Quarks und Leptonen und evtl. der Eichbosonen mit neuer starker (Eich-) Wechselwirkung?

6. Warum sind die Neutrino-Massen so klein?

   $\longrightarrow$ Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen, GUTs.

7. Ursprung der CP-Verletzung, die für die Existenz von Materie im Universum (Baryon-Antibaryon-Asymmetrie) verantwortlich ist?
   (Sacharov 1967).

   Der Effekt der CP-Verletzung im Standardmodell ist zu klein dafür.

   $\longrightarrow$ Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen, GUTs.

8. 25 freie Parameter des Standardmodells:

- 3 Eichkopplungskonstanten: e, g_w, g_s oder α, $\sin^2\theta_W$, α_s ($g = e/\cos\theta_W$, $g' = e/\sin\theta_W$).
- 6 Lepton- und 6 Quark-Massen (Yukawa-Kopplungen).
- Je 4 Parameter der Mischungsmatrizen für Quarks und Leptonen.
- Masse und Selbstkopplungskonstante des Higgs-Bosons (allgemein: Parameter des Higgs-Potentials bzw. des elektroschwachen Phasenübergangs).

$\longrightarrow$ Substruktur der Quarks und Leptonen, GUTs.

9. Stabilisierung der Higgsboson-Masse bei $\leq 1\ TeV$ unter Strahlungskorrekturen?

$\longrightarrow$ Supersymmetrie zwischen Fermionen und Bosonen.

10. Ursprung der ‘Dunklen Materie’ im Weltall?

90% der Materie in Galaxien nicht sichtbar.

$\longrightarrow$ Supersymmetrie zwischen Fermionen und Bosonen.

11. Quantentheorie der Gravitation?

Verbindung mit den anderen Wechselwirkungen der Elementarteilchen?

$\longrightarrow$ Supersymmetrie zwischen Fermionen und Bosonen, Superstrings?

12. Kleinheit der effektiven Kosmologischen Konstante (ART) im Vergleich zur Energie des Higgs-Grundzustands?

$\longrightarrow$ Supersymmetrie, Superstrings?

5.2 Supersymmetrie (SUSY)

Maximale nicht-triviale Erweiterung der Raum-Zeit-Symmetrien (sog. Poincaré-Gruppe):

Die Poincaré-Gruppe P besitzt die Generatoren:

P_μ: Raum-Zeit-Translationen und

$M_{\mu\nu}$: antisymmetrischer Tensor mit den unabhängigen Komponenten:

$\vec{J} = (M_{23}, M_{31}, M_{12})$ und $\vec{K} = (M_{01}, M_{02}, M_{03})$, wobei

J_i : Rotation um die i-Achse; K_i : Lorentz-Boost in i-Richtung ($i = x, y, z$).

Einzige konsistente Vereinigung der Raum-Zeit-Symmetrien mit einer internen Symmetriegruppe G, die nicht ein direktes Produkt $P \otimes G$ ist (Coleman-Mandula-Theorem, 1967),

durch Einführung neuer anti-kommutierender Generatoren Q_α ($\alpha = 1, ..., 4$) mit Spinor-Transformationseigenschaften (SUSY-Generatoren) mit

$$
\begin{aligned}
\{Q_\alpha, Q_\beta\} &\equiv Q_\alpha Q_\beta + Q_\beta Q_\alpha = \{\overline{Q}_\alpha, \overline{Q}_\beta\} = 0; \\
\{Q_\alpha, \overline{Q}_\beta\} &= 2(\gamma^\mu)_{\alpha\beta} P_\mu; \\
[Q_\alpha, P_\mu] &= 0; \\
[Q_\alpha, M_{\mu\nu}] &= \frac{1}{4} i(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)_{\alpha\beta} Q_\beta;
\end{aligned}
$$

Die SUSY-Generatoren haben folgende Wirkung auf Fermion (F)- und Boson (B)-Felder:

$$Q|F>=|B>; \quad Q|B>=|F>;$$

wobei $[B(x), B(x')] = 0$ und $\{F(x), F(x')\} = 0$.

$\Longrightarrow$ Supersymmetrietransformationen verbinden Fermionen mit Bosonen.

SUSY-Generatoren Q, $\overline{Q}$ ändern den Spin um $\pm\frac{1}{2}$.

$\Longrightarrow$ Super-Multipletts enthalten Fermionen und Bosonen mit folgender Spin-Zuordnung:

$$\begin{pmatrix} \text{Fermion} & \frac{1}{2} \\ \text{s}-\text{Fermion} & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \text{Eichboson} & 1 \\ \text{Gaugino} & \frac{1}{2} \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} \text{Higgs}-\text{Boson} & 0 \\ \text{Higgsino} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \text{Graviton} & 2 \\ \text{Gravitino} & \frac{3}{2} \end{pmatrix}.$$

D.h. keine Superpartner-Zuordnungen unter den bekannten Teilchen des Standardmodells möglich, sondern Erweiterung um neue SUSY-Teilchen.

Die Superpartner in den SUSY-Multipletts haben gleiche Massen und Eichladungen.

Da bisher keine Superpartner der Teilchen des Standardmodells entdeckt wurden, müssen diese größere Massen ($\mathcal{O}(1\ \mathrm{TeV})$) besitzen, d.h. die Supersymmetrie ist (spontan) gebrochen.

Supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells:

Hinzufügen der Fermion- bzw. Boson-Terme der Superpartner in der Lagrange-Funktion mit den gleichen Eichkopplungen wie im Standardmodell.

Die Supersymmetrie führt dann zu folgenden Erhaltungssätzen:

1. Superpartner werden, ausgehend von SM-Teilchen, in Paaren erzeugt.

2. SUSY-Teilchen zerfallen schnell unter Emission eines Superpartners bis zum LSP.

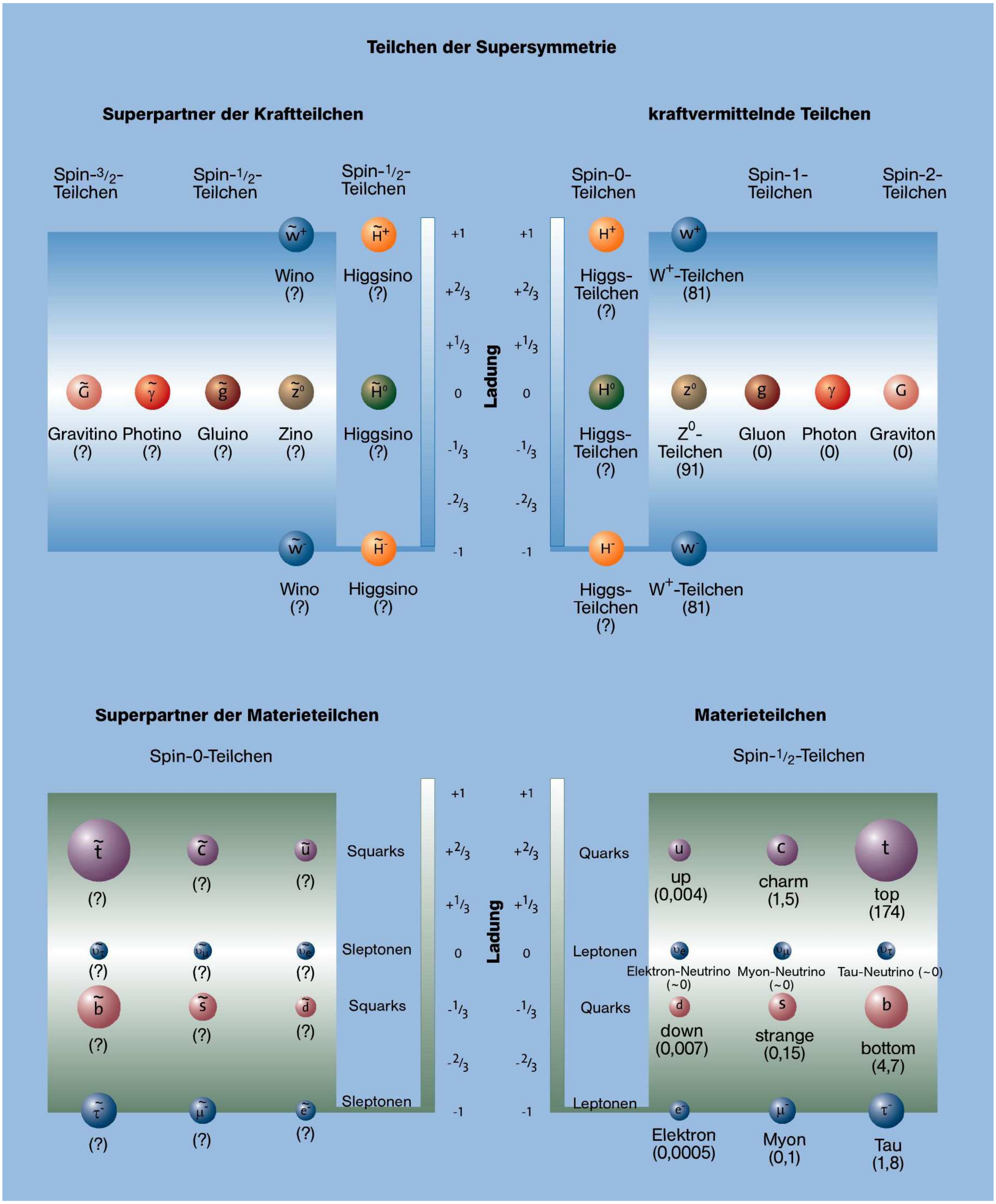
3. Der leichteste Superpartner (LSP) ist neutral und stabil, d.h. nicht durch Zerfälle in SM-Teilchen im Detektor nachweisbar.

   Keine Wechselwirkung des LSP im Detektor (Wirkungsquerschnitt so klein wie für Neutrinos), da nur unter Produktion schwerer SUSY-Partner.

In supersymmetrischen Erweiterungen des Standardmodells (SM) werden mindestens 2 Higgs-Dubletts benötigt und damit nach der SSB mindestens 5 massive Higgs-Bosonen (minimale supersymmetrische Erweiterung MSSM).

Mindestens eines davon wäre verhältnismäßig leicht mit Masse < 130 GeV

$\longrightarrow$ TEVATRON, LHC.


Teilchen der Supersymmetrie
Superpartner der Kraftteilchen
kraftvermittelnde Teilchen
Spin-3/2-Teilchen
Spin-1/2-Teilchen
Spin-1/2-Teilchen
Spin-0-Teilchen
Spin-1-Teilchen
Spin-2-Teilchen
Wino (?)
Higgsino (?)
Higgs-Teilchen (?)
W+-Teilchen (81)
Gravitino (?)
Photino (?)
Gluino (?)
Zino (?)
Higgsino (?)
Higgs-Teilchen (?)
Z0-Teilchen (91)
Gluon (0)
Photon (0)
Graviton (0)
Wino (?)
Higgsino (?)
Higgs-Teilchen (?)
W+-Teilchen (81)
Ladung
+1
+2/3
+1/3
0
-1/3
-2/3
-1
Superpartner der Materieteilchen
Spin-0-Teilchen
Materieteilchen
Spin-1/2-Teilchen
Squarks
Sleptonen
Squarks
Sleptonen
Quarks
Leptonen
Quarks
Leptonen
(?)
up (0,004)
charm (1,5)
top (174)
Elektron-Neutrino (~0)
Myon-Neutrino (~0)
Tau-Neutrino (~0)
down (0,007)
strange (0,15)
bottom (4,7)
Elektron (0,0005)
Myon (0,1)
Tau (1,8)

Vorzüge der Supersymmetrie:

- Vereinheitlichung von Fermionen und Bosonen.
- Einzige bekannte Lösung des Problems der Higgs-Massenkorrekturen durch Kompensation der Vakuumpolarisationsbeiträge der Fermionen durch die ihrer Superpartner.
- Feldtheorien mit lokaler Supersymmetrie sind Kandidaten für eine Quantentheorie der Gravitation (Supergravitation) und ihre Vereinigung mit den anderen Eichwechselwirkungen.
- Kandidat für die Erklärung der Kleinheit der Kosmologischen Konstanten durch ein Symmetrieprinzip.
- LSP ist Kandidat für 'Dunkle Materie'.
- Supersymmetrie in Verbindung mit GUTs:

  Vorhersage des Weinberg-Winkels mit Genauigkeit $< 0.2\%$ ($SU(5)$-Modell):

$$\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.2336 \pm 0.0017$$

  SM ohne SUSY: $\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.209.$

  Experiment (LEP I, SLC):

$$\sin^2\theta_W(M_Z) = 0.23146 \pm 0.00017.$$

5.3 Große Vereinheitlichung der Wechselwirkungen (GUT)

Vereinheitlichung der Eichwechselwirkungen des Standardmodells durch Einbettung in eine größere einfache Eichgruppe G mit einer einzigen Kopplungskonstanten:

$$G \supset SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y.$$

Das Standardmodell ist eine effektive Theorie bei niedrigen Energien nach spontaner Symmetriebrechung der Eichsymmetrien:

$$G \stackrel{M_{GUT}}{\longrightarrow} SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \stackrel{M_{\text{el.schw.}}}{\longrightarrow} SU(3)_C \otimes U(1)_Q.$$

Die Vereinheitlichungsskala, bei der alle Wechselwirkungen gleich stark werden (gemeinsame Kopplungskonstante) kann im Standardmodell berechnet werden: $M_{GUT} \approx 10^{15}$ GeV.

(vergleiche die Skala der elektroschwachen Symmetriebrechung: $M_{\text{el.schw.}} \approx \frac{v}{\sqrt{2}} \approx M_W$).

Das $G = SU(5)$-Modell:

Die kleinste einfache Lie-Gruppe, die die Eichgruppen des Standardmodells als Untergruppen enthält ist $SU(5)$,

mit $n^2 - 1 = 24$ Generatoren T^a und 24 Eichfeldern $V_\mu^a(x)$ $(a = 1, ..., 24)$, von denen nur 12 schon im Standardmodell enthalten sind (8 Gluonen, $W^\pm$, Z^0, γ):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SU(5)} &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \overline{\psi} i \gamma^\mu D_\mu \psi_f; \\ D_\mu &= \partial_\mu - i g_5 T^a V_\mu^a. \end{aligned}$$

Die fundamentale Darstellung hat die Dimension $n = 5$ und ist komplex: d.h. es gibt zwei verschiedene 5, 5^*.

Um alle 15 Fermion-Zustände der ersten Generation des SM in SU(5)-Multipletts unterzubringen, wird zusätzlich die 10-dim. irreduzible Darstellung 10 benötigt:

d.h. reduzible Darstellung der SM-Teilchen $5^* + 10$ (zusammen Renormierbarkeit in der $SU(5)$-Eichtheorie).

Zerlegung in irreduzible $(SU(3)_C, SU(2)_L)$-Darstellungen ergibt $(i = r, g, b)$:

$$5_L = \underbrace{(3,1)}_{\overline{d}_{iL}} + \underbrace{(1,2)}_{(\nu_e, e^-)_L} \quad \text{und} \quad 5_R^* = \underbrace{(3^*,1)}_{d_{iR}} + \underbrace{(1,2)}_{(\overline{\nu}_e, e^+)_R} .$$

$$10_L = \underbrace{(3,2)}_{(u_i, d_i)_L} + \underbrace{(3^*,1)}_{\overline{u}_{iL}} + \underbrace{(1,1)}_{e_L^+} .$$

Das fundamentale $SU(5)$-Multiplett enthält die Zustände:

$$
\begin{array}{ccccc}
 & & Q & Y & I^0 \\
5^* : & \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \\ \overline{d}_r \\ \overline{d}_g \\ \overline{d}_b \end{pmatrix}_L & \begin{array}{c} 0 \\ -1 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{array} & \begin{array}{c} -1 \\ -1 \\ \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} \end{array} & \begin{array}{c} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}
\end{array}
$$

$\Longrightarrow$ Leptonen und Quarks in Multipletts der Eichgruppe vereinigt

(mit gleichen Helizitäten: Drehimpulserhaltung, $[\vec{J}, T_a] = 0$).

$\Longrightarrow$ da für $SU(n)$-Generatoren, wie Q, die Spur $\equiv 0$, gilt z.B. in der 5^*-Darstellung:

$$Q(\nu_e) + Q(e^-) + 3 \cdot Q(\overline{d}) = 0 - 1 + 3 \cdot \frac{1}{3} = 0,$$

d.h. die $SU(5)$-Symmetrie verlangt $Q(\overline{d}) = +\frac{1}{3}$!

Verknüpfung zwischen drittelzahligen Quarkladungen und Zahl der Farben.

Erklärung für die exakte Ladungsquantisierung:

$Q(e^-) \equiv -Q(p)$ (neutrale Atome).

$\Longrightarrow$ Kein Platz für rechtshändige Neutrinos; d.h. Vorhersage masseloser Neutrinos.

Die $SU(5)$-Eichbosonen füllen die 24-dimensionale adjungierte Darstellung:

$$24 = \underbrace{(8,1)}_{\text{Gluonen}} + \underbrace{\underbrace{(1,3)}_{W_{1,2,3}} + \underbrace{(1,1)}_{B}}_{W^\pm, Z^0, \gamma} + \underbrace{(3^*,2)}_{(X,Y)} + \underbrace{(3,2)}_{(\overline{X},\overline{Y})} .$$

$\Longrightarrow$ 12 neue schwere Eichbosonen X, Y ($SU(2)$-Dublett) und ihre Antiteilchen mit elektrischen Ladungen $Q_X = +\frac{4}{3}$ und $Q_Y = +\frac{1}{3}$ in jeweils 3 Farben und Massen $M_{X,Y} \approx M_{GUT}$ nach $SU(5)$-Brechung.

Vermitteln Übergänge zwischen Quarks und Leptonen innerhalb der $SU(5)$-Multipletts, tragen also Lepton und Quarkeigenschaften ('Leptoquarks').

Dies führt z.B. zur Vorhersage des Protonzerfalls mit einer Lebensdauer von $\approx 10^{31}$ Jahren, was inzwischen experimentell ausgeschlossen ist ($\tau_p > 10^{31}$ Jahre).

Alternative einfache GUT-Gruppen mit rechtshändigen und massiven Neutrinos:

$SO(10) = E_5 \supset SU(5)$ (16-dim. irred. Darst.) und

$E_6 \supset SO(10)$ (27-dim. irred. Darst.)

(mit $SU(5) = E_4$ die einizgen natürlichen Kandidaten mit komplexen Darstellungen für separate Multipletts für L- bzw. R-händige Fermion- und Antifermionzustände: P-Verletzung per Hand und Drehimpulserhaltung).