3.3 Massen der Neutrinos und Neutrino-Oszillationen

Annahme: Neutrinos besitzen (unterschiedliche) Massen.

Dann gelten für die Neutrinos die gleichen Verhältnisse in Bezug auf die Wechselwirkung mit dem Higgs-Feld wie für die Quarks:

Die Masseneigenzustände der Neutrinos sind im allgemeinen verschieden von ihren schwachen Eigenzuständen.
Die Massenmatrix ist nicht-diagonal für die schwachen Zustände.
(Das Gleiche gilt für die geladenen Leptonen, die bekanntlich stark unterschiedliche Massen besitzen.)

Die up- und die down-artigen Leptonzustände der schwachen Wechselwirkung (mit jeweils der gleichen elektrischen Ladung) sind jeweils durch eine unitäre Transformation mit ihren Masseneigenzuständen verbunden, die experimentell zu bestimmen ist.
Es gibt damit schwache CC-Übergänge zwischen den Massenzuständen in verschiedenen Generationen, also Mischung wie bei den Quarks.

Für die wechselwirkenden linkshändigen Neutrinozustände gibt es also die unitäre Transformation:

$$\begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix}_L = U_u^\dagger \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L$$

mit den Masseneigenzuständen ν_i $(i = 1, ..., 3)$ und den schwachen Eigenzuständen ν_α $(\alpha = e, \mu, \tau)$, d.h.

$$\begin{aligned} \nu_i &= \sum_\alpha U^*_{\alpha i}\, \nu_\alpha \;; \quad \bar{\nu}_i = \sum_\alpha U_{\alpha i}\, \bar{\nu}_\alpha \;; \\ \nu_\alpha &= \sum_i U_{\alpha i}\, \nu_i \;; \quad \bar{\nu}_\alpha = \sum_i U^*_{\alpha i}\, \bar{\nu}_i \;. \end{aligned}$$

Die Folge sind, wie bei den neutralen Mesonen, zeitliche Oszillationen zwischen den mischenden Zuständen, die Neutrino-Oszillationen, ein typischer quantenmechanischer Effekt.

(Zuerst: Bruno Pontecorvo, Moskau 1958: $\nu \leftrightarrow \bar{\nu}$.)

Die zeitliche Entwicklung eines Masseneigenzustands ist als Lösung der effektiven Schrödingergleichung (Grenzfall $|\vec{p}| \gg m_i$ der Dirac-Gleichung) gegeben durch

$$\nu_i(t) = e^{-iE_i t} \nu_i(0) \;,$$

$$\text{mit } \mathrm{E_i} = \sqrt{\mathrm{\vec{p}^2 + m_i^2}} \overset{\mathrm{m_i \ll |\vec{p}|}}{\approx} |\mathrm{\vec{p}}| + \frac{1}{2} \frac{\mathrm{m_i^2}}{|\mathrm{\vec{p}}|} \overset{|\mathrm{\vec{p}}| \approx \mathrm{E}_\nu}{\approx} \mathrm{E}_\nu + \frac{1}{2} \frac{\mathrm{m_i^2}}{\mathrm{E}_\nu}.$$

Damit erhält man für die zeitliche Entwicklung eines schwachen Eigenzustands zur Zeit $t = 0$,

$\nu(0) = |\nu_\alpha> = \sum_i U_{\alpha i} \nu_i(0)$, den Ausdruck

$$\nu(t) = \sum_i U_{\alpha i} e^{-iE_i t} \nu_i(0) = \sum_i \sum_\beta U_{\alpha i} U^*_{\beta i} e^{-iE_i t} \nu_\beta \ .$$

$\Longrightarrow$ Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den schwachen Zuständen als Funktion der Zeit:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_\alpha \to \nu_\beta; t) &= |<\nu_\beta|\nu(t)>|^2 \\ = \sum_i |U_{\alpha i} U^*_{\beta_i}|^2 &+ 2\mathcal{R}e \sum_{i,j(j>i)} U_{\alpha i} U^*_{\beta i} U^*_{\alpha j} U_{\beta j} e^{-i\Delta_{ij}}, \end{aligned}$$

$$\mathrm{mit\ (L = ct)}: \ \Delta_{\mathrm{ij}} = (\mathrm{E_i} - \mathrm{E_j})\mathrm{t} \approx \frac{\mathrm{m_i^2 - m_j^2}}{2\mathrm{E}}\mathrm{t} =: \frac{1}{2}\delta \mathrm{m_{ij}^2} \frac{\mathrm{L}}{\mathrm{E}}.$$

$\Longrightarrow$ Oszillationen zwischen den schwachen Zuständen, falls nicht alle $\delta m^2_{ij} = 0$,

d.h. falls nicht alle Neutrinomassen gleich (entartet) bzw. speziell nicht alle $= 0$ sind.

(Sonst ist die Massenmatrix proportional zur Einheitsmatrix und bleibt daher invariant und diagonal bei allen Transformationen, also auch für die schwachen Zustände.)

Einfachster Fall: Mischung zwischen 2 Neutrino-Generationen:

1 Parameter der Mischungsmatrix: Mischungswinkel θ:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix},$$

und $\delta m^2 = m_2^2 - m_1^2 \sim$ Oszillationsfrequenz.

Die Übergangswahrscheinlichkeiten sind (CP ist erhalten):

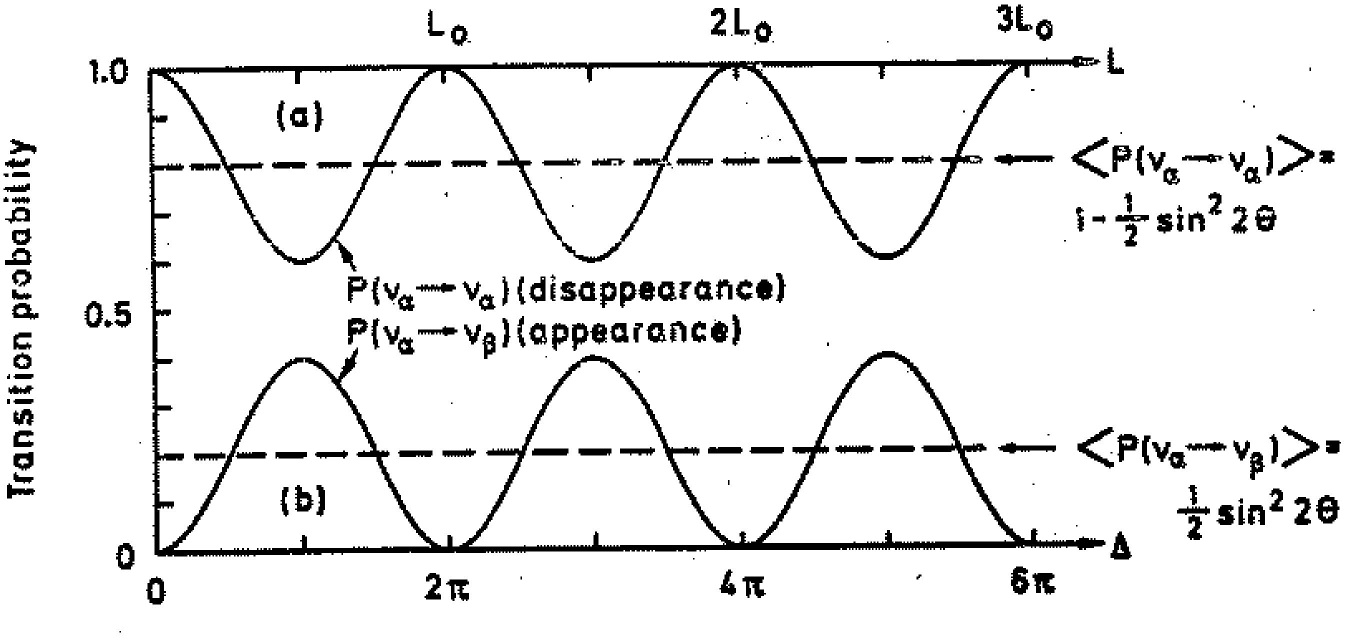
$$\begin{aligned} \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_e) &= \mathcal{P}(\nu_\mu \to \nu_\mu) = \mathcal{P}(\bar\nu_e \to \bar\nu_e) = \mathcal{P}(\bar\nu_\mu \to \bar\nu_\mu) \\ &= 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{2} \quad \text{und} \\ \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_\mu) &= \mathcal{P}(\nu_\mu \to \nu_e) = \mathcal{P}(\bar\nu_e \to \bar\nu_\mu) = \mathcal{P}(\bar\nu_\mu \to \bar\nu_e) \\ &= \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta}{2} = 1 - \mathcal{P}(\nu_e \to \nu_e), \end{aligned}$$

mit $\Delta = \frac{\delta m^2}{2}\frac{L}{E}$; Oszillationslänge $L_0 = \frac{4\pi E}{\delta m^2}$.

Zwei Parameter: Oszillationsfrequenz $\delta m^2 / 2E_\nu$.
Oszillationsamplitude $\sin^2 2\theta$.

Für 3 Generationen: Parametrisierung der komplexen Mischungsmatrix U_u wie CKM-Matrix. Es ist dann auch CP-Verletzung möglich, d.h. z.B. $\mathcal{P}(\nu_e \to \nu_e) \neq \mathcal{P}(\nu_\mu \to \nu_\mu)$.

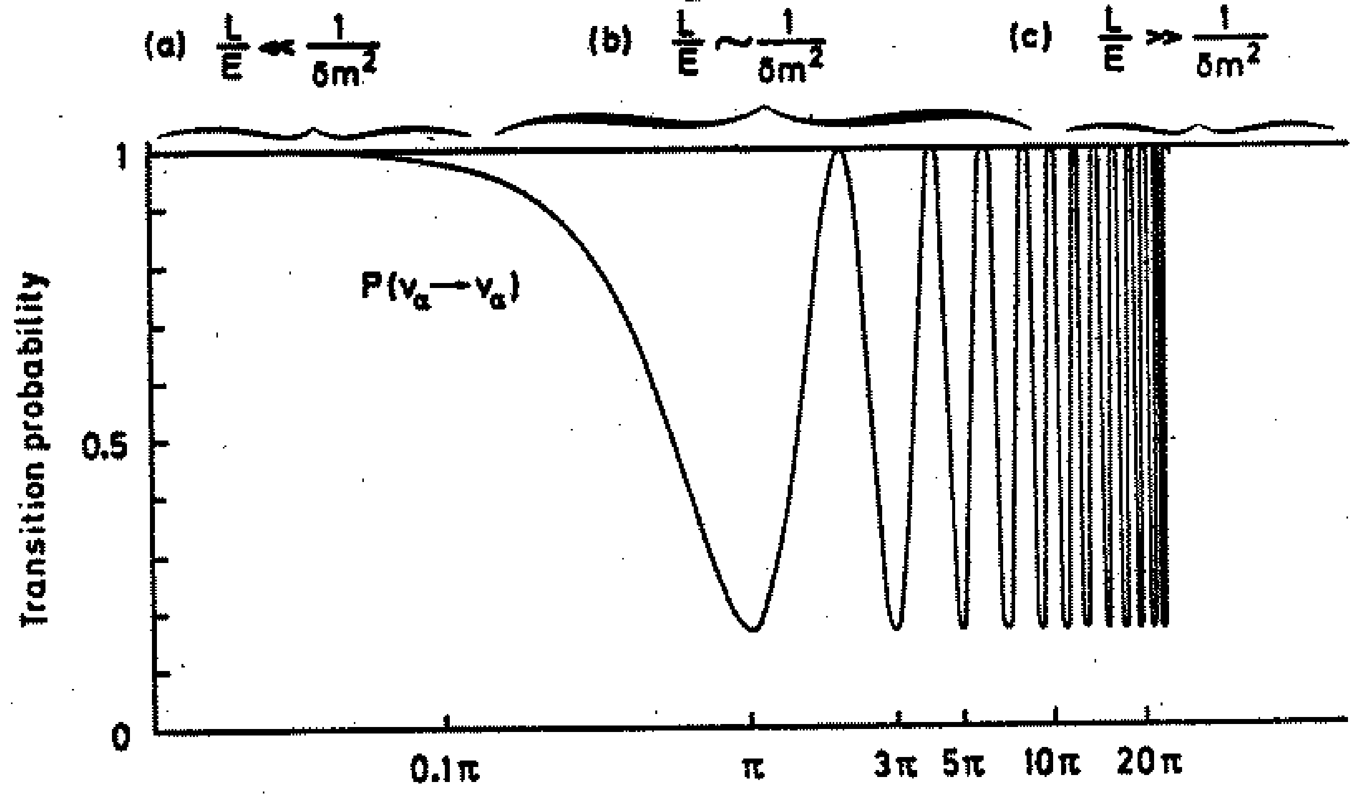
Wegen der kleinen ν-Massen und der daher kleinen Massendifferenzen sind ν-Oszillationen im Prinzip beobachtbar im Gegensatz zu den Leptonen und den Quarks.



$\Delta = \frac{\delta m^2}{2}\frac{L}{E}$

f. $\sin^2 2\theta = 0.4$

Grenze der Sensitivität f. $\delta m^2 < \frac{E}{L}$



log $\Delta = \frac{\delta m^2}{2}\frac{L}{E}$

$\sin^2 2\theta = 0.83$

ν-Quelle	ν-Arten der Quelle	E-Bereich [MeV]	L-Bereich [m]	L/E-Bereich [m/MeV]	$\delta m^2_{\mathrm{min}}$ [eV^2]
Reaktor	$\overline{\nu}_e$	1-10	10-10^2	1-10^2	10^{-2}
Hochenergie-Beschleuniger	$\nu_\mu, \overline{\nu}_\mu$	10^3-10^5	(a) 10^2-10^3 (b) 10^4-10^7	10^{-3} - 1 10^{-1} - 10^4	1 10^{-4}
Niederenergie-Beschleuniger	$\nu_\mu, \overline{\nu}_\mu$	10-10^2	10-10^2	10^{-1} - 10	10^{-1}
Atmosphäre	$\nu_\mu, \overline{\nu}_\mu, \nu_e, \overline{\nu}_e$	10^2-10^4	10^4-10^7	1 - 10^5	10^{-5}
Sonne	ν_e	10^{-1}-10	10^{11}	10^{10} - 10^{12}	10^{-12}

(a) kurze Grundlinie, (b) lange Grundlinie L

3.3.1 Suche nach Neutrino-Oszillationen

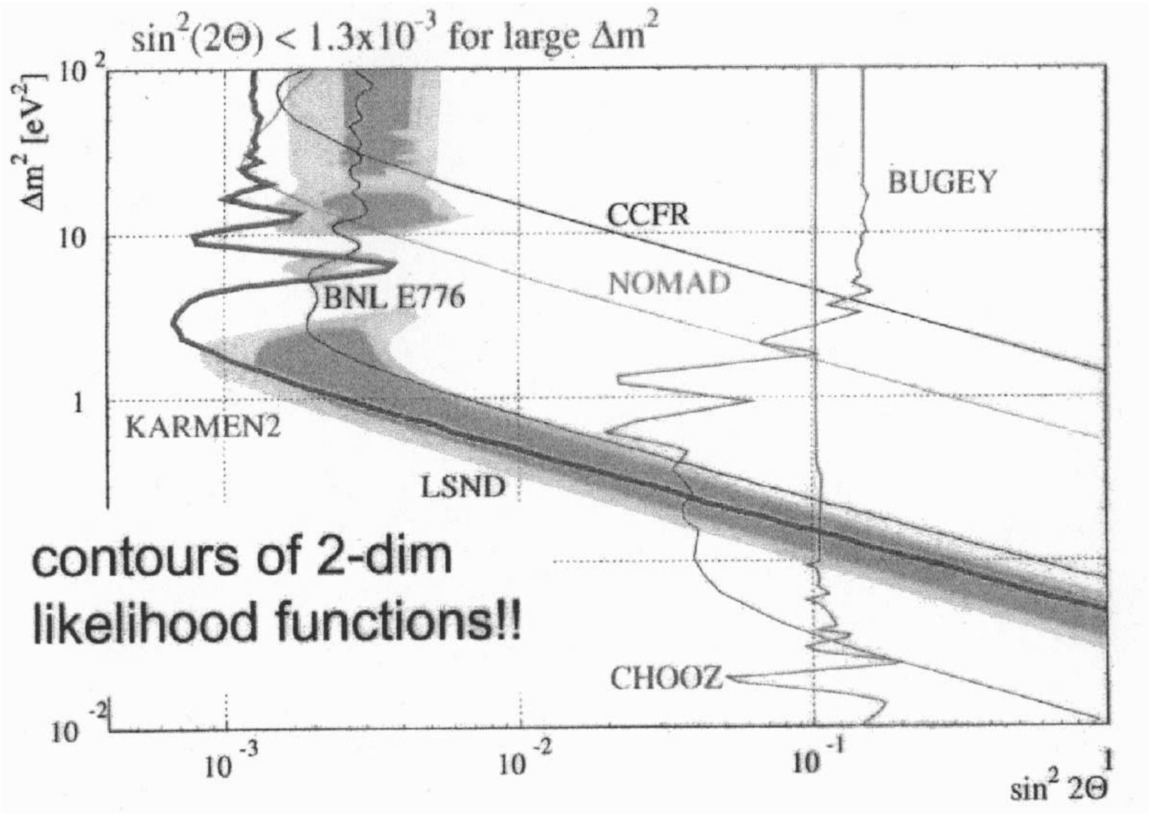
3.3.1.1 Neutrinostrahlen an Reaktoren und Beschleunigern

Kernreaktoren: $\overline{\nu_e}$ aus den β^--Zerfällen der Spaltprodukte.
Beschleuniger: Schwache $\pi, K \rightarrow \mu\nu_\mu, e\nu_e$ Zerfälle bei Protonreaktionen mit Kernen in einem Target.
Nachweisreaktion: inverser β-Zerfall:

- $\overline{\nu_e} + p \rightarrow e^+ + n$ mit $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ (prompte Photonen) und Neutroneinfang $np \rightarrow d + \gamma$(2.2 MeV) oder $nGd \rightarrow Gd^* \rightarrow Gd + \gamma$(8 MeV) (verzögerte Photonen).

- $\nu_{e,\mu,\tau} + N \rightarrow (e^-, \mu^-, \tau^-) + \mathrm{Hadronen.}$

Überwiegend ν_e-disappearance-Experimente. Andernfalls μ- bzw. τ-Nachweis notwendig.
Einziger positiver, aber umstrittener Hinweis vom LSND-Experiment am LAMPF p-Linac in Los Alamos.



3.3.1.2 Atmosphärische Neutrinos

Neutrinos schwachen Zerfällen von Pionen und Kaonen, die durch die Wechselwirkung hochenergetischer kosmischer Strahlung (99% Protonen) in der Erdatmosphäre in Teilchenschauern erzeugt werden.

Superkamiokande-Experiment 1998:

Neutrino-flavour-Nachweis im inversen β-Zerfall durch Nachweis des Ĉerenkov-Lichtkegels der produzierten $e^\pm$, $\mu^\pm$ (und evtl. $\tau^\pm$?) in einem 50 Tonnen-Wassertank, abgeschirmt gegenüber Hintergrundstrahlung in 1000 m Tiefe im Kamioka-Bergwerk bei Tokio.
Defizit an ν_μ ($\bar{\nu}_\mu$) gegenüber ν_e ($\bar{\nu}_e$) beobachtet, insbesondere in der Blickrichtung nach unten!

Messungen des Verhältnisses $R = (\mu/e)_{\text{mes}}/(\mu/e)_{\text{MC}}$ von gemessenem ν_μ/ν_e-Verhältnis zum von Monte Carlo-Rechnungen vorhergesagten ν_μ/ν_e-Verhältnis, zusammen mit der Detektormasse und der Luminosität = Targetmasse (in kt) · Beobachtungszeit (in Jahren). Der erste Fehler ist statistisch, der zweite systematisch.

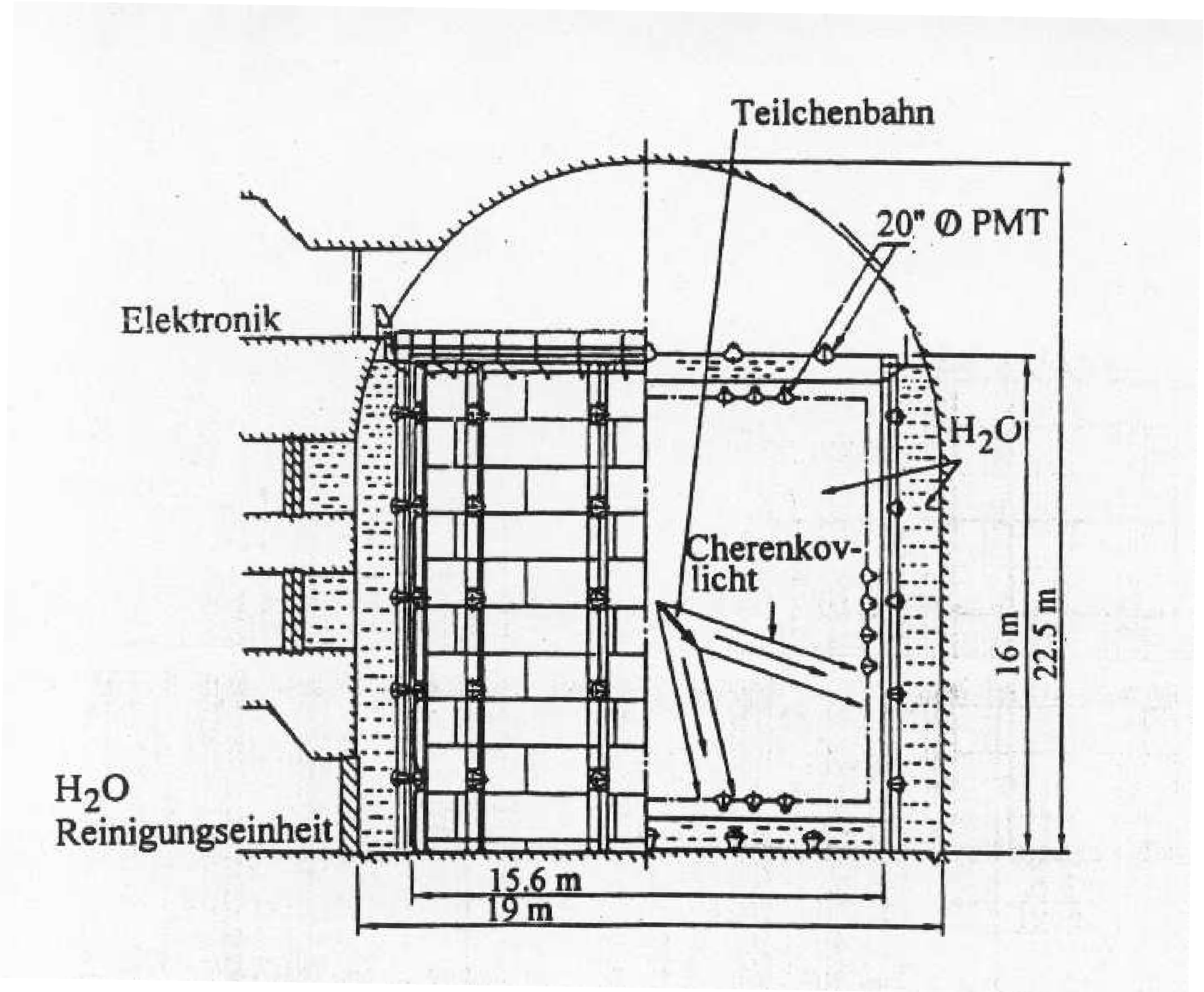
Superkamiokande sub: $0.63 \pm 0.03 \pm 0.05$ a) multi+PC: $0.65 \pm 0.05 \pm 0.08$ a) 50 kt Juni 1998

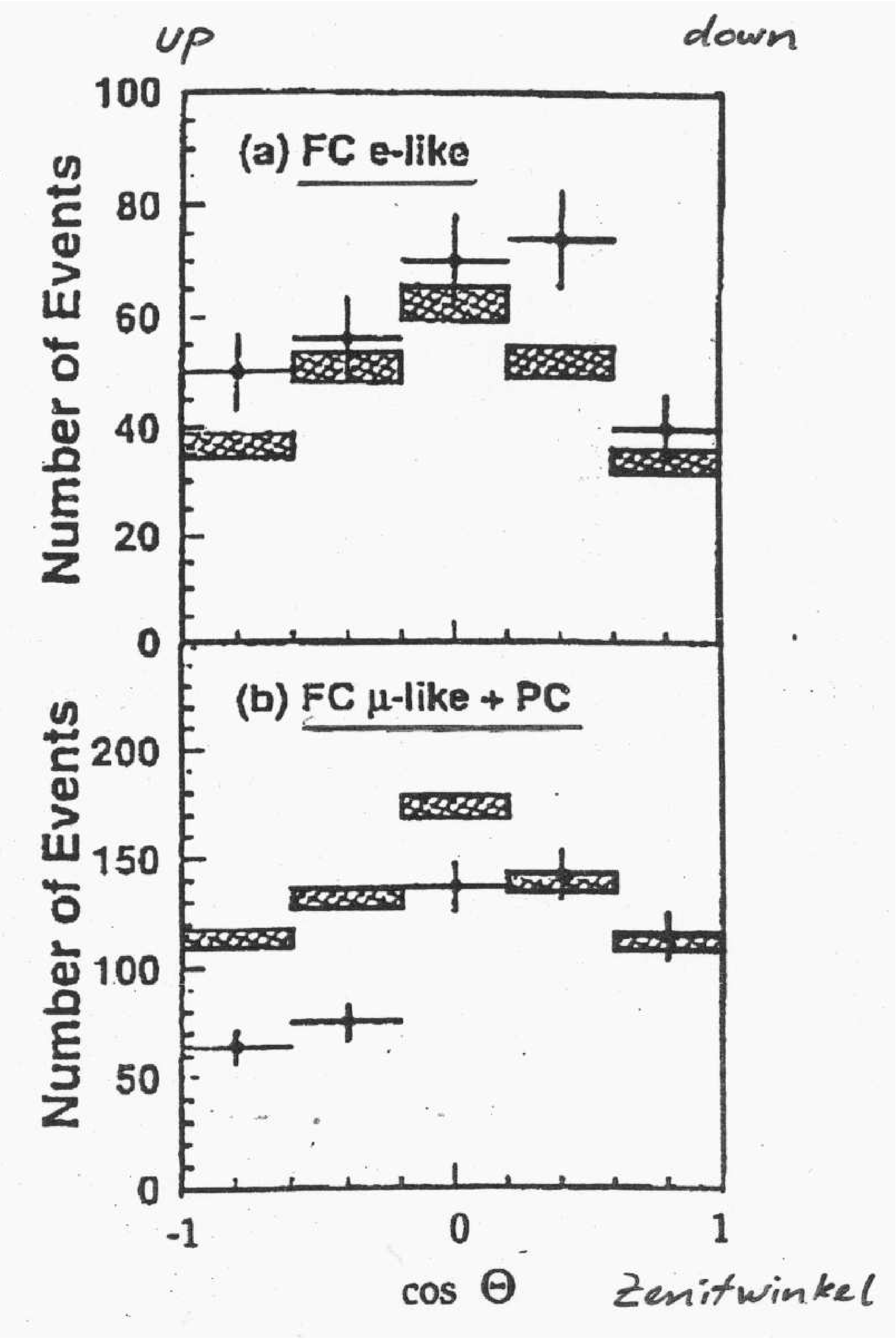
Detektor	R	Masse (kt)	Luminosität (kt · J)	Ref.
Kamiokande	sub: $0.60 \pm 0.06 \pm 0.05$ multi: $0.57 \pm 0.08 \pm 0.07^{a)}$	4.5	7.7	[Hir92] [Fuk94a]
IMB	$0.54 \pm 0.05 \pm 0.12$	8.0	7.7	[Bec92]
Soudan 2	$0.64 \pm 0.17 \pm 0.09$	1.0	1.0	[Goo95]
Frejus	$0.99 \pm 0.13 \pm 0.08$	0.9	2.0	[Ber90]
NUSEX	$0.96 \pm^{0.32}_{0.28}$	0.15	0.74	[Agl89]

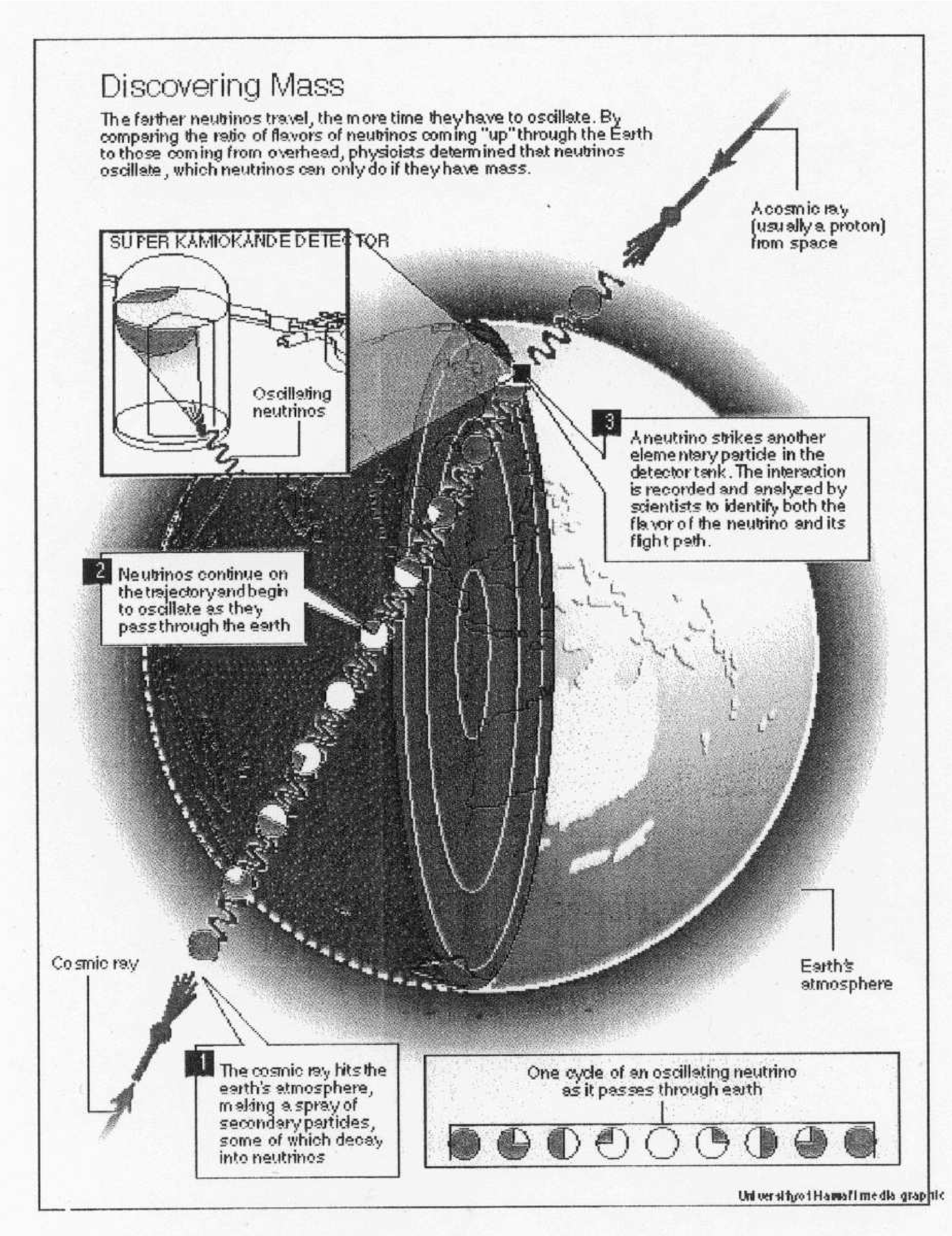
a) $\langle E_\nu \rangle \approx 7$ GeV

$\langle R \rangle = 0.61 \pm 0.06$ (1998)

Einzige Interpretation durch Neutrino-Oszillationen $\nu_\mu \to \nu_e$ oder $\nu_\mu \to \nu_\tau$ in der Erde ($L_\circ = 10^4$ km).


Teilchenbahn
20" Ø PMT
Elektronik
H_2O
Cherenkov-
licht
16 m
22.5 m
H_2O
Reinigungseinheit
15.6 m
19 m


up
down
(a) FC e-like
Number of Events
100
80
60
40
20
0
(b) FC μ-like + PC
Number of Events
200
150
100
50
0
-1
0
1
cos Θ
Zenitwinkel



Discovering Mass
The farther neutrinos travel, the more time they have to oscillate. By comparing the ratio of flavors of neutrinos coming "up" through the Earth to those coming from overhead, physicists determined that neutrinos oscillate, which neutrinos can only do if they have mass.
A cosmic ray (usually a proton) from space
SUPER KAMIOKANDE DETECTOR
Oscillating neutrinos
3 A neutrino strikes another elementary particle in the detector tank. The interaction is recorded and analyzed by scientists to identify both the flavor of the neutrino and its flight path.
2 Neutrinos continue on the trajectory and begin to oscillate as they pass through the earth
Cosmic ray
Earth's atmosphere
1 The cosmic ray hits the earth's atmosphere, making a spray of secondary particles, some of which decay into neutrinos
One cycle of an oscillating neutrino as it passes through earth
University of Hawaii media graphic

3.3.1.3 Solares Neutrino-Defizit

Radiochemische Experimente in Bergwerken oder Tunnels:

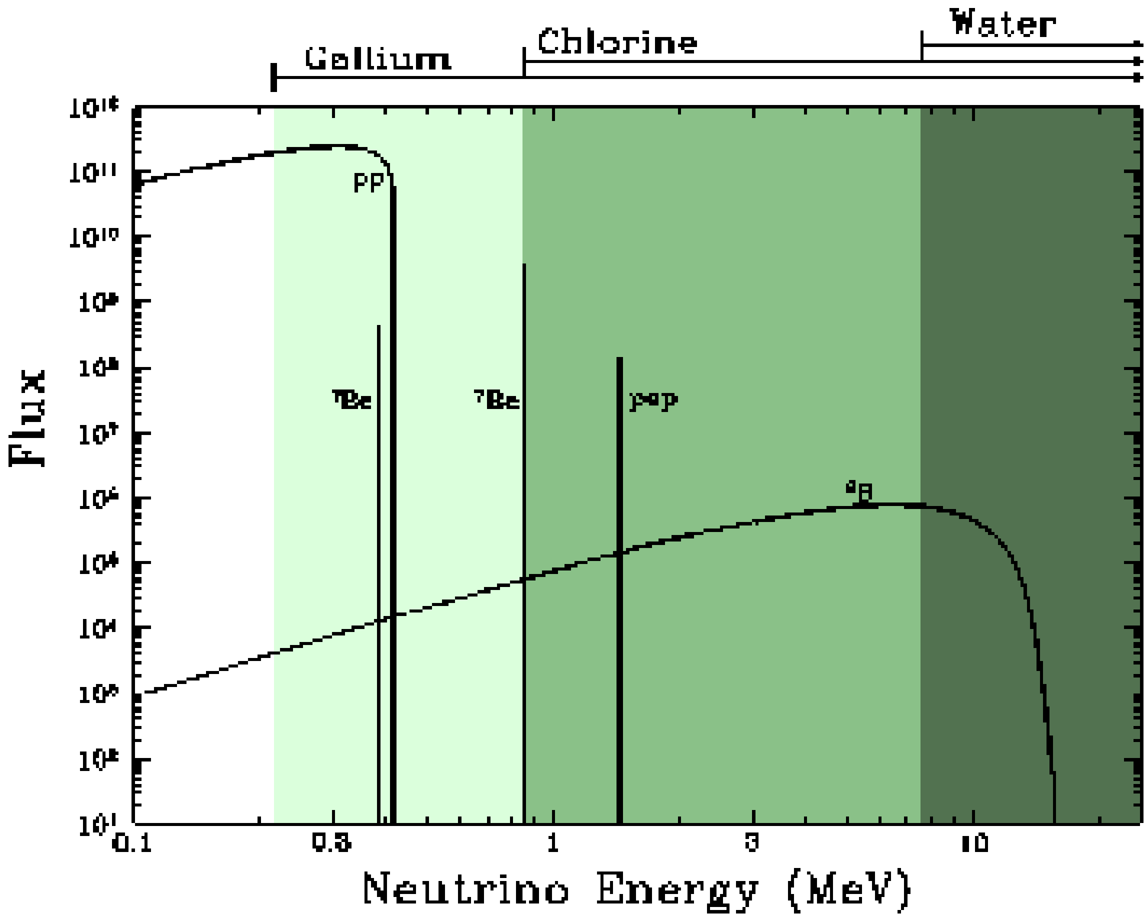
Seit 1970 Homestake-Experiment in einem Goldbergwerk in South Dakota (mit der Reaktion $\nu_e + Cl^{37} \to Ar^{37} + e^-$):

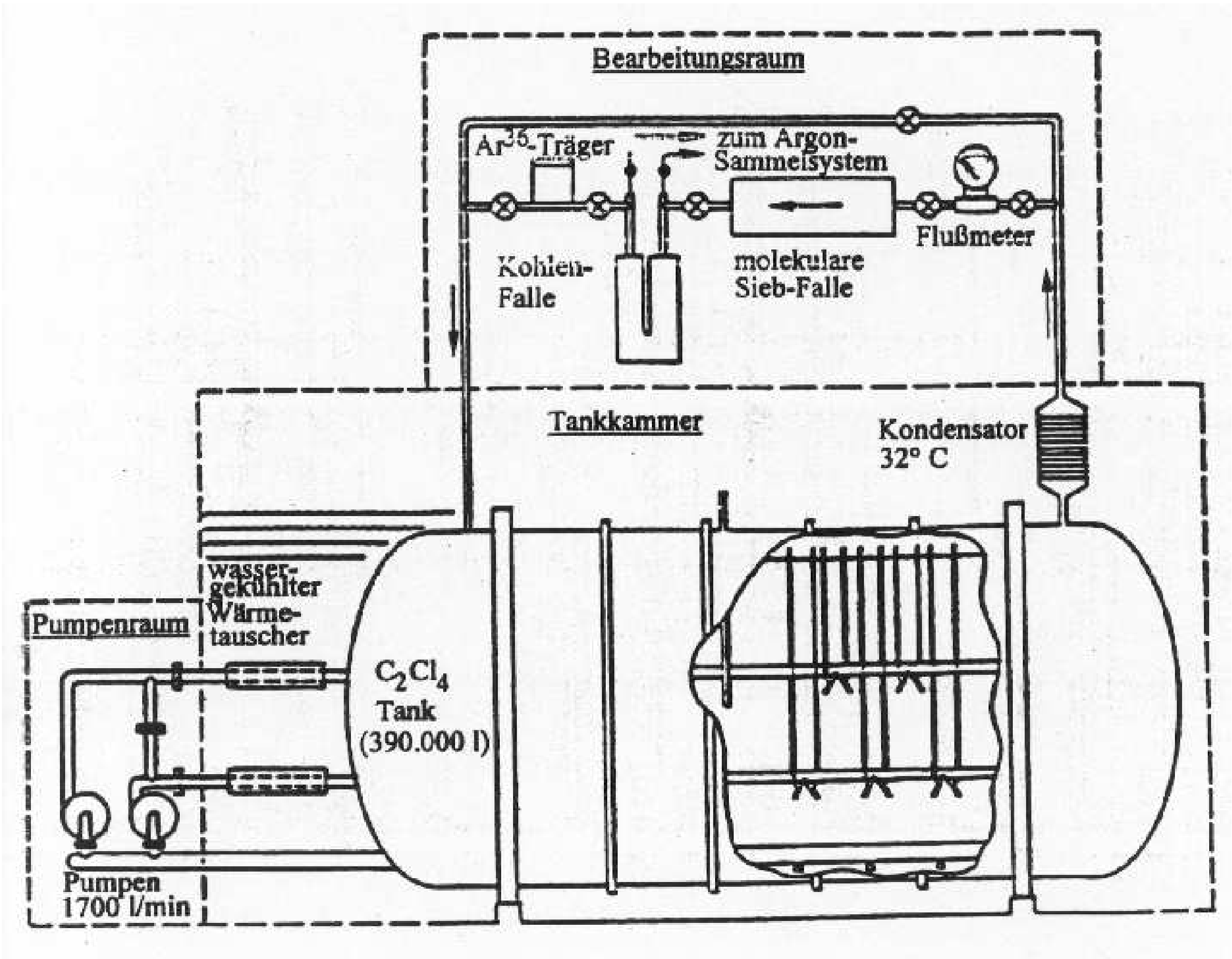
Nur $\sim 50\%$ der ν_e von den Fusionsreaktionen im Zentrum der Sonne beobachtet im Vergleich zur Vorhersage der Sonnenmodelle.

Bestätigt durch die Experimente SAGE im Baksan-Tunnel im Kaukasus und GALLEX im Gran Sasso-Tunnel bei Rom (mit $\nu_e + Ga^{37} \to Ge^{37} + e^-$) sowie durch das (Super-) Kamiokande-Experiment (elastische Streuung $\nu_\alpha e^- \to \nu_\alpha e^-$ mit $\sigma(\nu_{\mu,\tau} e^-) \approx \frac{1}{6} \cdot \sigma(\nu_e e^-)$, 8000 ν-Reaktionen/Jahr).

Mögliche Erklärung:

Neutrino-Oszillationen $\nu_e \to \nu_\mu$ von der Sonne zur Erde (im Vakuum) oder innerhalb der Sonne durch Resonanzverstärkung in der Sonnenmaterie durch den Mikheyev-Smirnov-Wolfenstein- oder
MSW-Effekt (1985; unterschiedliche Streuung von ν_e und ν_μ in der Sonnenmaterie mit nach außen abnehmender Dichte).





Schematische Darstellung des Detektors des Cl^{37}-Experiments.

Experiment	Target	Ergebnis	Ref.	$\frac{\text{Ergebnis}}{\text{SSM(BP)}}$	$\frac{\text{Ergebnis}}{\text{SSM(TC)}}$
Homestake	CL^{37}	2.56 ± 0.22 SNU	[Dav96]	0.32 ± 0.05	0.40 ± 0.09
GALLEX	Ga^{71}	$69.7^{+7.8}_{-8.1}$ SNU	[Ham96]	0.53 ± 0.07	0.57 ± 0.07
SAGE	Ga^{71}	74 ± 14 SNU	[Abd95]	0.56 ± 0.11	0.60 ± 0.12
Kamiokande	e^- (H_2O)	$(2.80 \pm 0.38) \cdot 10^6$ cm^{-2} sec^{-1}	[Fuk96]	0.49 ± 0.10	0.64 ± 0.17

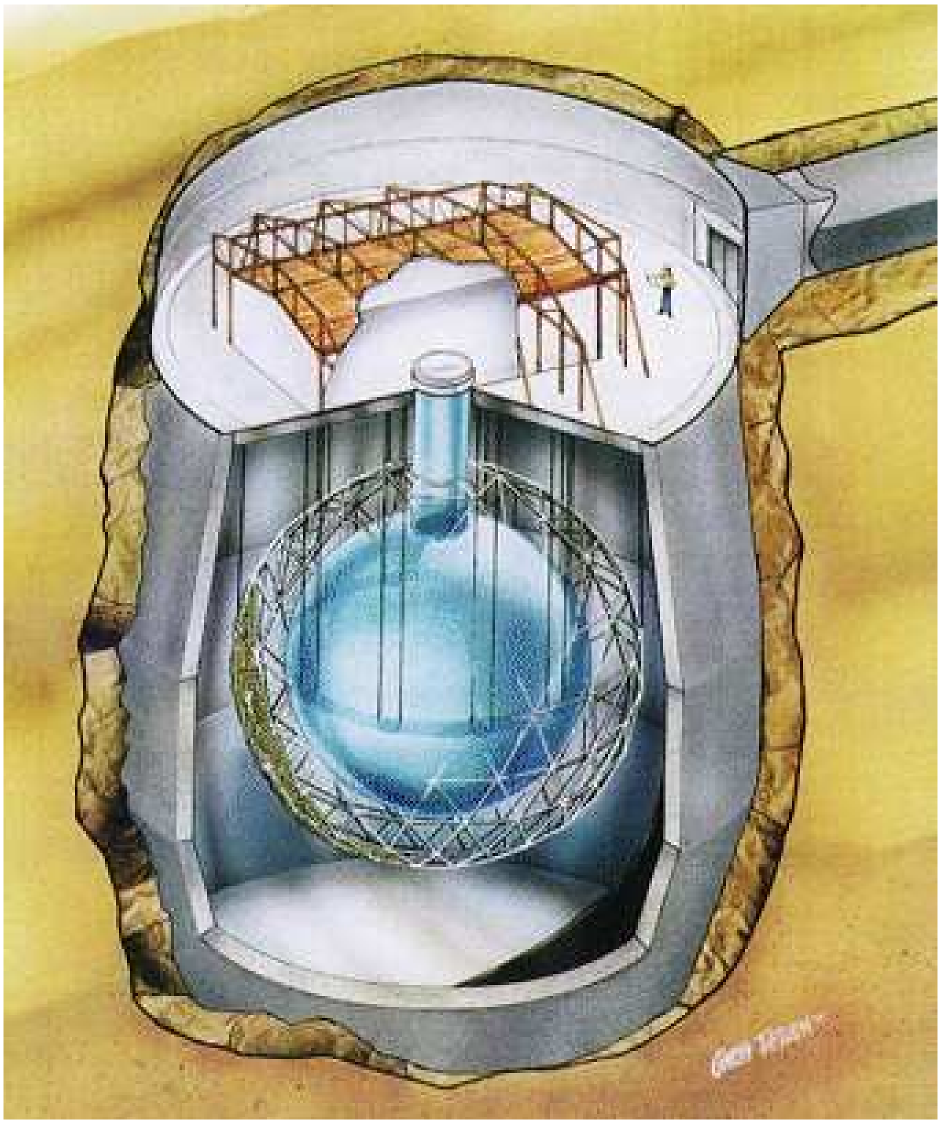
Bestätigt 2001/02 durch das SNO-Experiment (Sudbury Neutrino Observatory) in 2000 m Tiefe in einem Nickelbergwerk in Kanada mit 1000 Tonnen schwerem Wasser D_2O in drei gleichzeitigen Messungen:

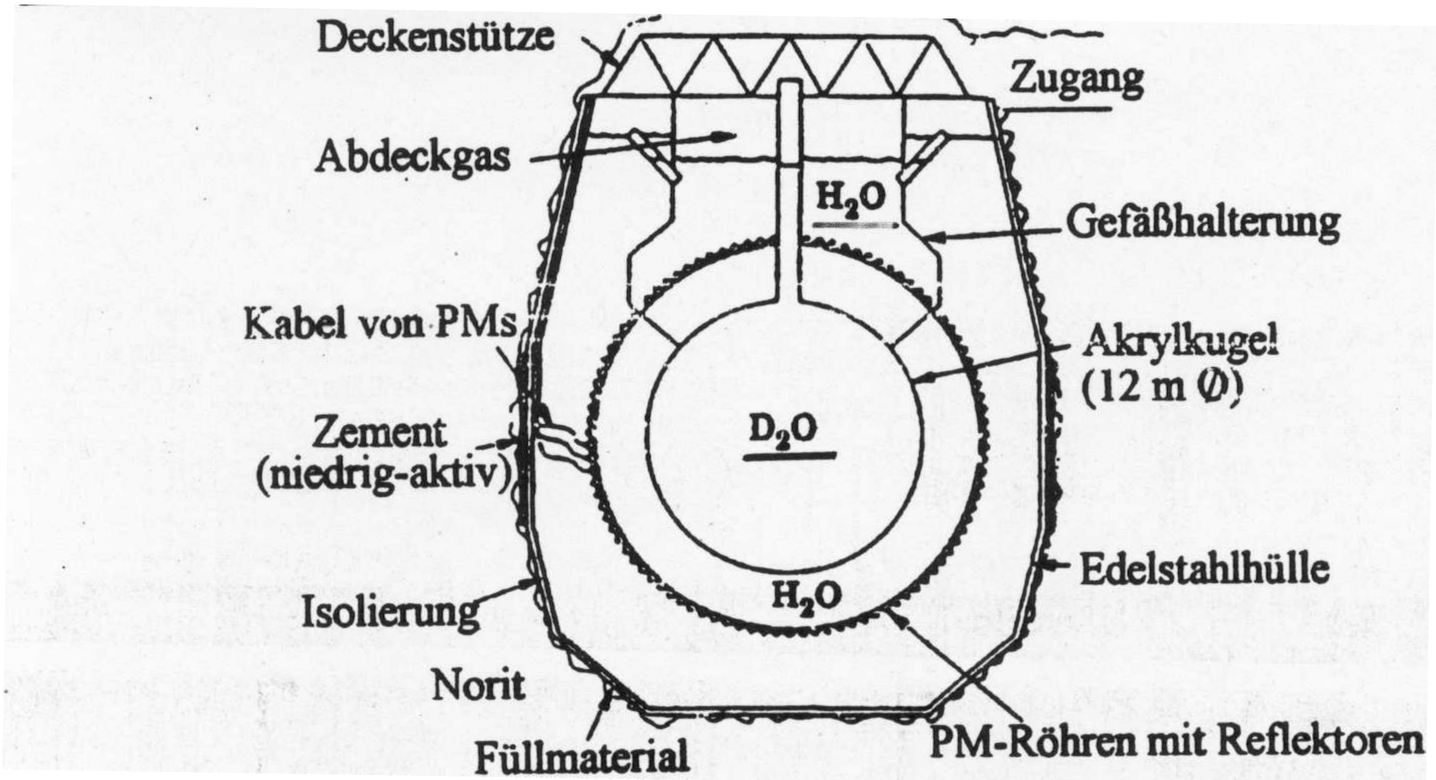
- ν_e-Einfang: $\nu_e + d \to e^- + p + p$ (CC). $\Longrightarrow$ ν_e-Defizit.

- Deuteron-Spaltung: $\nu_\alpha + d \to \nu_alpha + p + n$ (NC, gleich für alle ν-flavours). $\Longrightarrow$ kein Defizit im gesamten Neutrinofluß $\nu_e + \nu_\mu + \nu_tau$.

- Elastische Streuung (NC): $\nu_alpha + e^- \to \nu_alpha + e^-$ (gestreute e^- zur Sonne gerichtet).

Nobelpreise 2002 an R. Davis (Homestake-Exp.) und M. Koshiba (Kamiokande-Exp.).




Deckenstütze
Zugang
Abdeckgas
H_2O
Gefäßhalterung
Kabel von PMs
Akrylkugel
(12 m Ø)
Zement
(niedrig-aktiv)
D_2O
Edelstahlhülle
Isolierung
H_2O
Norit
Füllmaterial
PM-Röhren mit Reflektoren

3.3.2 Hinweise auf Neutrino-Oszillationen und Neutrinomassen

1. Anzeichen für $\nu_\mu \to \nu_e$-Oszillationen beim LSND-Experiment ("Appearance": neuer ν-flavour als von Quelle erscheint):

$$\boxed{\begin{array}{c} 0.2 < \delta m^2_{e\mu} < 1 \text{ eV}^2 \\ 0.002 < \sin^2 2\theta_{e\mu} < 0.04. \end{array}}$$

   Einziges Anzeichen für ν-Oszillationen mit terrestrischen Quellen und in Appearance.

   Endgültige Überprüfung durch das MiniBooNE-Experiment am FNAL.

2. Beobachtung atmosphärischer $\nu_\mu \to \nu_\tau$-Oszillationen zuerst durch Kamiokande und Super-Kamiokande und Bestätigung durch die Experimente MACRO (Gran Sasso-Tunnel) und Soudan 2 (Soudan-Bergwerk, Minnesota): (Disappearance):

$$\boxed{\begin{array}{c} \delta m^2_{\mu\tau} = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ eV}^2 \\ \sin^2 2\theta_{\mu\tau} = 1. \end{array}}$$

Überprüfung in sog. Long Baseline-Experimenten:

Erste Bestätigung durch das K2K-Experiment (ν-Strahl KEK $\rightarrow$ Kamioka in Japan) in "disappearance" von ν_μ.

In Vorbereitung:

Neutrinostrahlen FNAL $\rightarrow$ Soudan-Mine (MINOS-Exp.) und CERN $\rightarrow$ Gran Sasso-Tunnel (ICARUS- und OPERA-Exp., ν_μ-disappearance, ν_τ-appearance.

Die $\nu_\mu \rightarrow \nu_e$-Hypothese ist durch Reaktorexperimente, Chooz, Palo Verde, ausgeschlossen (disapperance von $\nu_e \rightarrow \nu_X$).

3. Konsistente Erklärung aller Messungen des solaren ν_e-Defizits (Disappearance) durch den MSW-Effekt in der Sonne (Vakuumoszillationen von der Sonne zur Erde unwahrscheinlich):

$$\boxed{\begin{gathered}\delta m^2_{e\mu(\tau)} = 5.5 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{eV}^2 \\ \sin^2 2\theta_{e\mu(\tau)} = 0.83.\end{gathered}}$$

Weitere Untersuchungen durch die Experimente SNO, BOREXINO (Gran Sasso), GNO und KAMLAND (Reaktor-Long Baseline-Experiment in Kamioka) und in der Zukunft an Neutrino-Fabriken (intensive Neutrinostrahlen von Myon-Speicherringen).

Mögliche Szenarios zur Interpretation der Ergebnisse:

1. 3 ν-flavours (ohne LSND):

   $m_{\nu_e} \approx 0$, $m_{\nu_\mu} \approx 2 \cdot 10^{-3}$ eV (solare ν) und $m_{\nu_\tau} \approx 0.05$ eV (atm. ν; bald direkte Messungen im neutrinolosen doppelten β-Zerfall?).

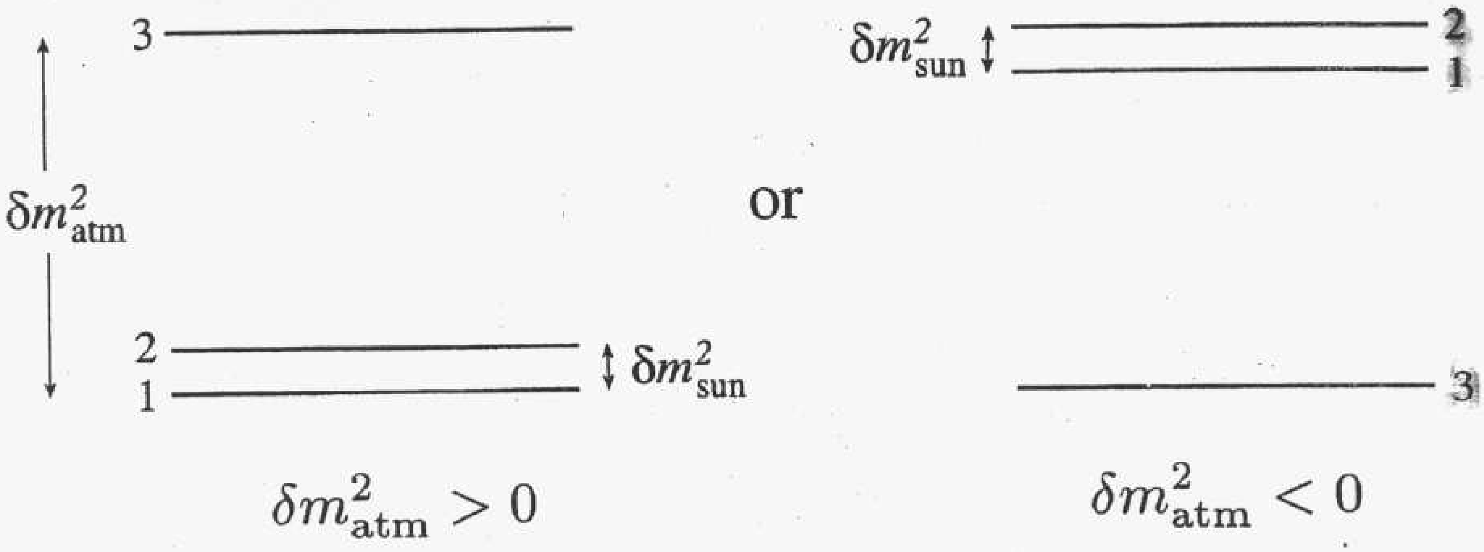
2. 4 ν-flavours (mit LSND):

   $m_{\nu_e} \approx m_{\nu_{\rm steril}} \approx 0$ (solare ν) und $m_{\nu_\mu} \approx m_{\nu_\tau} \approx 2.3$ eV (LSND; Dunkle Materie?).

Noch keine Klarheit über das Massenspektrum der Neutrinos aus den Oszillationsmessungen.

Neutrino-Massenspektrum

ohne LSND: 3ν-Zustände



Masseneigenzustände

mit LSND: 4ν-Zustände