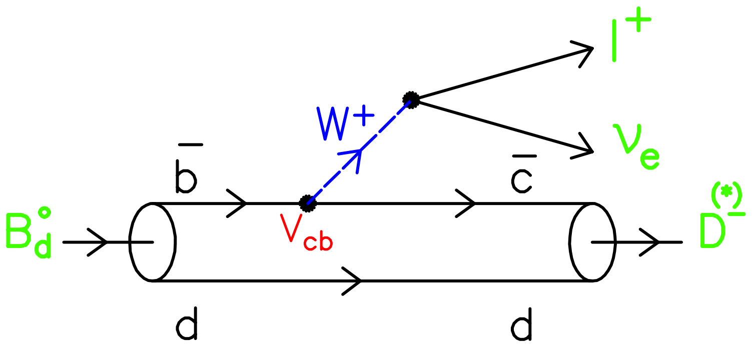
2.2.2 Schwache Zerfälle der B-Mesonen

$B^+ = (\bar{b}u)$, $B_d^0 = (\bar{b}d)$, $B_s^0 = (\bar{b}s)$

20% semileptonische B-Zerfälle ($\ell = e, \mu$) :

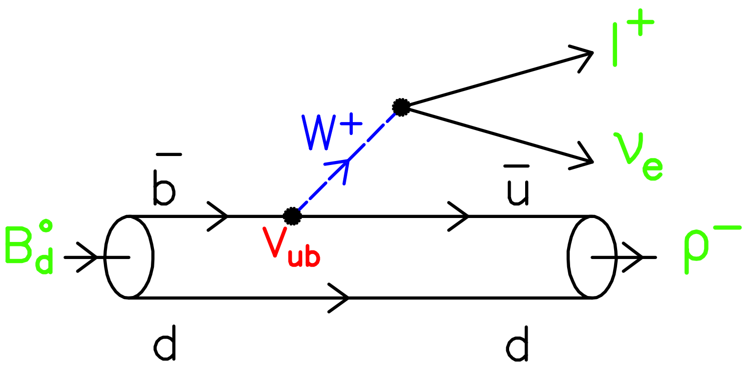
$b \to c\ell\nu$



z.B. $B^0 \to D^{(*)-}\ell^+\nu$

$$|V_{cb}| = (41.5 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}$$

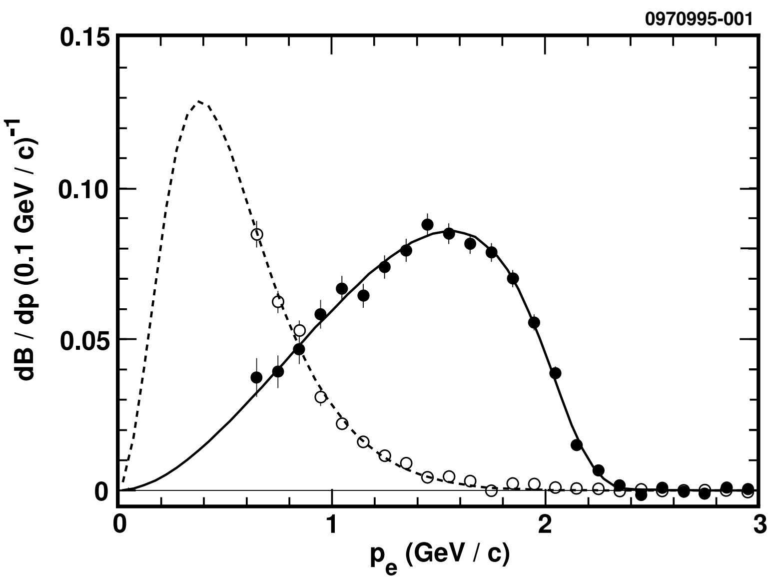
$b \to u\ell\nu$

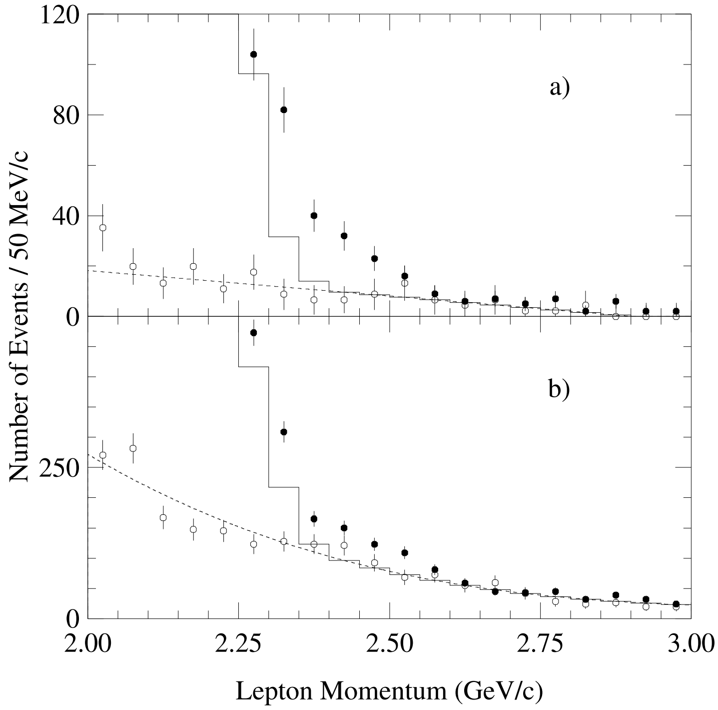


z.B. $B^0 \to \rho^-\ell^+\nu$

$$|V_{ub}| = (3.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-3}$$

Experimente: LEP + CLEO + BaBar + BELLE





2.2.3 Quark-Flavour-Oszillationen

Teilchen-Antiteilchen-Oszillationen der neutralen Mesonen:

$$
\begin{aligned}
K^0 &= (d\bar{s}) \quad \longleftrightarrow \quad \overline{K}^0 = (\bar{d}s) \quad (|\Delta S| = 2);\\
D^0 &= (c\bar{u}) \quad \longleftrightarrow \quad \overline{D}^0 = (\bar{c}u) \quad (|\Delta C| = 2);\\
B_d^0 &= (d\bar{b}) \quad \longleftrightarrow \quad \overline{B}_d^0 = (\bar{d}b) \quad (|\Delta B| = 2);\\
B_s^0 &= (s\bar{b}) \quad \longleftrightarrow \quad \overline{B}_d^0 = (\bar{s}b) \quad (|\Delta B| = 2).
\end{aligned}
$$

Die schwache Wechselwirkung verletzt die Erhaltung der flavour-Quantenzahlen.

Vorhersage von Gell-Mann und Pais 1955 für die K^0-Mesonen:

Flavour-Eigenzustände K^0 $(S = -1)$, $\overline{K}^0$ $(S = +1)$

$\neq$ CP-Eigenzustände mit definierten Massen $m_{S,L}$ und Lebensdauern:

K_S^0 (kurzlebig): $\tau_S \approx 10^{-10}$ s; $K_S^0 \to \pi^+\pi^-$ $(CP = +1)$;

K_L^0 (langlebig): $\tau_L \approx 10^{-7}$ s; $K_L^0 \to \pi^+\pi^-\pi^+$ $(CP = -1)$.

Die zeitliche Entwicklung der Zustände

$$\phi(t) >= a(t)|K^0 > +b(t)|\overline{K}^0 >= \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix},$$

$$|K^0 >= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \; \overline{K}^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

wird beschrieben durch die Schrödinger-Gleichung

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\phi >= H\phi >$$

mit dem effektiven Hamilton-Operator ($H^\dagger \neq H$):

$$H = H_{\mathrm{el.magn.}} + H_{\mathrm{stark}} + H_{\mathrm{schwach}} = \widehat{M} - i\widehat{\Gamma}/2$$

$\widehat{M}$, $\widehat{\Gamma}$ sind die Massenmatrix und die Zerfallsmatrix:

$$\begin{aligned} \widehat{M} - \frac{i}{2}\widehat{\Gamma} &= \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_K & m_{12} \\ m_{12} & m_K \end{pmatrix} - \frac{i}{2}\begin{pmatrix} \Gamma_K & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_K \end{pmatrix} \end{aligned}$$

mit $m_{11} = m_{22}$, $m_{21} = m_{12}^*$ wegen CPT-Invarianz,
$m_{12} = m_{21} = m_{12}^*$ bei CP-Invarianz,
$m_K = (m_S + m_L)/2$ und $\Delta m := m_L - m_S$, $\Delta\Gamma := \Gamma_L - \Gamma_S$.

Die Matrizen lassen sich Diagonalisieren durch die Transformation ($K^0 - \overline{K}^0$-Mischung):

$$K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \overline{K}^0);$$
$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \overline{K}^0),$$

mit den Massen- und Lebensdauer-Eigenzuständen K_L^0 und K_S^0 und den Eigenwerten:

$$m_{S,L} = m_K \pm \mathcal{R}e\sqrt{\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(m_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)};$$
$$\Gamma_{S,L} = \Gamma_K \mp \mathcal{I}m\sqrt{\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\left(m_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} = \tau_{S,L}^{-1};$$

$K^0 - \overline{K}^0$-Übergänge (durch $M_{12} \neq 0$) werden in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung ($\Delta S = 2$) erzeugt:

$$\Longrightarrow \Delta m \approx \frac{G_F^2}{4\pi^2} f_K^2 m_K m_c^2 \cos^2\theta_C \sin^2\theta_C$$

mit der Kaon-Zerfallskonstante f_K (QCD-Parameter) und dem Cabibbo-Winkel θ_C.

Der Beitrag des charm-Quark-Austauschs dominiert, da $m_c \gg m_u$.

$\Longrightarrow$ Vorhersage der charm-Quarkmasse $m_c \approx 1.5$ GeV 1974 (Gaillard, Lee) vor der Entdeckung des charm-Quarks
(bis heute gültig).

(Der Beitrag des top-Quark-Austauschs ist aufgrund der V_{CKM}-Faktoren unterdrückt; er dominiert für $B^0 - \overline{B}^0$-Mischung.)

Die zeitliche Entwicklung der Masseneigenzustände ist gegeben durch:

$$K_S^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_S + \frac{\Gamma_S}{2})t} K_S(0);$$
$$K_L^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_L + \frac{\Gamma_L}{2})t} K_L(0).$$

Damit ist die zeitliche Entwicklung der flavour-Eigenzustände $K^0(0)$ und $\overline{K}^0(0)$ (in der vereinfachenden und guten Näherung $\Delta\Gamma \approx 0$, d.h. $\Gamma_S \approx \Gamma_L$):

$$K^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_K + \frac{\Gamma_K}{2})t} \left[\cos(\Delta mt/2) K^0 + \sin(\Delta mt/2) \overline{K}^0\right]$$
$$\overline{K}^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_K + \frac{\Gamma_K}{2})t} \left[\sin(\Delta mt/2) K^0 + \cos(\Delta mt/2) \overline{K}^0\right]$$

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten $\mathcal{P}$ der K^0-Zustände oszillieren mit einer Frequenz Δm und 180° relativer Phasenverschiebung neben dem Zerfall mit der mittleren Lebensdauer $\tau_K = \Gamma_K^{-1}$ (flavour-Oszillationen):

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(K^0 \to K^0(t)) &= | < K^0 | K^0(t) > |^2 \\
&= \frac{1}{2\tau_K} e^{-t/\tau_K} (1 + \cos \Delta m\ t) \\
\mathcal{P}(K^0 \to \overline{K}^0(t)) &= | < \overline{K}^0 | K^0 > |^2 \\
&= \frac{1}{2\tau_K} e^{-t/\tau_K} (1 - \cos \Delta m\ t)
\end{aligned}$$

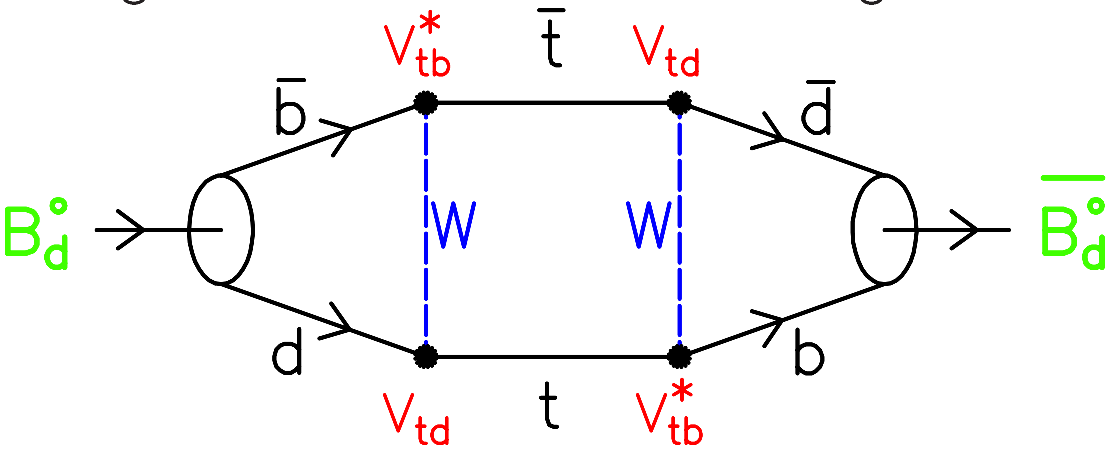
(ebenso für $\overline{K}^0$).

Die gemessene $K_L^0 - K_S^0$-Massenaufspaltung = Oszillations-frequenz ($\hbar\omega = \Delta M c^2$) ist (erstmals 1964 am BNL):

$$\Delta M = (3.489 \pm 0.008) \cdot 10^{-6}\ \mathrm{eV} = (0.530 \pm 0.001) \cdot 10^{10}\ \mathrm{Hz}.$$

2.2.4 $B^0\overline{B^0}$-Oszillationen

in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung wie $K^0\overline{K^0}$:



$$\boxed{\Delta m_d = \frac{G_F^2}{6\pi^2} M_{B_d} m_{\text{top}}^2 F\left(\frac{m_{\text{top}}^2}{M_W^2}\right) \eta_{QCD} (f_{B_d}^2 B_{B_d}) |V_{td} V_{tb}^*|^2}$$

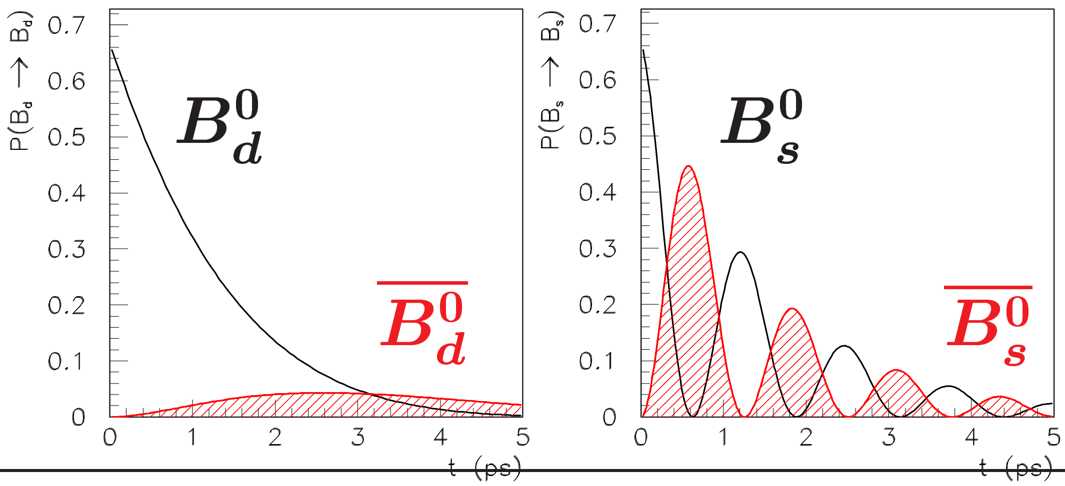
$$\Longrightarrow \frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} = \frac{M_{B_d}}{M_{B_s}} \cdot \frac{f_{B_d}^2 B_{B_d}}{f_{B_s}^2 B_{B_s}} \cdot \frac{|V_{td}|^2}{|V_{ts}|^2} \overset{|V_{ts}|\approx|V_{cb}|}{=}$$

$$\approx (0.88 \pm 0.04)^2 \frac{|V_{td}|^2}{|V_{cb}|^2}$$

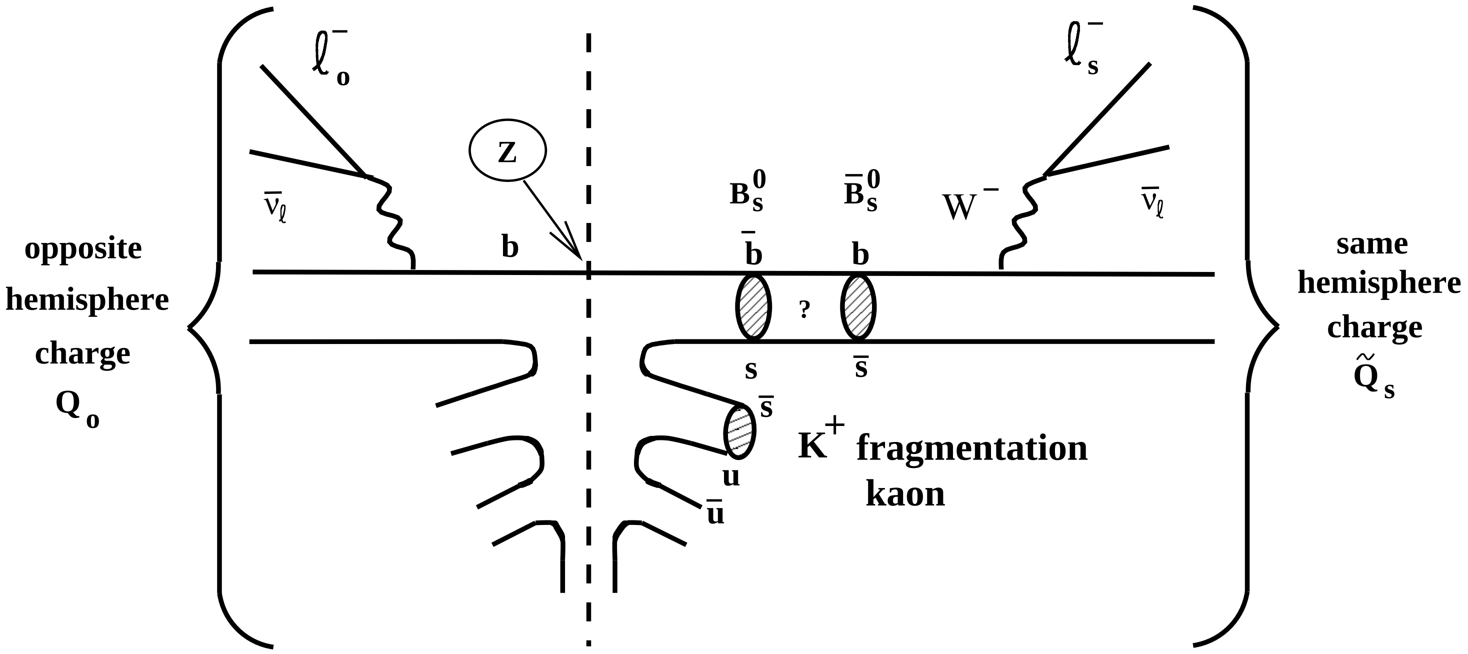
$(\approx 3 \cdot 10^{-4}$ eV) $\qquad$ ($> 10^{-2}$ eV)

$\boxed{\Delta m_d = 0.502 \pm 0.006 \text{ ps}^{-1}}$ $\qquad$ $\boxed{\Delta m_s > 14.4 \text{ ps}^{-1} \text{ (95\% CL)}}$

$|V_{td}| = 0.009 \pm 0.002$ $\qquad$ $|V_{td}| < 0.009$



Unterscheidung zwischen B^0 und $\overline{B^0}$ durch die Ladung der Zerfallsleptonen in semileptonischen Zerfällen:



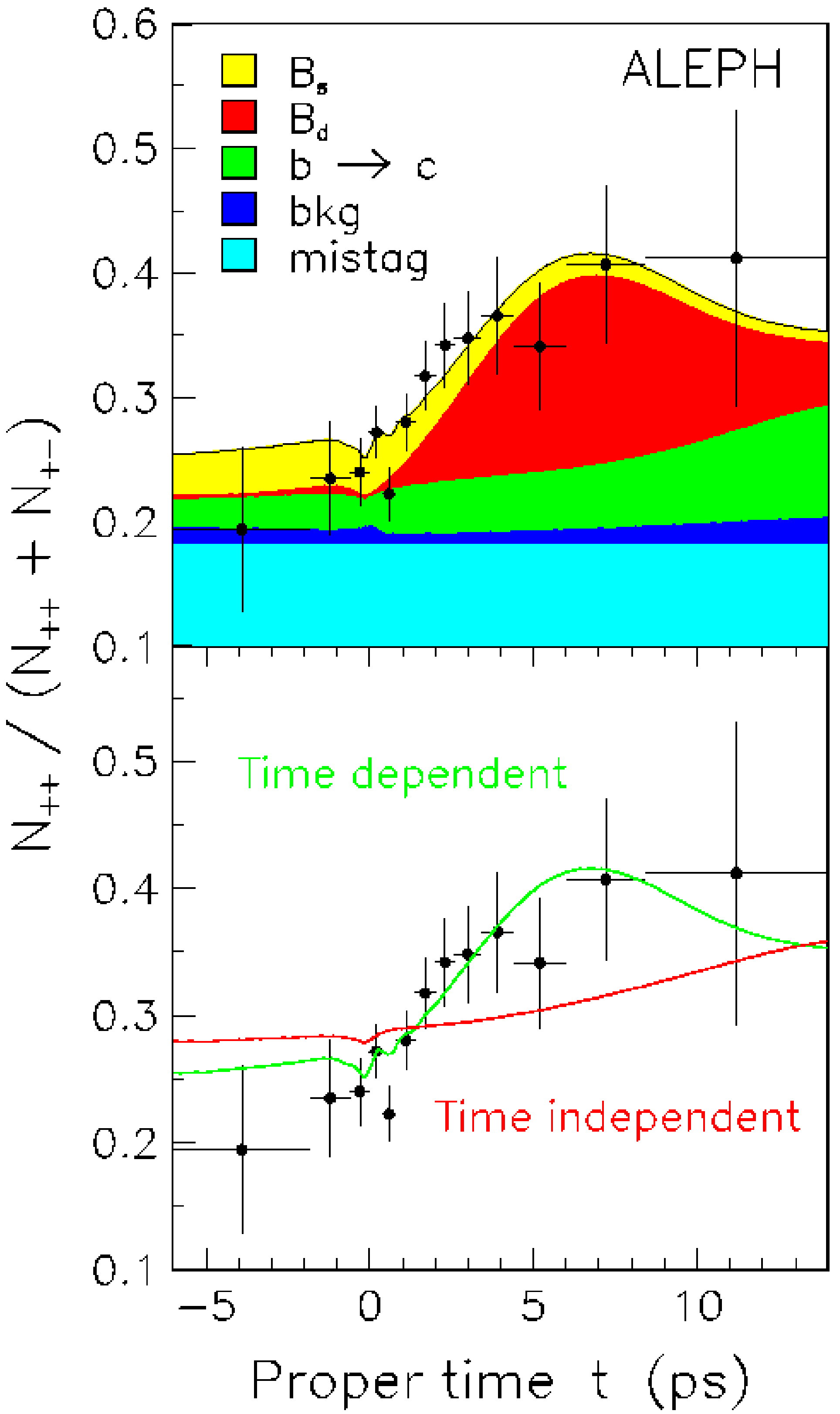
Das Signal für $B^0\overline{B^0}$-Oszillationen ist daher der Anteil gleichgeladener Leptonpaare als Funktion der Zerfallsdauer $t = d/\beta\gamma c$, gemessen durch die Flugstrecke d von der Erzeugung bis zum Zerfall:

$$\frac{N(\ell^\pm\ell^\pm)[t]}{N_{\rm tot}(\ell\ell)[t]} = \frac{\mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]}{\mathcal{P}(B^0 \to B^0)[t] + \mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]} = \sin^2(\Delta m \cdot t/2)$$

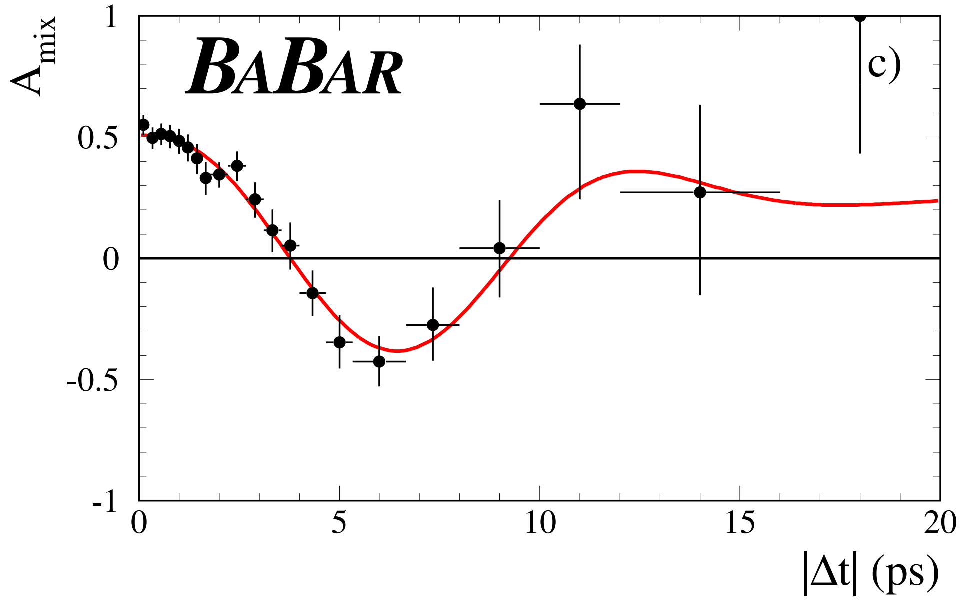
$$A_{\rm mix}(\ell^\pm\ell^\mp - \ell^\pm\ell^\pm) = \frac{\mathcal{P}(B^0 \to B^0)[t] - \mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]}{\mathcal{P}(B^0 \to B^0)[t] + \mathcal{P}(B^0 \to \overline{B^0})[t]} = \cos(\Delta m \cdot t)$$

Erste Entdeckung: UA1-Experiment am CERN ($Sp\bar{p}S$) 1987,
ARGUS-Exp. am DESY (DORIS) 1988.

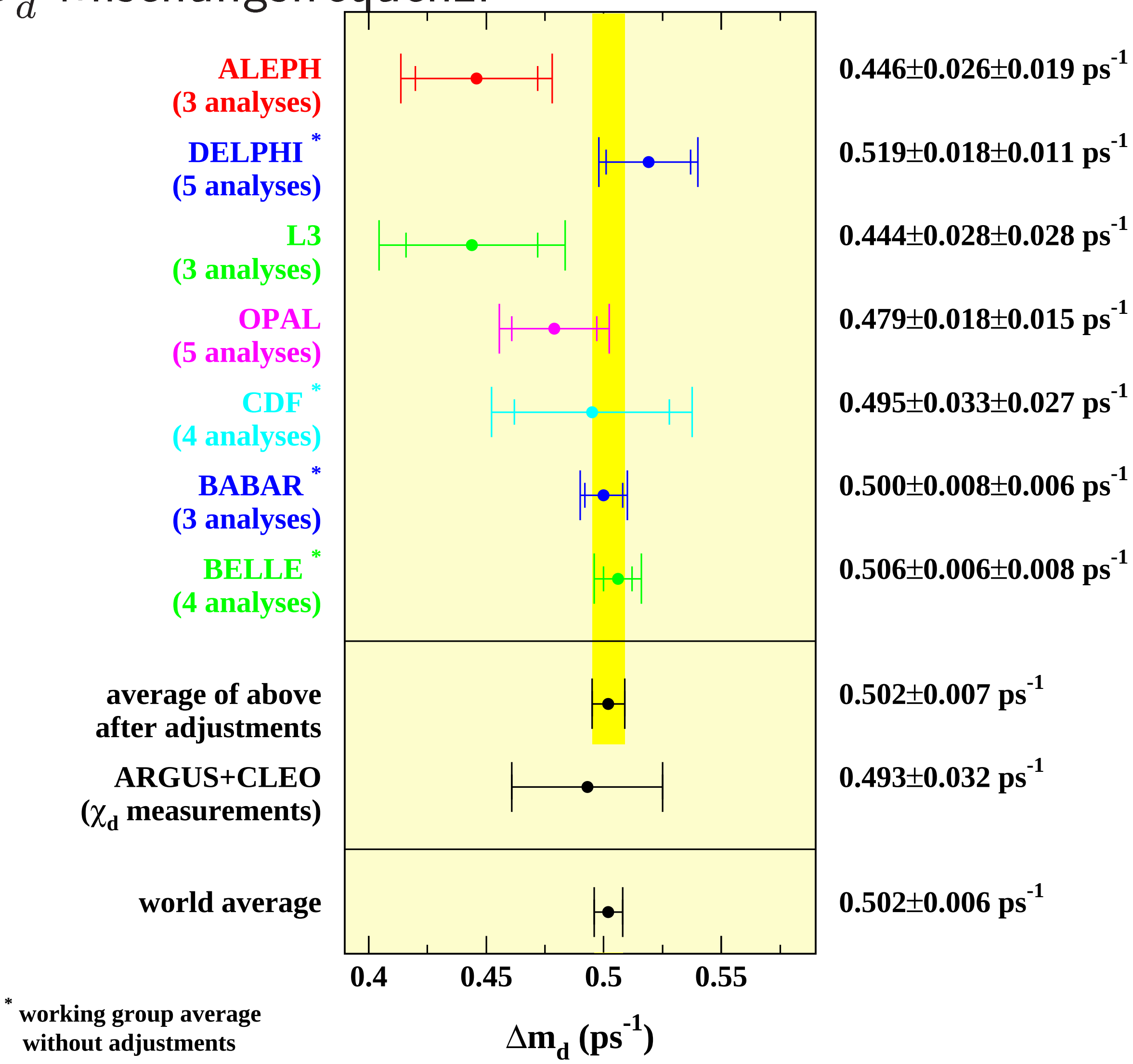
Erste zeitaufgelöste Messung der $B^0\overline{B^0}$-Oszillationen im ALEPH-Experiment, LEP (1993):



B-Meson-Fabriken bei der Υ (4S)-Resonanz:



$B_d^0\overline{B_d^0}$-Mischungsfrequenz:

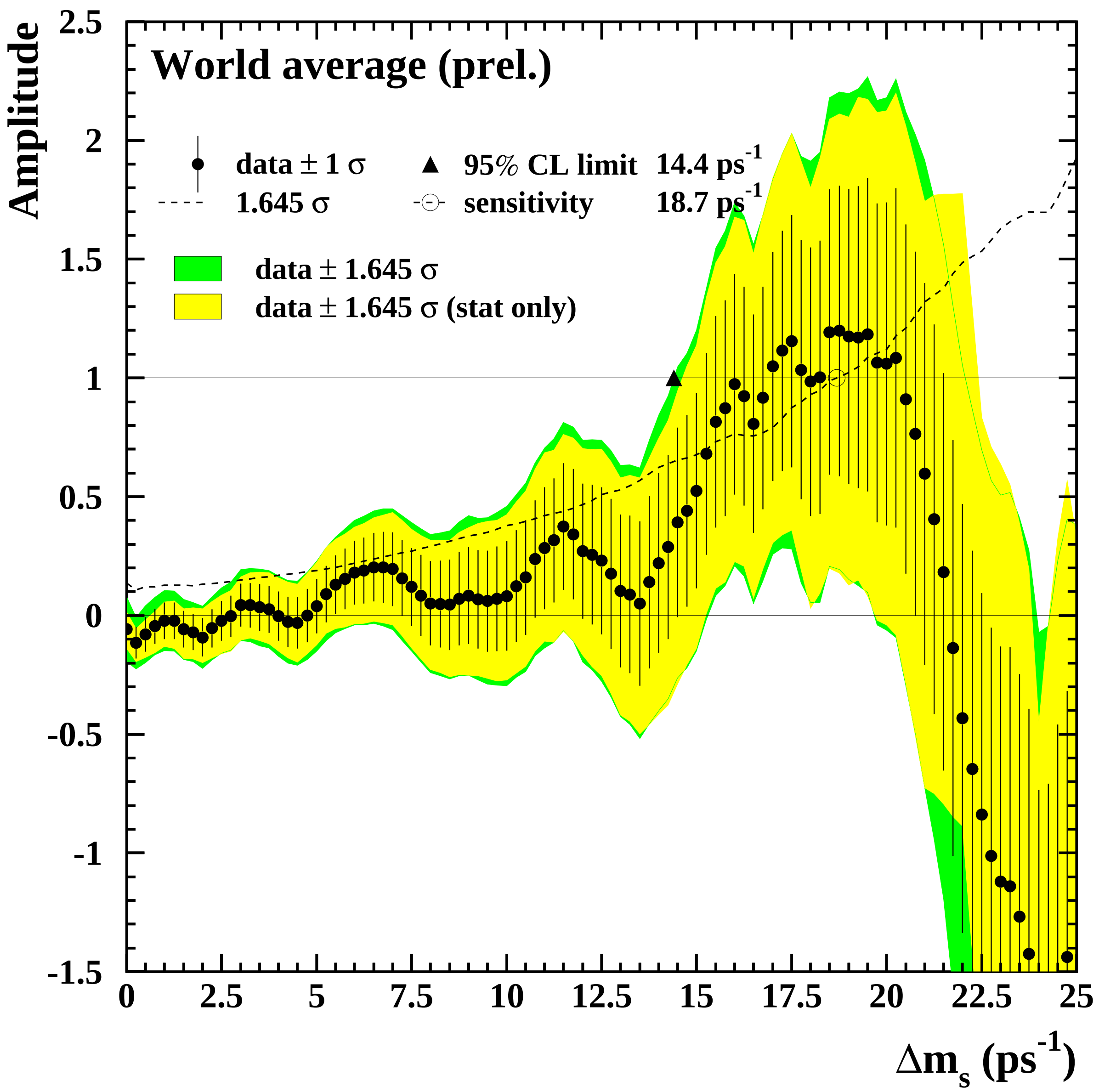


$$\boxed{\Delta m_d = 0.502 \pm 0.006 \text{ ps}^{-1}}$$

$B_s^0\overline{B_s^0}$-Oszillationen:

$$\mathcal{P}(B_s^0 \to \overline{B_s^0}) = \frac{1}{2\tau} e^{-t/\tau} (1 - \mathcal{A} \cos \Delta m_s\, t)$$

Falls Oszillation: $\mathcal{A}(\Delta m_s) = 1.$



$$\Longrightarrow \boxed{\Delta m_s > 14.4\ \text{ps}^{-1}}$$

2.2.5 Verletzung der CP-Symmetrie

2.2.5.1 CP-Verletzung in K^0-Mesonzerfällen

1964: Nachweis von $K_L^0 \to \pi^+\pi^-$ (sehr kleiner Anteil mit falschem $CP = +1$ im Endzustand).

$\Longrightarrow$ Verletzung der CP- und damit der Zeitumkehrsymmetrie in K^0-Zerfällen.

$\Longrightarrow$ Masseneigenzustände $K_{S,L}^0$ sind orthogonale Mischung der CP-Eigenzustände $=: K_{1,2}^0$ $(CP = \pm 1)$, mit kleiner Beimischung des "falschen" CP-Zustands $\sim \varepsilon$:

$$\begin{aligned} K_S^0 &= \frac{K_1^0 - \varepsilon K_2^0}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}} \approx K_1^0; \\ K_L^0 &= \frac{K_2^0 + \varepsilon K_1^0}{\sqrt{1 + |\varepsilon|^2}} \approx K_2^0. \end{aligned}$$

Tritt auf, falls die Massenmatrix komplex ist mit $M_{12}^* \neq M_{12}$: sog. "indirekte" CP-Verletzung bei der $K^0 - \overline{K}^0$-Mischung.

Im Standardmodell verursacht durch den komplexen Phasenfaktor der CKM-Matrix.

Alternativ: neue superschwache Wechselwirkung (Wolfenstein, 1964)?

Messung: $|\varepsilon| = (2.271 \pm 0.017) \cdot 10^{-3}$ (kleiner Effekt!).

"Direkte" CP-Verletzung im Zerfall des CP-Eigenzustands K_2^0 $(CP = -1)$:

Im Standardmodell durch komplexe Phase der CKM-Matrix bei Interferenz des Zerfallsprozesses niedrigster Ordnung zu $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ oder $\pi^0\pi^0$ mit Beiträgen höherer Ordnung, die zum gleichen Endzustand führen (sog. "Pinguin"-Diagramme):

Der Beitrag direkter CP-Verletzung wird im Standardmodell durch den Parameter ε' beschrieben.

$\varepsilon' \neq 0$ schließt superschwache WW als Quelle der CP-Verletzung aus.

Nachweis $\neq 0$ 1999 bei CERN (NA48 Experiment) und FNAL (KTeV Experiment):

$\left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| = (16.7 \pm 1.6) \cdot 10^{-4}$ (sehr kleiner Effekt!).

Das Standardmodell sagt direkte und indirekte CP-Verletzung nach den gleichen Mechanismen auch bei B^0-Mesonen vorraus.

$\longrightarrow$ Test bei sog. B-Meson-Fabriken seit 1999.

2.2.5.2 Das Unitaritätsdreieck

Die Orthogonalitätsbedingungen für die Spaltenvektoren der unitären CKM-Mischungsmatrix,

$$\begin{aligned} V_{ud}^* V_{us} + V_{cd}^* V_{cs} + V_{td}^* V_{ts} &= 0, \\ V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} &= 0, \\ V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} &= 0, \end{aligned}$$

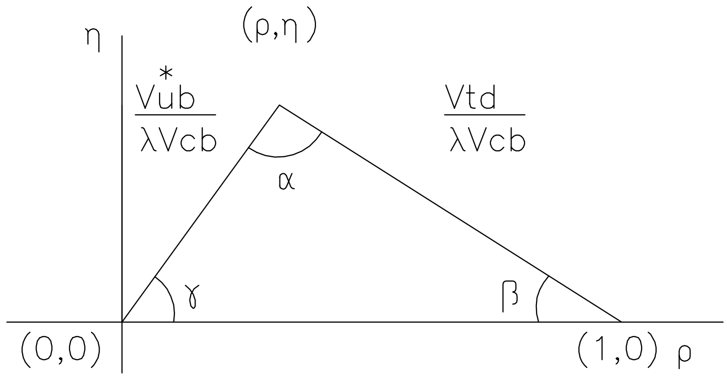
beschreiben Dreiecke in der komplexen $\rho - \eta-$Ebene.

Die Dreiecke haben eine nichtverschwindende Fläche, wenn die Phase $\delta \neq 0$ bzw. $V_{ub} \neq 0$, d.h. CP-Verletzung.

Am nützlichsten für den Test der Unitarität der CKM-Matrix ist das durch die letzte Gleichung,

$$\frac{V_{ub}^*}{\lambda V_{cb}} + \frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}} = 1,$$

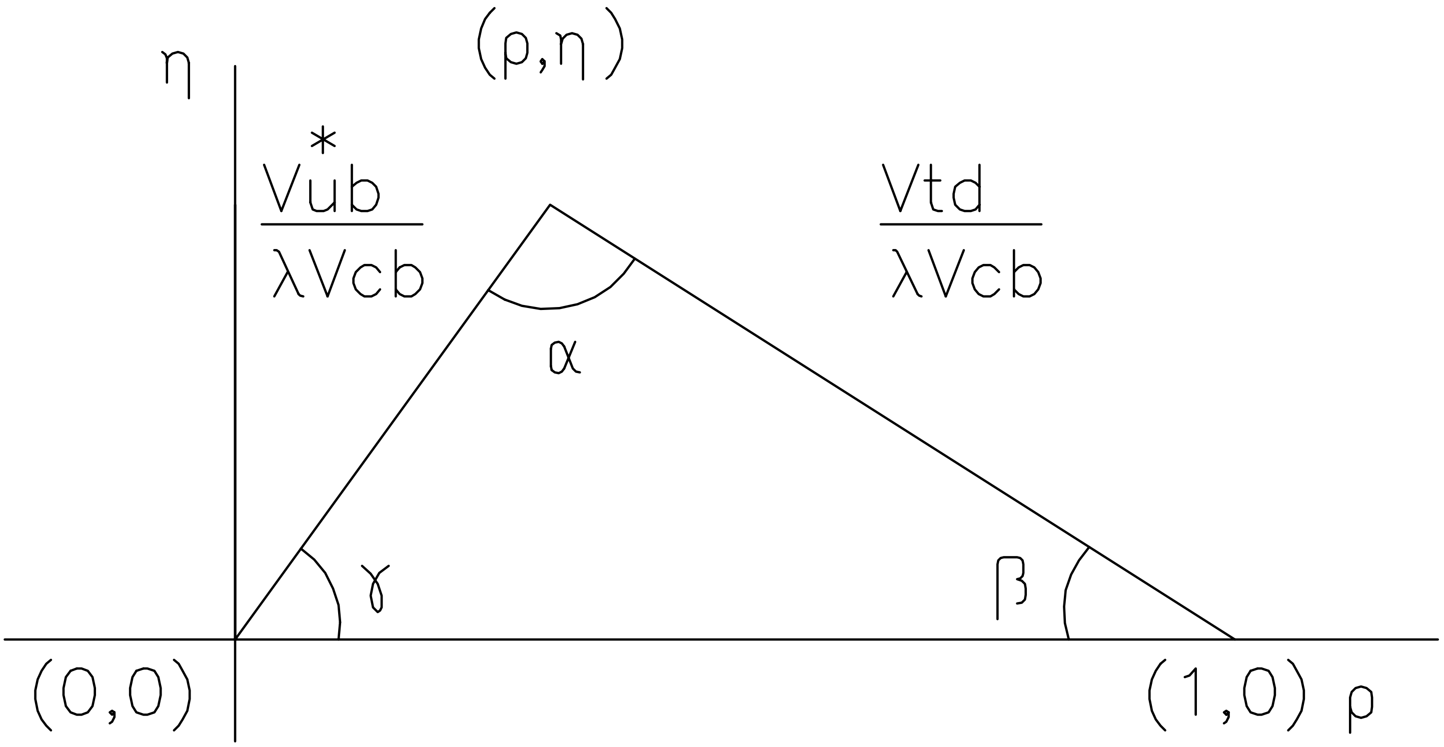
definierte Dreieck, das CP-Verletzung in B-Meson-Zerfällen (mit bottom-Quarks) beschreibt (sog. Unitaritätsdreieck):



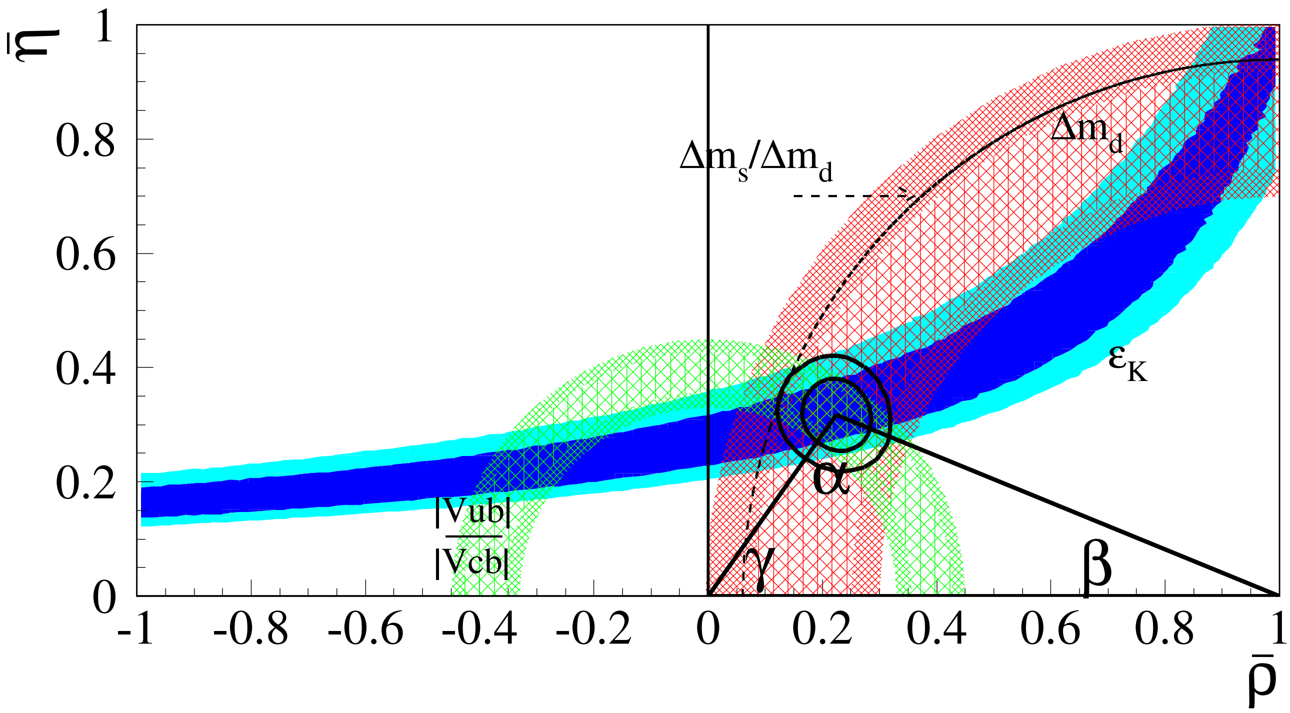
Es gilt: $V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$, $V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma}$.

$B^0\overline{B}^0$-Mischungsrate groß , V_{ub}/V_{cb} nicht zu klein
$\Longleftrightarrow$ große Fläche des Unitaritätsdreiecks
$\Longleftrightarrow$ starke CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen.

Experimentelle Bestimmung des Unitaritätsdreiecks



Randbedingungen für die Winkel aus der Bestimmung der Seiten:



$$\boxed{\begin{aligned} \sin 2\beta &= \quad 0.70 \pm 0.05 \\ \sin 2\alpha &= -0.13 \pm 0.25 \end{aligned}}$$

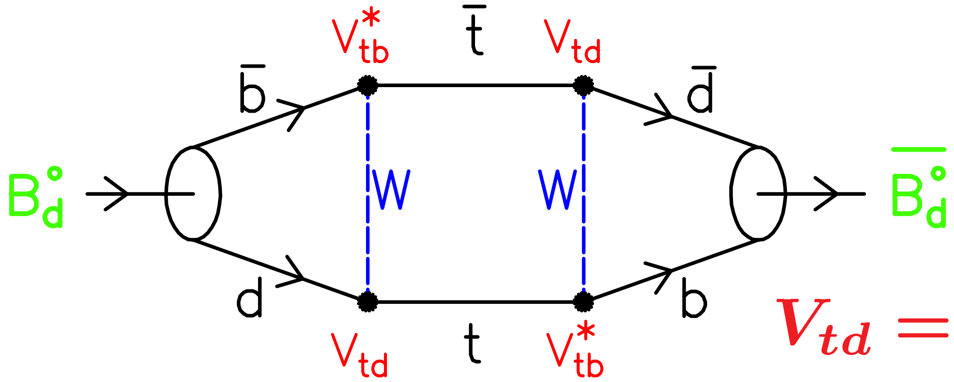
$\Longrightarrow$ CP-Verletzung

$\Longrightarrow$ $15 < \Delta m_s < 20$ ps $^{-1}$

2.2.5.3 CP-Verletzung bei $B_d^0\overline{B_d^0}$ -Mischung

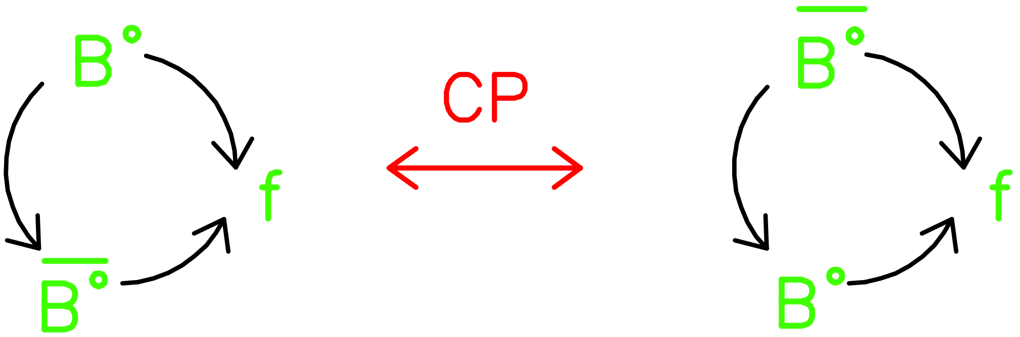
wie bei der $K^0\overline{K^0}$-Mischung:

$$\boxed{\begin{aligned} B_1^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[B^0 + e^{-2i\beta}\overline{B^0}] \\ B_2^0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}[B^0 - e^{-2i\beta}\overline{B^0}] \end{aligned}}$$



$$V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$$

Wichtiger Spezialfall: B_d^0-Zerfälle in CP-Eigenzustände f
(mit $CP|f>=\eta_f|f>$, $\eta_f = \pm 1$, $|\overline{A_f}| = |A_f|$,
$arg(A_f) = -arg(\overline{A_f}) = \phi_f$):



$$\Gamma(B^0 \to \overline{B^0} \to f) = \frac{|A_f|^2}{2\tau}e^{-t/\tau}(1 - \eta_f \sin 2(\beta + \phi_f) \sin \Delta m\ t)$$

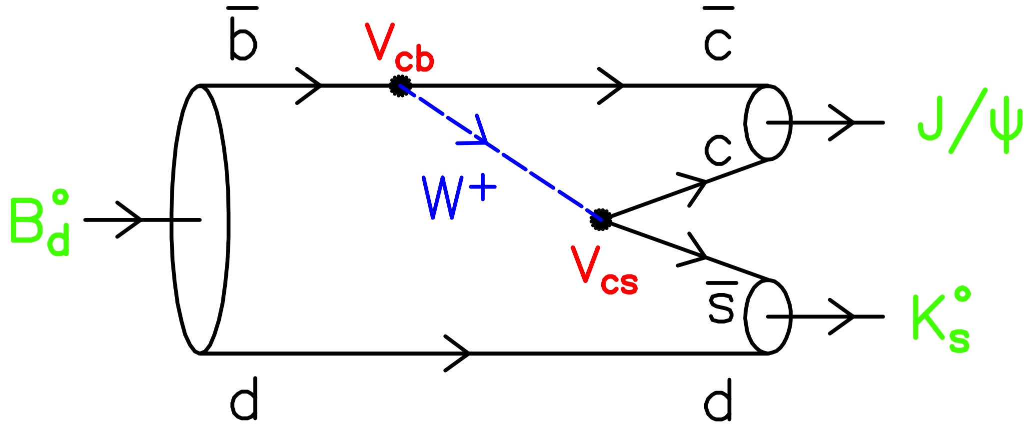
$$\neq \overline{\Gamma}(\overline{B^0} \to B^0 \to f) = \frac{|A_f|^2}{2\tau}e^{-t/\tau}(1 + \eta_f \sin 2(\beta + \phi_f) \sin \Delta m\ t)$$

$\Longrightarrow$ CP-verletzende Asymmetrie:

$$\boxed{a_{CP}(t) = \frac{\overline{\Gamma}-\Gamma}{\overline{\Gamma}+\Gamma} = \eta_f \cdot \sin 2(\beta + \phi_f) \sin \Delta m\ t}$$

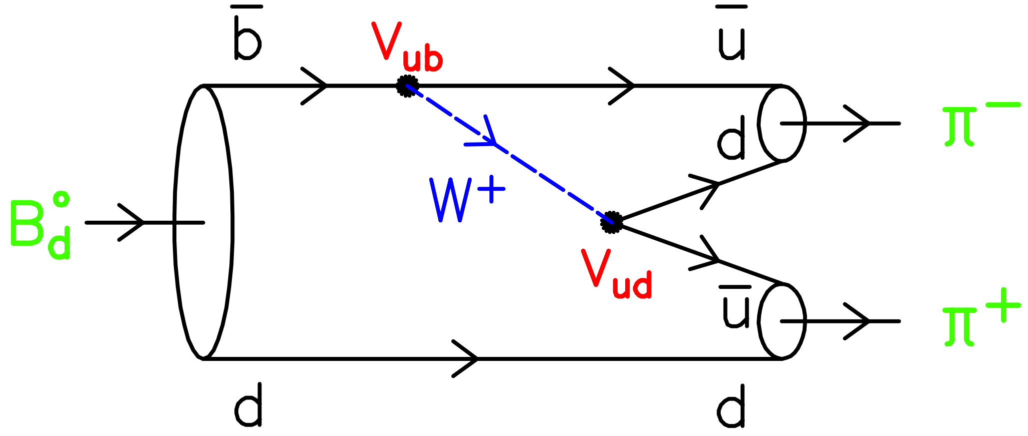
2.2.5.4 B_d^0–Zerfälle in CP-Eigenzustände

$B_d^0 \to J/\psi K_s^0$: $\phi_f = 0,\ \eta_f = -1$



$$\boxed{a_{CP}(t) = -\sin 2\beta \sin \Delta m\, t}$$

$B_d^0 \to \pi^+\pi^-$: $\phi_f = \gamma,\ V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma},\ \eta_f = +1$

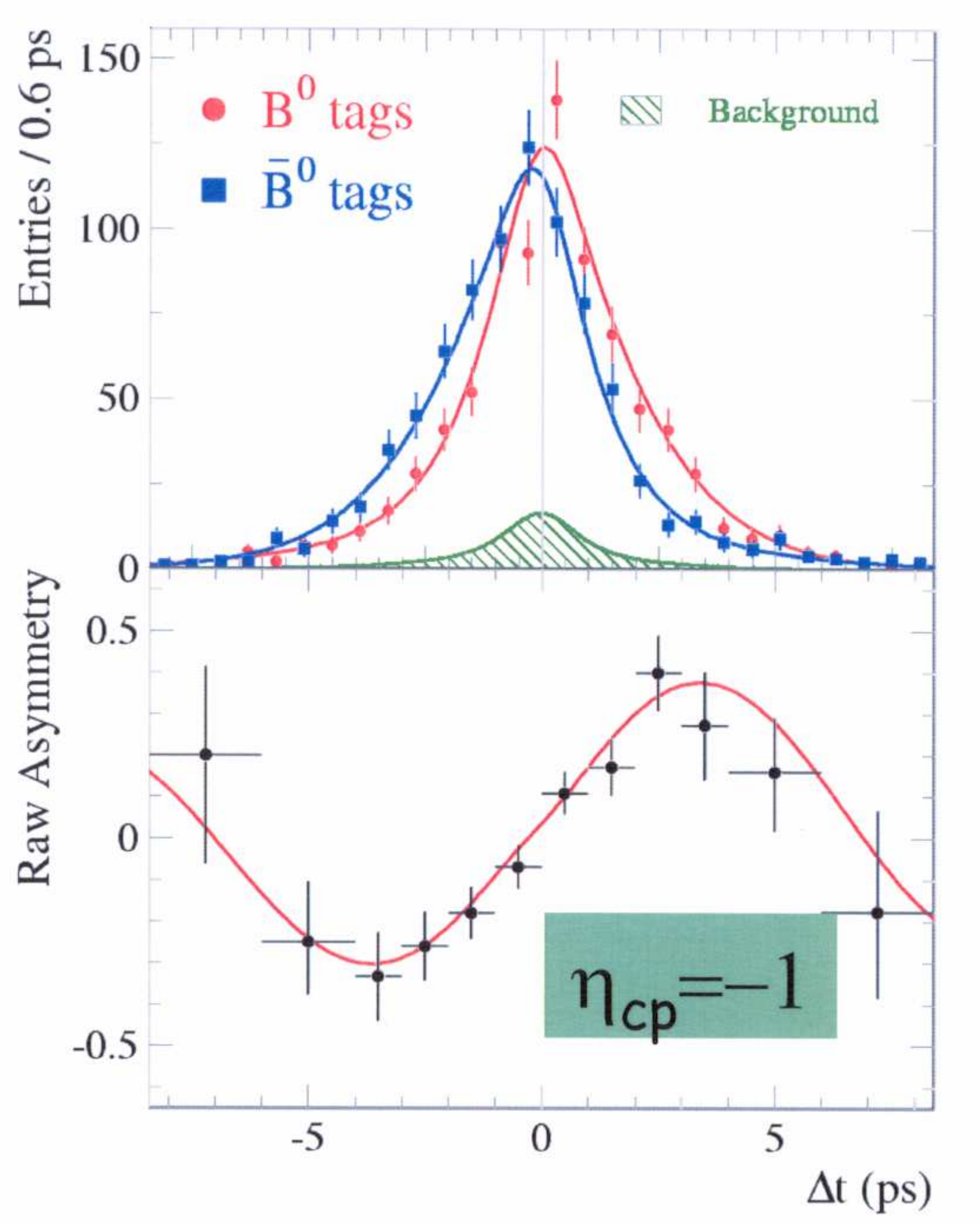


$$\boxed{\begin{aligned} a_{CP}(t) &= \sin 2(\beta+\gamma) \sin \Delta m\, t \\ &= \sin 2\alpha \sin \Delta m\, t \end{aligned}}$$

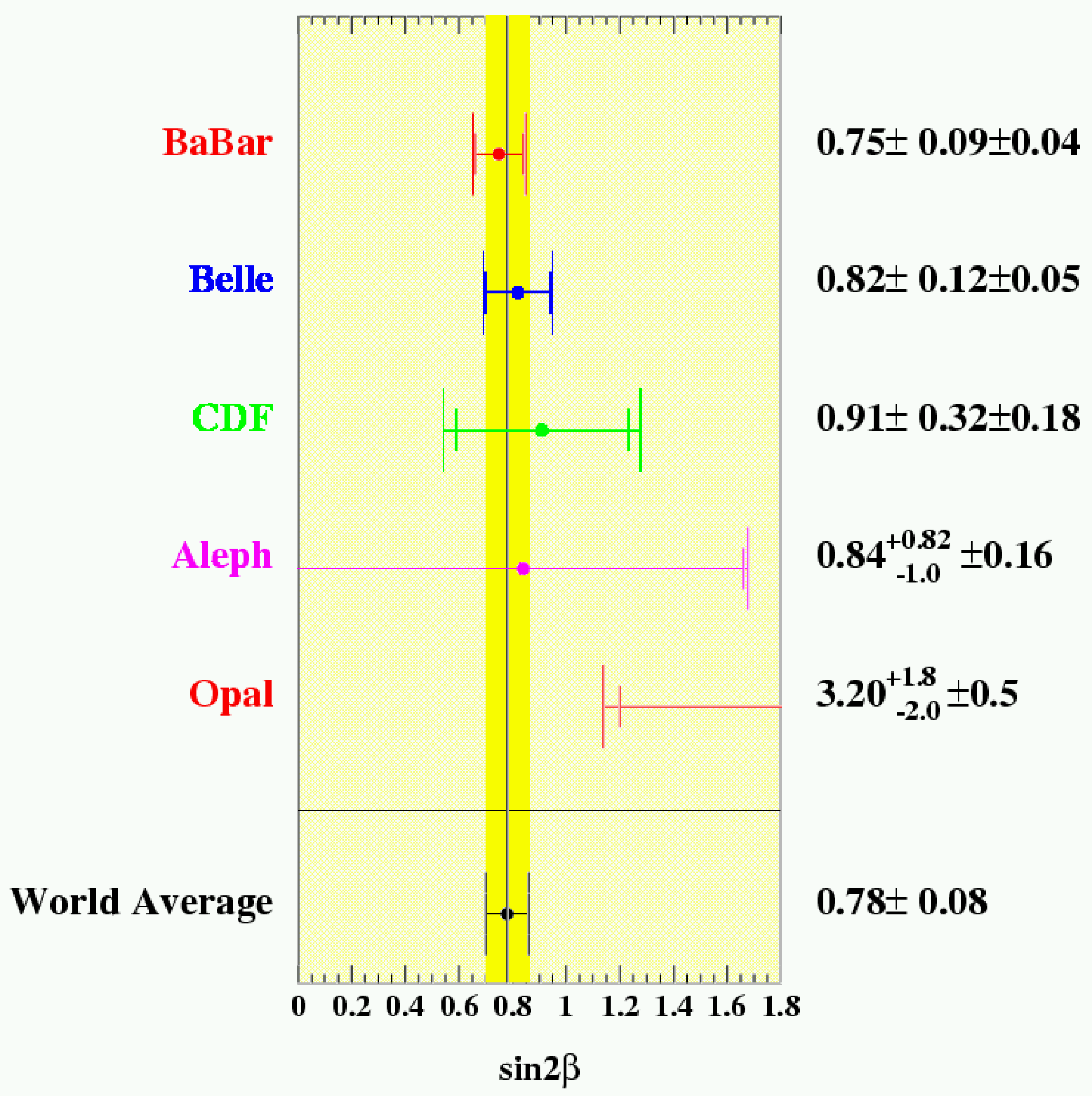
$\Longrightarrow$ Direkte Messung der Winkel des Unitaritätsdreiecks.

$\Longrightarrow$ Test der Unitarität der CKM-Matrix: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$?

Entdeckung der CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen 2001 durch die e^+e^--Experimente BaBar (SLAC) und BELLE (KEK, Japan):
Zeitabhängige CP-Asymmetrie in $B_d^0 \to J\psi K_S^0$:



Messungen des Winkels β:

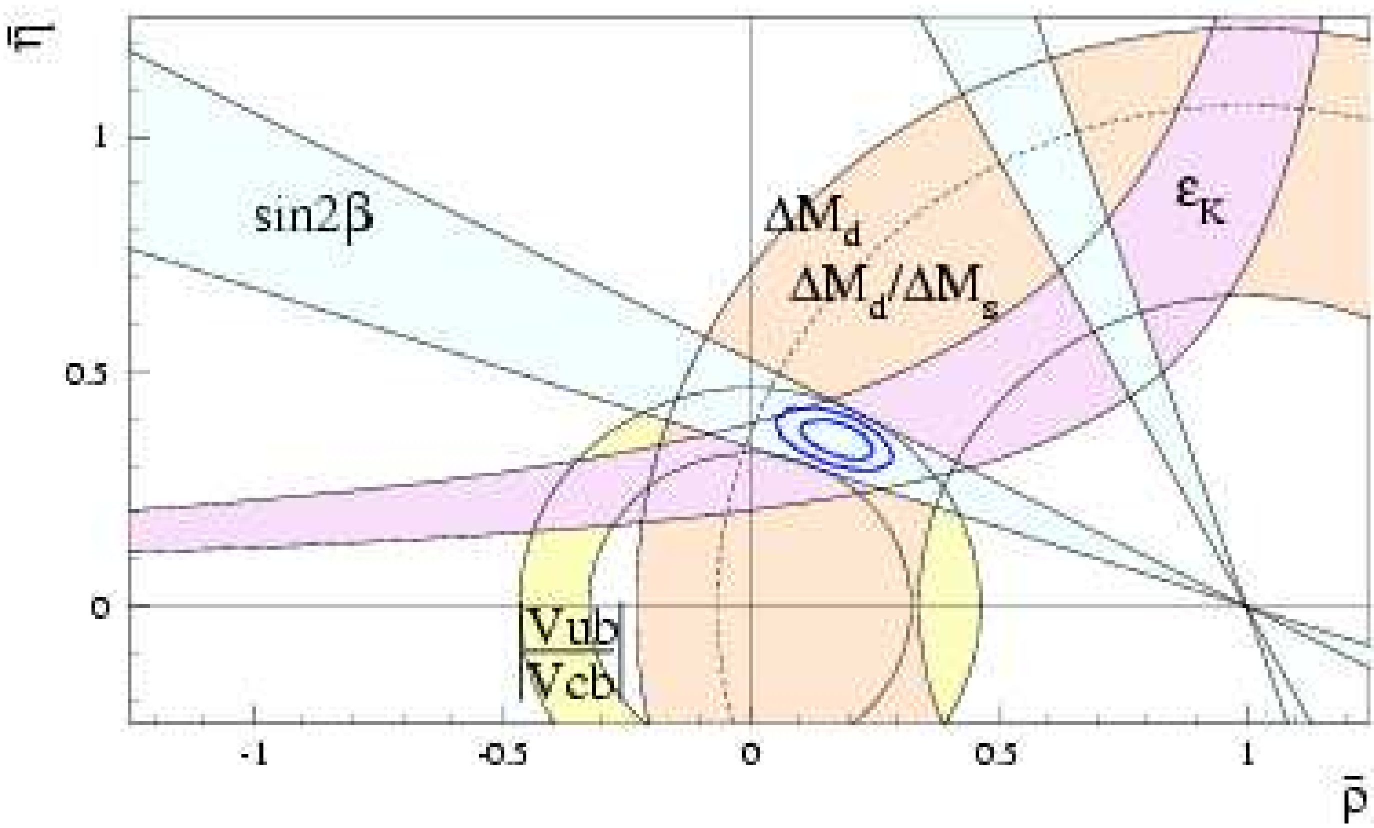


Aktueller Mittelwert: $\boxed{\sin 2\beta = 0.73 \pm 0.05}$.

Gute Übereinstimmung mit der indirekten Bestimmung aus den Seiten:

$$\sin 2\beta = 0.70 \pm 0.05.$$

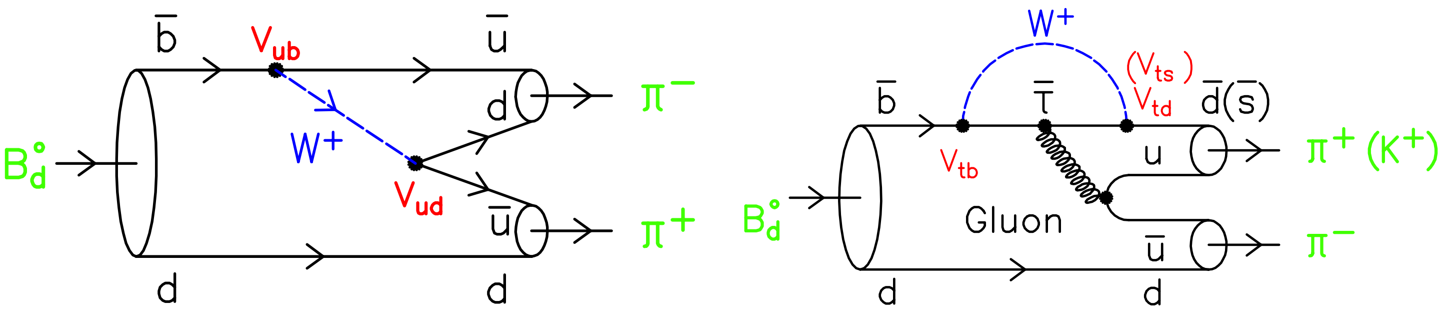
Bestimmung des Unitaritätsdreiecks durch Seiten und den Winkel β



Direkte CP-Verletzung in B-Zerfällen

Beitrag von direkter CP-Verletzung durch Interferenz der "Pinguin"-Prozesse (2. Ordnung) mit dem Prozeß niedrigster Ordnung:
$|\overline{A_f}| \neq |A_f|$, $|\overline{A_f}/A_f|^2 = 1 - 4\mathcal{R}e\varepsilon'_B$.

Z.B. $B^0 \to \pi^+\pi^-$ (wie $K^0 \to \pi^+\pi^-$, aber andere CKM-Matrixelemente):



Zeitabhängige CP-Asymmetrie:

$$a_{CP}(t) = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2} \cos \Delta m t - \frac{2\mathcal{I}m\lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2} \sin \Delta m t$$

mit $\lambda_f := e^{-2i\beta} \frac{\overline{A_f}}{A_f}$, $|\lambda_f| \neq 1$.

- Reine indirekte CP-Verletzung in Zerfällen ohne Pinguin-Beiträge, z.B. semileptonische B-Zerfälle oder $B_d^0 \to J\psi K_S^0$.

- Reine direkte CP-Verletzung in hadronischen $B^\pm$-Zerfällen.

2.2.5.6 B-Meson-Fabriken

Experiment		$N(B\overline{B})/y$	$\Delta \sin 2\beta$	$\Delta \sin 2\alpha$	Δm_s
BaBar	e^+e^-	$3 \cdot 10^7$	0.05	0.20	
Belle	e^+e^-	$1 \cdot 10^8$	0.05	0.20	
CDF/D0	$p\bar{p}$	$2 \cdot 10^{11}$	0.08		$< 20\ \mathrm{ps}^{-1}$
BTeV	$p\bar{p}$	$2 \cdot 10^{11}$	0.02	0.10	$< 75\ \mathrm{ps}^{-1}$
ATLAS/CMS	pp	$5 \cdot 10^{12}$	0.01	0.20	$< 36\ \mathrm{ps}^{-1}$
LHC-b	pp	$1 \cdot 10^{12}$	0.01	0.10	$< 58\ \mathrm{ps}^{-1}$