

2.3 B-Mesonzerfälle und CP-Verletzung

2.3.1 Quarkflavourmischung

Experimentelle Beobachtung (schwache Zerfälle von K-, D-, B-Mesonen mit s -, c -, b -Quarks):

Die Masseneigenzustände der Quarks (Massenoperator diagonal; feste Massen) sind **verschieden** von den schwachen Eigenzuständen der Quarks, den linkshändigen $SU(2)$ -Dubletts und den rechtshändigen $SU(2)$ -Singulets (schwache Ladungsoperatoren, $SU(2)$ -Generatoren diagonal; feste schwache Ladungen).

Die **geladene schwache Wechselwirkung** vermittelt Übergänge zwischen den schwachen Eigenzuständen der Quarks innerhalb jeder Generation von schwachen $SU(2)$ -Dubletts. Die Masseneigenzustände der Quarks,

$$U'_L = (u', c', t')_L \text{ und } D'_L = (d', s', b')_L,$$

gehen aus den schwachen Eigenzuständen U_L und D_L durch separate unitäre Transformationen U_u und U_d für up- bzw. down-artige Quarks hervor:

$$D'_L = U_d^\dagger D_L; \quad U'_L = U_u^\dagger U_L.$$

Die geladenen schwache Stromwechselwirkung der Quarks wird beschrieben durch:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{CC} &= -\frac{g}{\sqrt{2}}[j_{CC}^{\mu+}W_{\mu}^{-} + j_{CC}^{\mu-}W_{\mu}^{+}] \\
 &= -\frac{g}{\sqrt{2}}\left[(\bar{U}_L\gamma^{\mu}1D_L)W_{\mu}^{-} + (\bar{D}_L\gamma^{\mu}1U_L)W_{\mu}^{+}\right] \\
 &\equiv -\frac{g}{\sqrt{2}}\left[(\bar{U}'_LU_u^{\dagger}\gamma^{\mu}U_dD'_L)W_{\mu}^{-} + (\bar{D}'_LU_d^{\dagger}\gamma^{\mu}U_uU'_L)W_{\mu}^{+}\right] \\
 &\equiv -\frac{g}{\sqrt{2}}\left[\underbrace{(\bar{U}'_L\gamma^{\mu}V_{CKM}D'_L)}_{=j_{CC}^{\mu+}}W_{\mu}^{-} + \underbrace{(\bar{D}'_LV_{CKM}^{\dagger}\gamma^{\mu}U'_L)}_{=j_{CC}^{\mu-}}W_{\mu}^{+}\right]
 \end{aligned}$$

Die **unitäre Quark-Mischungsmatrix** $V_{CKM} = U_u^{\dagger}U_d$, die **Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)-Matrix** beschreibt die geladenen schwachen (CC) Übergänge zwischen den Quarkgenerationen, definiert als die Masseneigenzustände der Quarks, die an die elektromagnetische und starke Wechselwirkung koppeln, mit unterschiedlichen Gewichten für die Wahrscheinlichkeit der **schwachen CC-Übergänge** zwischen den up- und down-artigen **Masseneigenzuständen** der Quarks:

$$\begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} d_C \\ s_C \\ b_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}.$$

Z.B.: $u \longleftrightarrow d_C = V_{ud}d + V_{us}s + V_{ub}b$.

Zahl der unabhängigen Parameter der CKM-Matrix:

Für $n = 2$ Generationen:

Bis zur Entdeckung des bottom-Quarks.

Reelle orthogonale 2×2 Matrix mit **1 reellen Parameter, keine komplexe Phase:**

$$\text{Cabibbo - Matrix : } V = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix}.$$

θ_c ist der **Cabibbo-Winkel** mit $\sin \theta_c \approx 0.23$ und $\cos \theta_c \approx 0.95$.

Für $n = 3$ Generationen:

CKM-Matrix mit **3 reellen Parametern und 1 komplexen Phase:**
 $V^* \neq V$ (möglich nur für ≥ 3 Generationen):

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -s_{23}c_{12} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

Mit den 3 Mischungswinkeln θ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3; i > j$),
 $c_{ij} = \cos \theta_{ij} > 0$, $s_{ij} = \sin \theta_{ij} > 0$, und dem Phasenfaktor $e^{i\delta}$.

Die Elemente der CKM-Matrix werden vom Standardmodell nicht vorhergesagt, sondern müssen experimentell bestimmt werden. Dies ist ein sehr aktiver Forschungszweig, insbesondere für die Übergänge mit schweren Quarks (c , b , t).

Eine **komplexe CKM-Matrix** ermöglicht eine **Beschreibung der beobachteten schwachen Verletzung der CP-Symmetrie** im Rahmen des Standardmodells (mit 6 Quarks in 3 Generationen), hervorgerufen wiederum durch die schwache Wechselwirkung und mit **Ursprung in der Fermion-Higgs-Boson-Kopplung bzw. der Quark-Massenmatrix**:

Vorschlag von **Kobayashi und Maskawa 1973** noch vor der Entdeckung der dritten Fermion-Generation (τ -Lepton 1975, bottom-Quark 1977, top-Quark 1994) und vor der Entdeckung des charm-Quarks 1974.

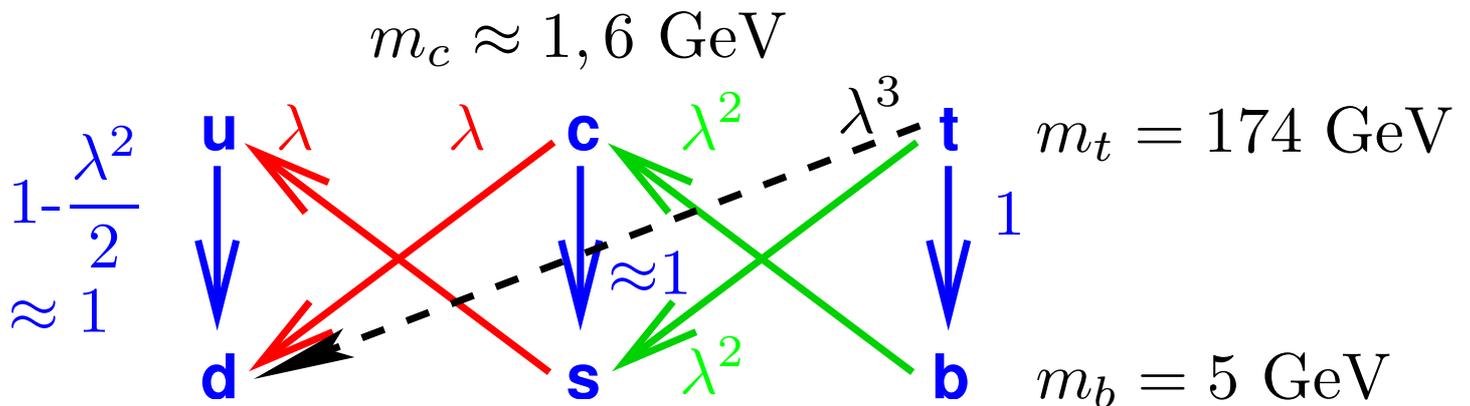
Messungen der CKM-Matrixelemente:

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix}$$

Die aktuellen Meßwerte für die CKM-Matrixelemente sind:

$ V_{ud} = 0.9736 \pm 0.0010$	aus nuklearem β - und μ -Zerfall
$ V_{us} = 0.2205 \pm 0.0018$	aus semilept. Kaon-Zerfällen $K \rightarrow \pi e \nu_e$
$ V_{ub} = 0.0047 \pm 0.0004$	aus semileptonischen Zerfällen $B \rightarrow X_u \ell \nu_\ell$
$ V_{cd} = 0.224 \pm 0.016$	charm-Quark-Produktionsrate in $\nu(\bar{\nu})$ -Kern-Streuung
$ V_{cs} = 1.01 \pm 0.18$	semileptonische charm-Quark Zerfälle $D \rightarrow K e \nu_e$ ($c \rightarrow s$)
$ V_{cb} = 0.0415 \pm 0.0008$	aus semilept. B-Mesonzerfällen
$ V_{td} = 0.009 \pm 0.002$	von $B_d^0 \bar{B}_d^0$ -Mischung
$ V_{td} < 0.009$ (95% C.L.)	von $B_s^0 \bar{B}_s^0$ -Mischung
$ V_{td}/V_{ts} < 0.29$ (95 % C.L.)	von $B_d^0 \bar{B}_d^0$ - und $B_s^0 \bar{B}_s^0$ -Mischung
$ V_{td}/V_{ts} < 0.56$ (90 % C.L.)	von $b \rightarrow s \gamma$ Zerfällen
$ V_{ts}/V_{cb} = 1.1 \pm 0.4$	von $b \rightarrow s \gamma$ Zerfällen
$ V_{tb} > 0.016$ (95 % C.L.)	aus top-Quark-Zerfällen $t \rightarrow W^+ b$

Die Hierarchie der Übergangswahrscheinlichkeiten und der Quarkmassen läßt eine Erklärung durch eine dem Standardmodell übergeordnete Theorie erwarten.



Die näherungsweise Wolfenstein-Parametrisierung macht die Rangordnung der Übergänge zwischen den Quark-Generationen (Massen/flavour-Eigenzustände) deutlich:

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4),$$

bei der die Matrixelemente nach dem kleinen Parameter λ entwickelt werden.

Die 4 Wolfenstein-Parameter haben die gemessenen Werte:

$$\begin{aligned} \lambda &\equiv s_{12} = 0.2205 \pm 0.0018, \\ A &\equiv s_{23}/\lambda^2 = 0.82 \pm 0.06, \\ \sqrt{\rho^2 + \eta^2} &\equiv |V_{ub}|/A\lambda^3 = 0.36 \pm 0.09. \end{aligned}$$

2.3.2 Das Unitaritätsdreieck

Die **Orthogonalitätsbedingungen** für die Spaltenvektoren der unitären CKM-Mischungsmatrix,

$$V_{ud}^* V_{us} + V_{cd}^* V_{cs} + V_{td}^* V_{ts} = 0,$$

$$V_{us}^* V_{ub} + V_{cs}^* V_{cb} + V_{ts}^* V_{tb} = 0,$$

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0,$$

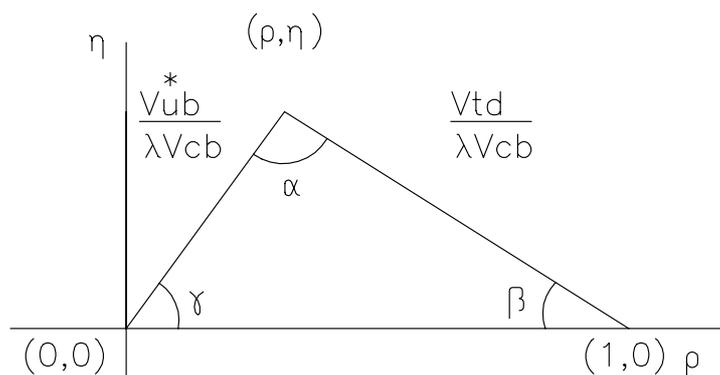
beschreiben Dreiecke in der komplexen $\rho - \eta$ -Ebene.

Die Dreiecke haben eine **nichtverschwindende Fläche**, wenn die Phase $\delta \neq 0$ bzw. $V_{ub} \neq 0$, d.h. **CP-Verletzung**.

Am nützlichsten für den Test der Unitarität der CKM-Matrix ist das durch die letzte Gleichung,

$$\frac{V_{ub}^*}{\lambda V_{cb}} + \frac{V_{td}}{\lambda V_{cb}} = 1,$$

definierte Dreieck, das CP-Verletzung in B-Meson-Zerfällen (mit bottom-Quarks) beschreibt (sog. **Unitaritätsdreieck**):



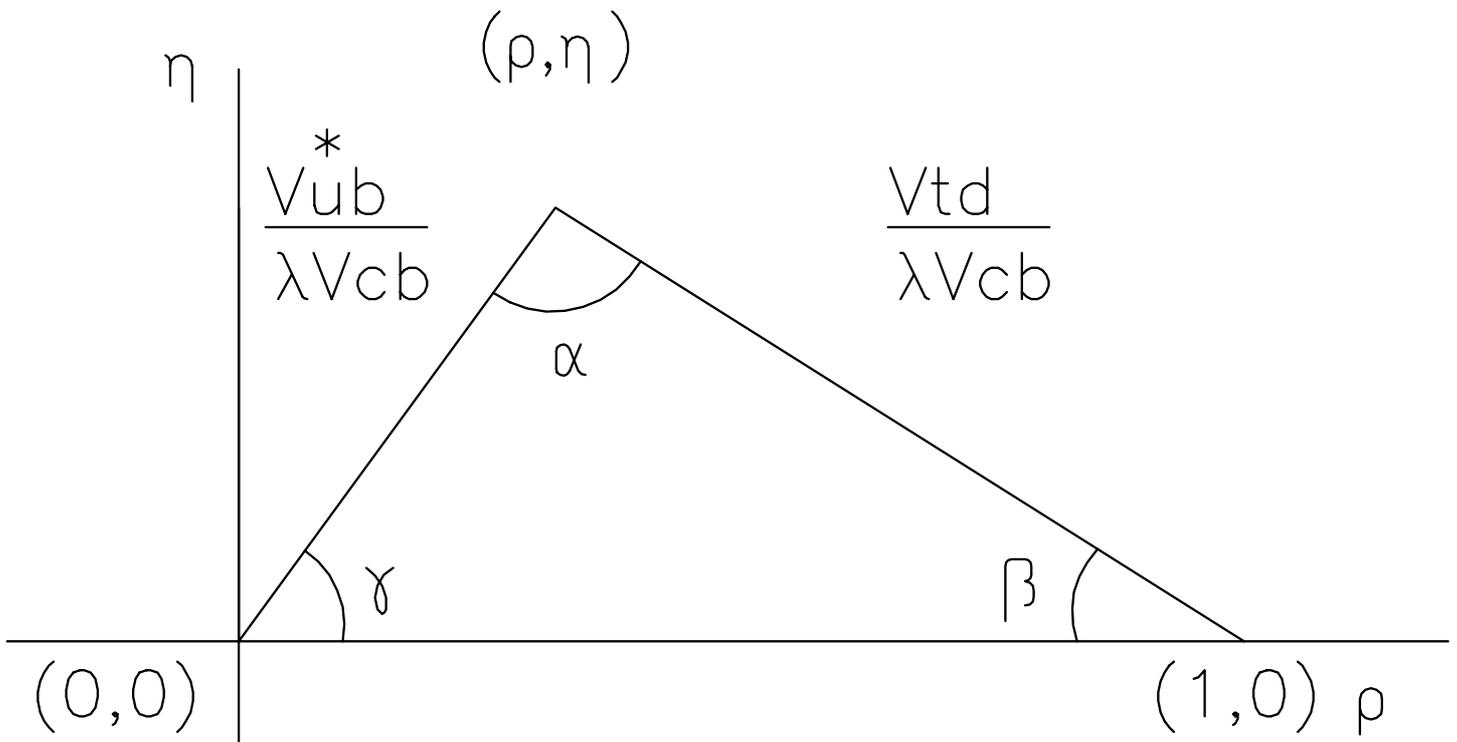
Es gilt: $V_{td} = |V_{td}|e^{-i\beta}$, $V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma}$.

$B^0\bar{B}^0$ -Mischungsrate groß (m_t groß), V_{ub}/V_{cb} nicht zu klein

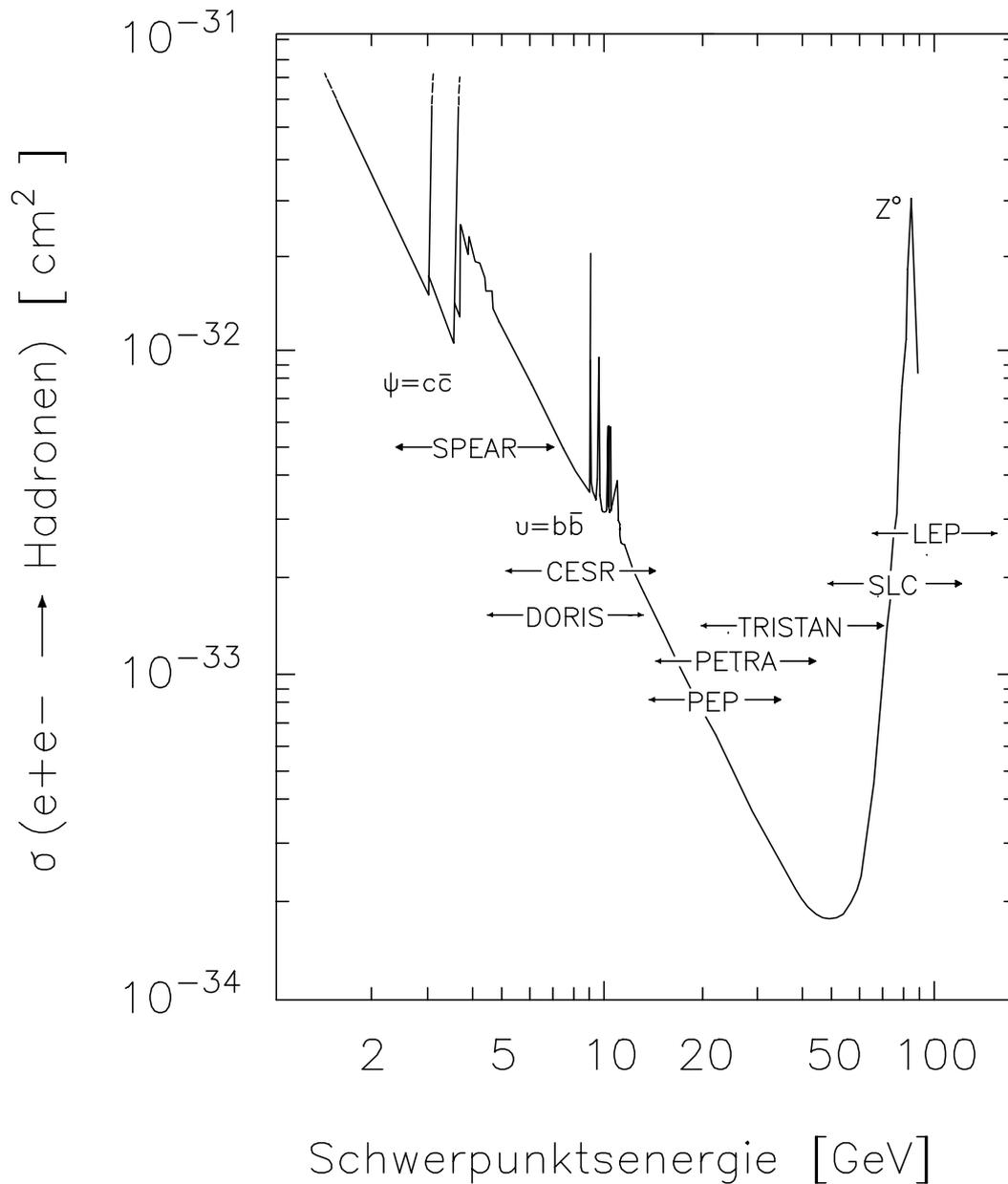
\iff große Fläche des Unitaritätsdreiecks

\iff starke CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen.

Experimentelle Bestimmung des Unitaritätsdreiecks



2.3.3 B-Meson-Produktion

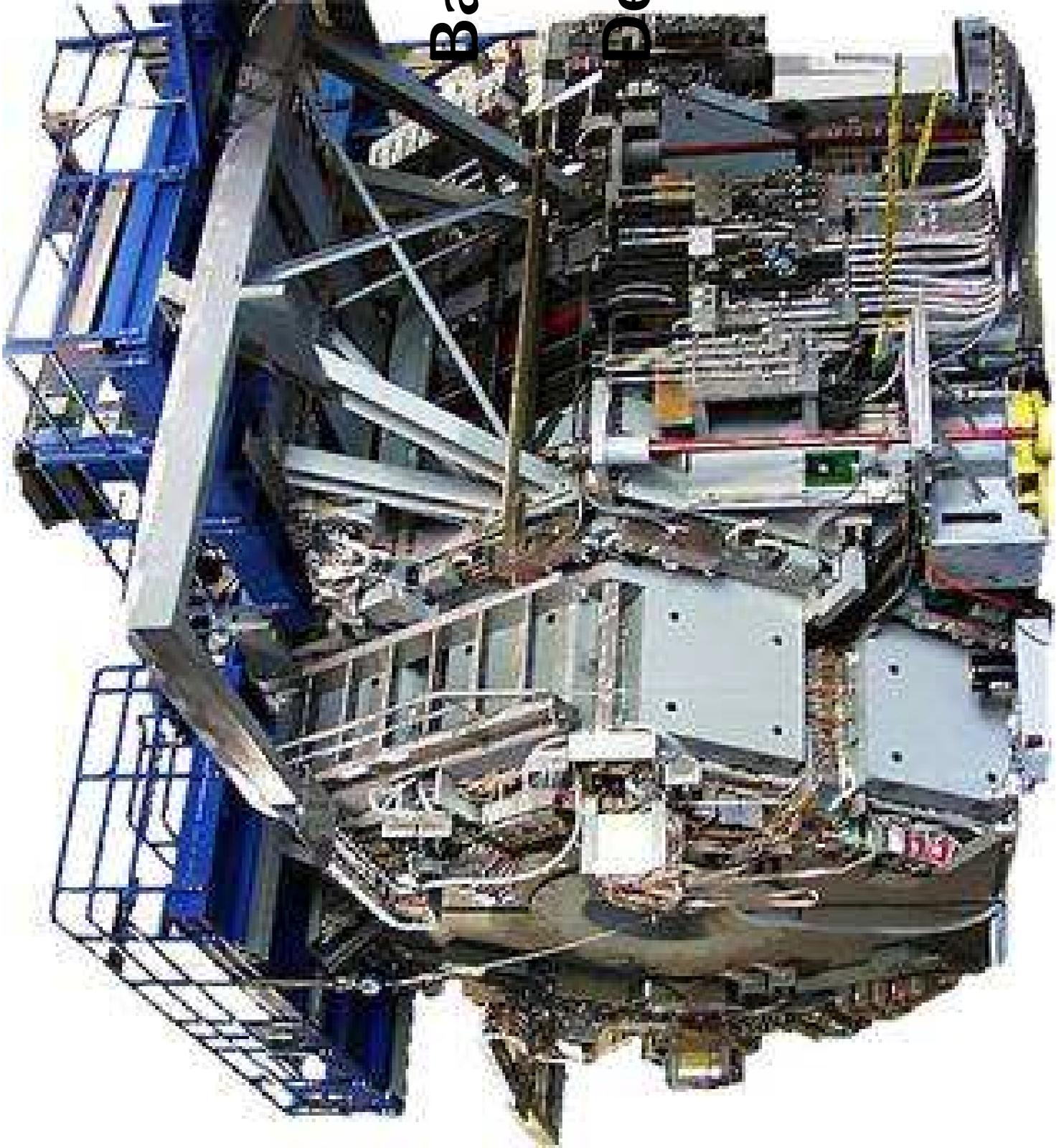


Exp.	$\sigma(b\bar{b})$	$N_{B\bar{B}}$	Reaktion
LEP	7 nb	$10^6/\text{Exp.}$	$e^+e^- \xrightarrow{91 \text{ GeV}} Z^0 \xrightarrow{4.5\%} b\bar{b} \rightarrow B\bar{B}' + X$
CLEO	1 nb	$2.0 \cdot 10^7$	$e^+e^- \xrightarrow{10.6 \text{ GeV}} \Upsilon(4S) \xrightarrow{100\%} B_d^0\bar{B}_d^0, B^+B^-$
BaBar	1 nb	$2.5 \cdot 10^8$	$e^+e^- \xrightarrow{10.6 \text{ GeV}} \Upsilon(4S) \xrightarrow{100\%} B_d^0\bar{B}_d^0, B^+B^-$
BELLE	1 nb	$4.0 \cdot 10^8$	$e^+e^- \xrightarrow{10.6 \text{ GeV}} \Upsilon(4S) \xrightarrow{100\%} B_d^0\bar{B}_d^0, B^+B^-$
CDF D0	0.1 mb	$1.5 \cdot 10^{10}$	$p\bar{p} \xrightarrow{1.8 \text{ TeV}} b\bar{b} + X$

B-Meson-Fabriken

BaBar-Detektor am PEP II-Speicherring am SLAC, Kalifornien:

Babar- Detektor



B-Meson-Fabriken

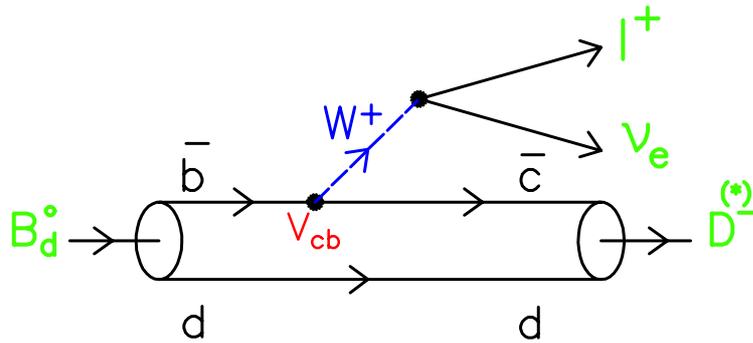
BELLE-Detektor am KEK-B-Speicherring am KEK
Beschleunigerzentrum, Japan:

2.3.2 Schwache Zerfälle der B-Mesonen

$$B^+ = (\bar{b}u), B_d^0 = (\bar{b}d), B_s^0 = (\bar{b}s)$$

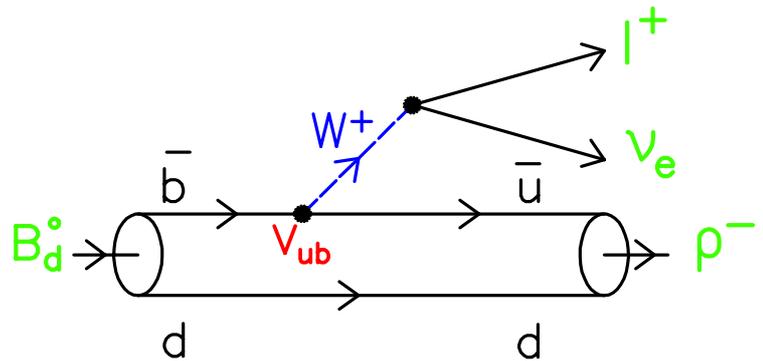
20% semileptonische B-Zerfälle ($\ell = e, \mu$) :

$$\underline{b \rightarrow cl\nu}$$



z.B. $B^0 \rightarrow D^{(*)-} \ell^+ \nu$

$$\underline{b \rightarrow ul\nu}$$

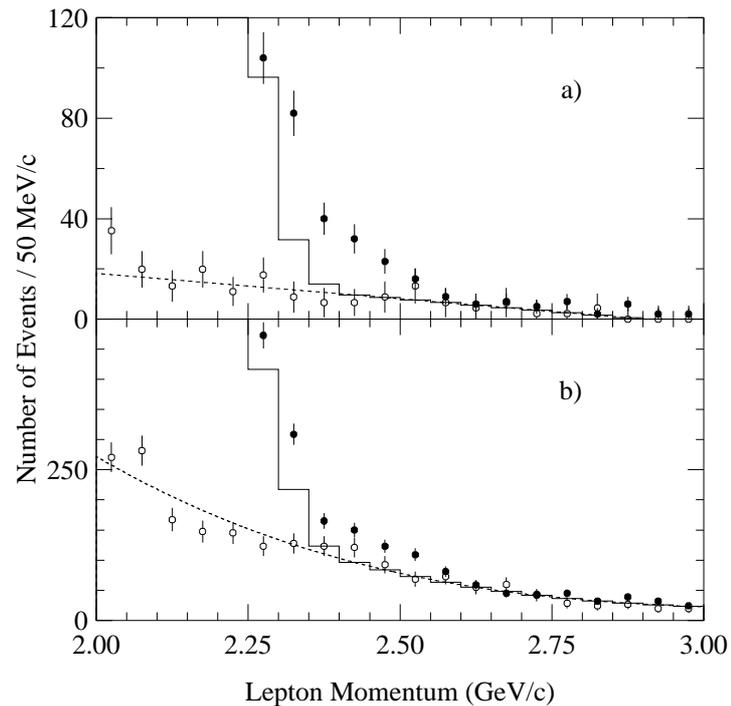
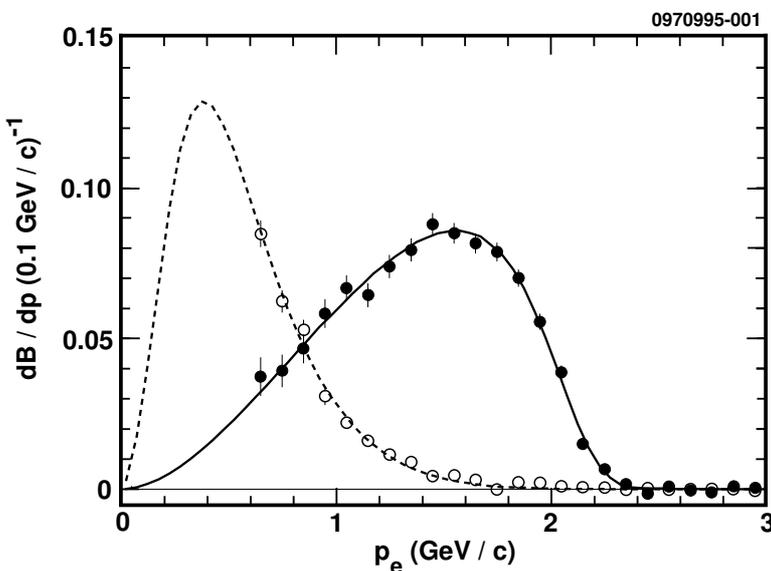


z.B. $B^0 \rightarrow \rho^- \ell^+ \nu$

$$|V_{cb}| = (41.5 \pm 0.8) \cdot 10^{-3}$$

$$|V_{ub}| = (4.38 \pm 0.33) \cdot 10^{-3}$$

Experimente: LEP + CLEO + BaBar + BELLE



Endpunktleptonspektren

Messung der Matrixelemente $|V_{cb}|$ und $|V_{ub}|$:

durch Messung des Verzweigungsverhältnisses für die schwachen semileptonischen Zerfälle

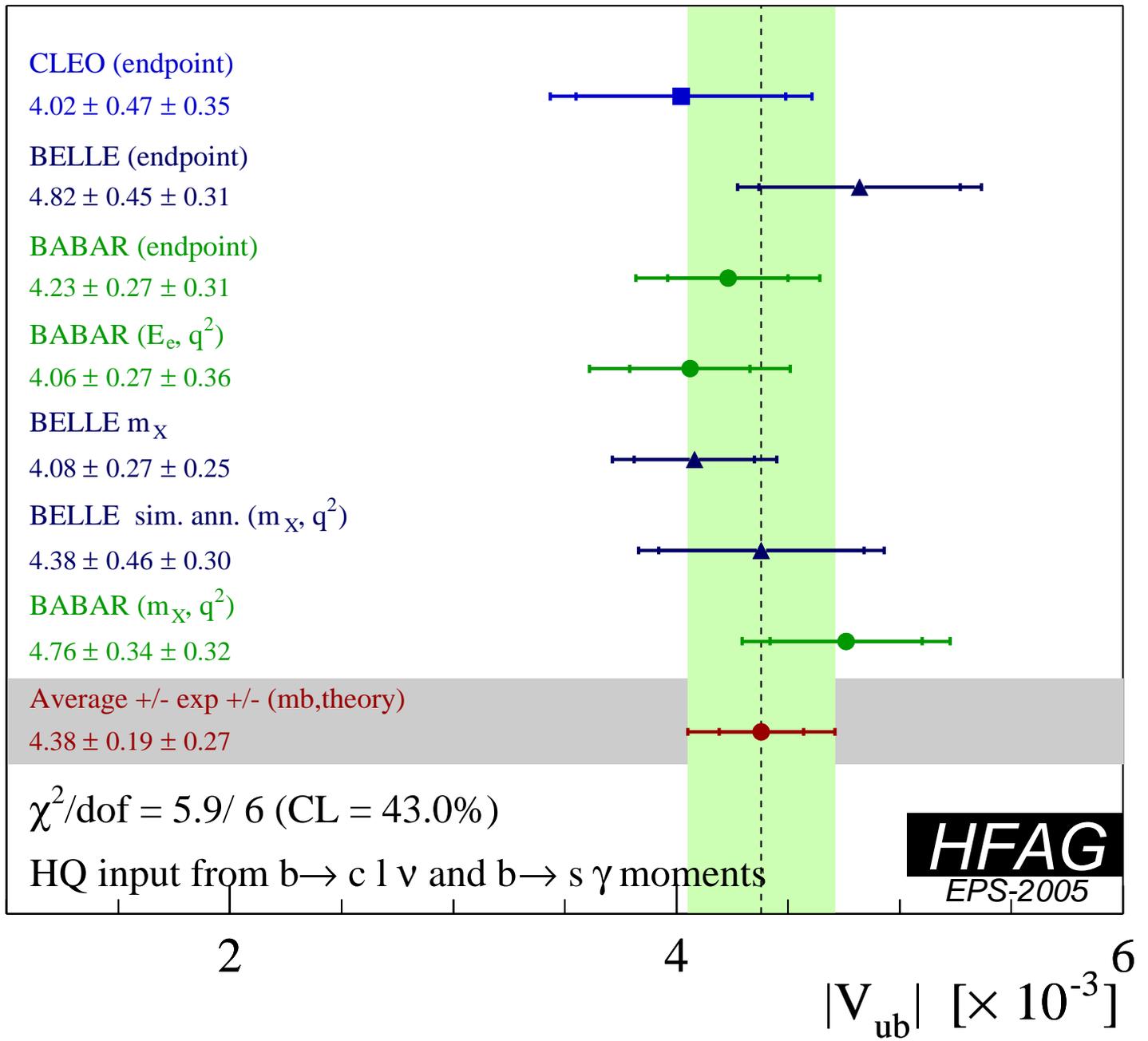
$$\begin{aligned} BR(B \rightarrow X l \nu_\ell) &= \frac{\Gamma(B \rightarrow X l \nu_\ell)}{\Gamma_{\text{tot}}^B} \\ &= \frac{G_F^2 m_b^5}{192\pi^3} (r_c(x) |V_{cb}|^2 + r_u(x) |V_{ub}|^2) \\ &\cdot (1 + \delta_{QCD}) \cdot \tau_B \end{aligned}$$

wobei $\Gamma_{\text{tot}}^B = \tau_B^{-1}$, $r_q(x)$ Phasenraumfaktoren mit $x = m_q/m_b$ ($r_c \approx 0.5$, $r_r \approx 1$) und δ_{QCD} modellabhängige Korrekturen durch die starke Wechselwirkung sind (nicht alleine störungstheoretisch berechenbar, da niedrige Energien der Zerfallsprodukte: Heavy Quark Effective Theory HQET).

B-Mesonen haben eine **relativ lange Lebensdauer** $\tau_B \approx 1.5$ ps im Vergleich zu D-Mesonen ($|V_{cb}| \ll |V_{cs}|$)!

Präziseste Messungen bei LEP und Tevatron (hohe Energien der B-Mesonen, daher lange Zerfallsstrecken).

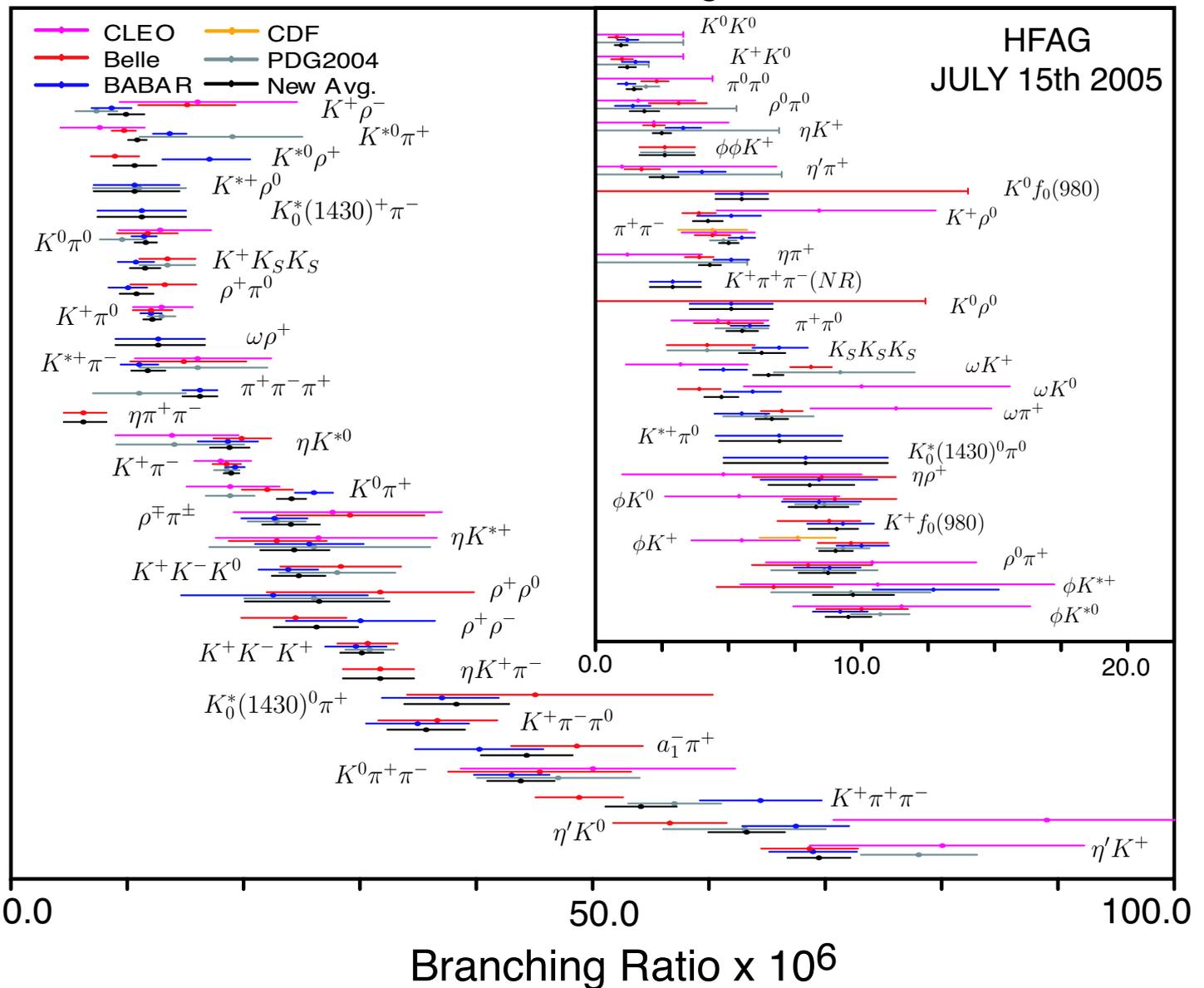
Messungen von $|V_{ub}|$:



B-Mesonzerfälle mit D-Mesonen ($b \rightarrow c$), semileptonisch oder hadronisch, dominieren!

Zahlreiche seltene hadronische Zerfallskanäle ohne charm ($b \rightarrow u$, $b \rightarrow s$, $b \rightarrow d$):

Charmless B Branching Fractions



2.3.3 Quark-Flavour-Oszillationen

Teilchen-Antiteilchen-Oszillationen der neutralen Mesonen:

$$\begin{aligned} K^0 &= (d\bar{s}) \longleftrightarrow \bar{K}^0 = (\bar{d}s) \quad (|\Delta S| = 2) \\ D^0 &= (c\bar{u}) \longleftrightarrow \bar{D}^0 = (\bar{c}u) \quad (|\Delta C| = 2) \\ B_d^0 &= (d\bar{b}) \longleftrightarrow \bar{B}_d^0 = (\bar{d}b) \quad (|\Delta B| = 2) \\ B_s^0 &= (s\bar{b}) \longleftrightarrow \bar{B}_s^0 = (\bar{s}b) \quad (|\Delta B| = 2). \end{aligned}$$

Die schwache Wechselwirkung verletzt die Erhaltung der flavour-Quantenzahlen.

Vorhersage von Gell-Mann und Pais 1955 für die K^0 -Mesonen:

Flavour-Eigenzustände K^0 ($S = -1$), \bar{K}^0 ($S = +1$)

\neq CP-Eigenzustände mit definierten Massen $m_{S,L}$ und Lebensdauern:

K_S^0 (kurzlebig):

$$\tau_S \approx 10^{-10} \text{ s}; K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-, \pi^0\pi^0 \quad (CP = +1).$$

K_L^0 (langlebig):

$$\tau_L \approx 10^{-7} \text{ s}; K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0, \pi^0\pi^0\pi^0 \quad (CP = -1).$$

Die zeitliche Entwicklung der Zustände

$$\phi(t) \rangle = a(t)|K^0 \rangle + b(t)|\bar{K}^0 \rangle = \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix},$$

$$|K^0 \rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |\bar{K}^0 \rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

wird beschrieben durch die Schrödinger-Gleichung

$$i\frac{\partial}{\partial t}|\phi \rangle = H\phi \rangle$$

mit dem effektiven Hamilton-Operator ($H^\dagger \neq H$):

$$H = H_{\text{el.magn.}} + H_{\text{stark}} + H_{\text{schwach}} = \widehat{M} - i\widehat{\Gamma}/2$$

\widehat{M} , $\widehat{\Gamma}$ sind die Massenmatrix und die Zerfallsmatrix:

$$\begin{aligned} \widehat{M} - \frac{i}{2}\widehat{\Gamma} &= \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} m_K & m_{12} \\ m_{12} & m_K \end{pmatrix} - \frac{i}{2} \begin{pmatrix} \Gamma_K & \Gamma_{12} \\ \Gamma_{12} & \Gamma_K \end{pmatrix} \end{aligned}$$

mit $m_{11} = m_{22}$, $m_{21} = m_{12}^*$ wegen CPT-Invarianz,
 $m_{12} = m_{21} = m_{12}^*$ bei Annahme von CP-Invarianz,
 $m_K = (m_S + m_L)/2$ und $\Delta m := m_L - m_S$,
 $\Gamma_K = (\Gamma_S + \Gamma_L)/2$ und $\Delta\Gamma := \Gamma_L - \Gamma_S$.

Die Matrizen lassen sich Diagonalisieren durch die Transformation ($K^0 - \bar{K}^0$ -Mischung):

$$K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 + \bar{K}^0);$$

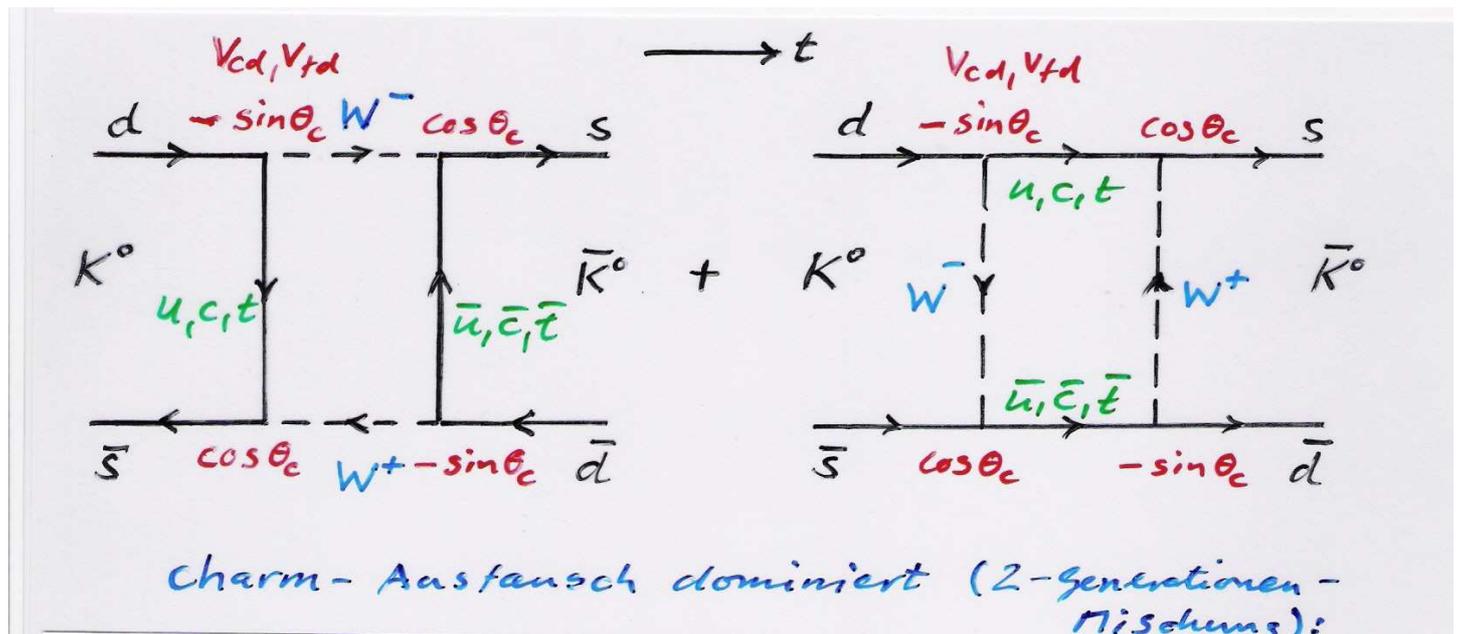
$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(K^0 - \bar{K}^0),$$

mit den Massen- und Lebensdauer-Eigenzuständen K_L^0 und K_S^0 und den Eigenwerten:

$$m_{S,L} = m_K \pm \operatorname{Re} \sqrt{\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(m_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)}$$

$$\Gamma_{S,L} = \Gamma_K \mp \operatorname{Im} \sqrt{\left(m_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \left(m_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*\right)} = \tau_{S,L}^{-1}$$

$K^0 - \bar{K}^0$ -Übergänge (durch $M_{12} \neq 0$) werden in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung ($\Delta S = 2$) erzeugt:



$$\Rightarrow \Delta m \approx \frac{G_F^2}{4\pi^2} f_K^2 m_K m_c^2 \cos^2 \theta_C \sin^2 \theta_C$$

mit der Kaon-Zerfallskonstante f_K (QCD-Parameter) und dem Cabibbo-Winkel θ_C .

Der Beitrag des charm-Quark-Austauschs dominiert, da $m_c \gg m_u$.

\Rightarrow Vorhersage der charm-Quarkmasse $m_c \approx 1.5$ GeV 1974 (Gaillard, Lee) vor der Entdeckung des charm-Quarks (bis heute gültig).

(Der Beitrag des top-Quark-Austauschs ist aufgrund der V_{CKM} -Faktoren unterdrückt; er dominiert für $B^0 - \bar{B}^0$ -Mischung.)

Die zeitliche Entwicklung der Masseneigenzustände ist gegeben durch:

$$K_S^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_S + \frac{\Gamma_S}{2})t} K_S(0)$$

$$K_L^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_L + \frac{\Gamma_L}{2})t} K_L(0).$$

Damit ist die zeitliche Entwicklung der flavour-Eigenzustände $K^0(0)$ und $\bar{K}^0(0)$ (in der vereinfachenden und guten Näherung $\Delta\Gamma \approx 0$, d.h. $\Gamma_S \approx \Gamma_L$):

$$K^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_K + \frac{\Gamma_K}{2})t} \left[\cos(\Delta m t / 2) K^0 + \sin(\Delta m t / 2) \bar{K}^0 \right]$$

$$\bar{K}^0(t) = \mathcal{N} e^{-(im_K + \frac{\Gamma_K}{2})t} \left[\sin(\Delta m t / 2) K^0 + \cos(\Delta m t / 2) \bar{K}^0 \right]$$

Die Aufenthaltswahrscheinlichkeiten \mathcal{P} der K^0 -Zustände oszillieren mit einer Frequenz Δm und 180° relativer Phasenverschiebung neben dem Zerfall mit der mittleren Lebensdauer $\tau_K = \Gamma_K^{-1}$ (flavour-Oszillationen):

$$\mathcal{P}(K^0 \rightarrow K^0(t)) = |\langle K^0 | K^0(t) \rangle|^2$$

$$= \frac{1}{2\tau_K} e^{-t/\tau_K} (1 + \cos \Delta m t)$$

$$\mathcal{P}(K^0 \rightarrow \bar{K}^0(t)) = |\langle \bar{K}^0 | K^0 \rangle|^2$$

$$= \frac{1}{2\tau_K} e^{-t/\tau_K} (1 - \cos \Delta m t)$$

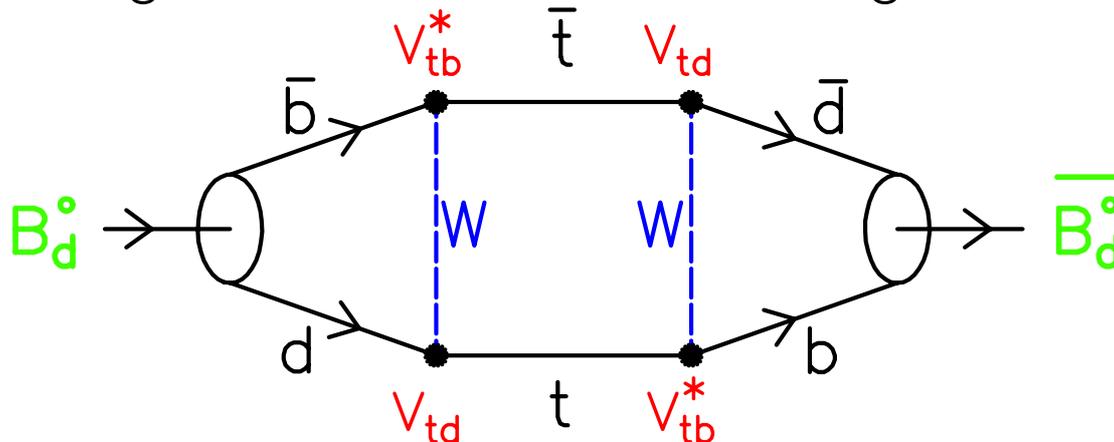
(ebenso für \bar{K}^0).

Die gemessene $K_L^0 - K_S^0$ -Massenaufspaltung = Oszillationsfrequenz ($\hbar\omega = \Delta mc^2$) ist (erstmal 1964 am BNL):

$$\Delta m = (3.489 \pm 0.008) \cdot 10^{-6} \text{ eV} = (0.530 \pm 0.001) \cdot 10^{10} \text{ Hz.}$$

2.3.4 $B^0\bar{B}^0$ -Oszillationen

in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung wie $K^0\bar{K}^0$:



$$\Delta m_d = \frac{G_F^2}{6\pi^2} M_{B_d} m_{\text{top}}^2 F\left(\frac{m_{\text{top}}^2}{M_W^2}\right) \eta_{QCD} (f_{B_d}^2 B_{B_d}) |V_{td} V_{tb}^*|^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{\Delta m_d}{\Delta m_s} &= \frac{M_{B_d}}{M_{B_s}} \cdot \frac{f_{B_d}^2 B_{B_d}}{f_{B_s}^2 B_{B_s}} \cdot \frac{|V_{td}|^2}{|V_{ts}|^2} \quad |V_{ts}| \approx |V_{cb}| \\ &\approx (0.88 \pm 0.04)^2 \frac{|V_{td}|^2}{|V_{cb}|^2} \end{aligned}$$

($\approx 3 \cdot 10^{-4}$ eV)

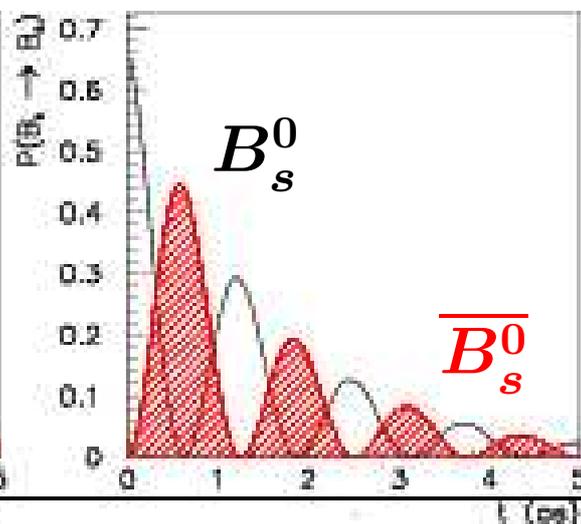
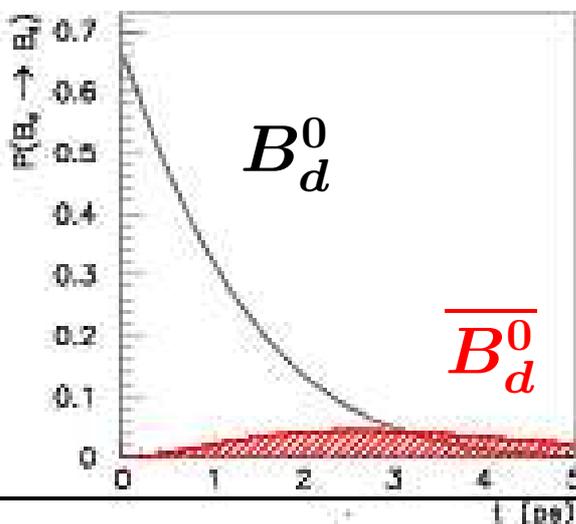
(> 10^{-2} eV)

$$\Delta m_d = 0.507 \pm 0.004 \text{ ps}^{-1}$$

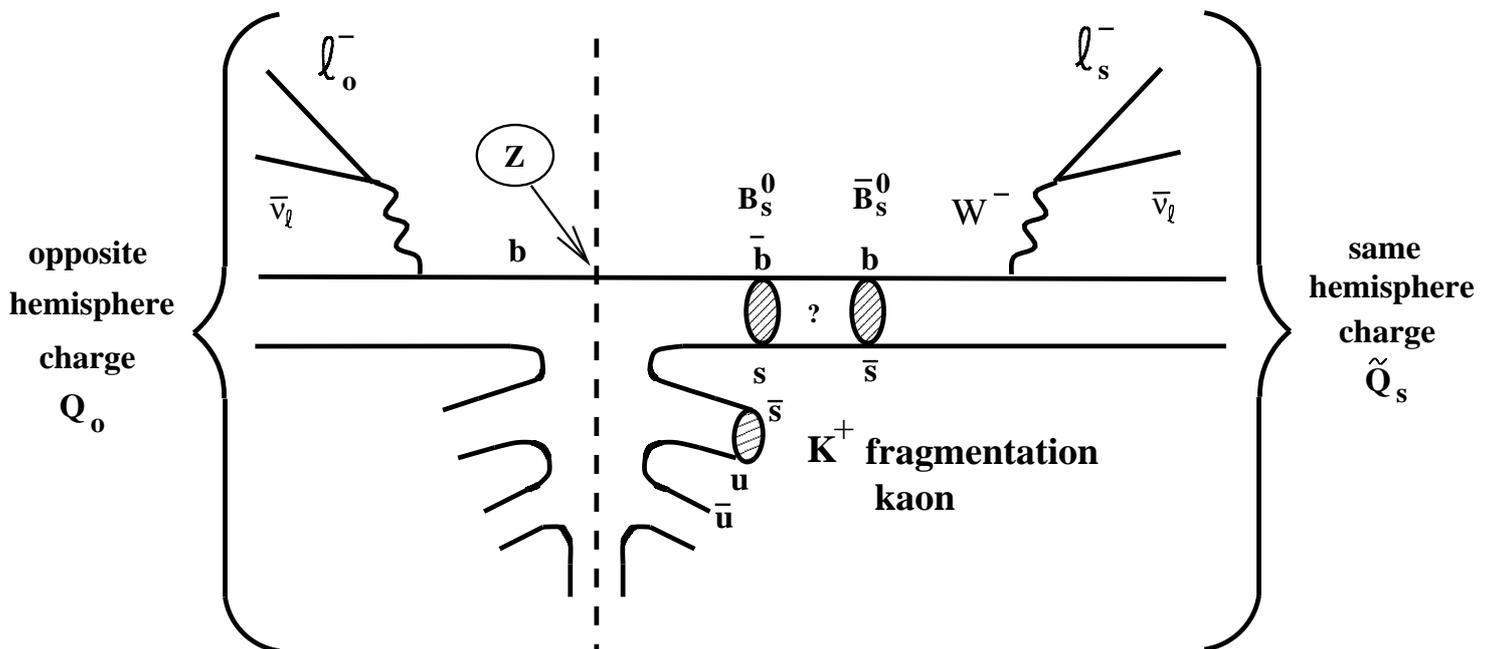
$$\Delta m_s > 16.6 \text{ ps}^{-1} \text{ (95\% CL)}$$

$$|V_{td}| = 0.009 \pm 0.002$$

$$|V_{td}| < 0.008$$



Unterscheidung zwischen B^0 und \overline{B}^0 durch die Ladung der Zerfallsleptonen in semileptonischen Zerfällen:



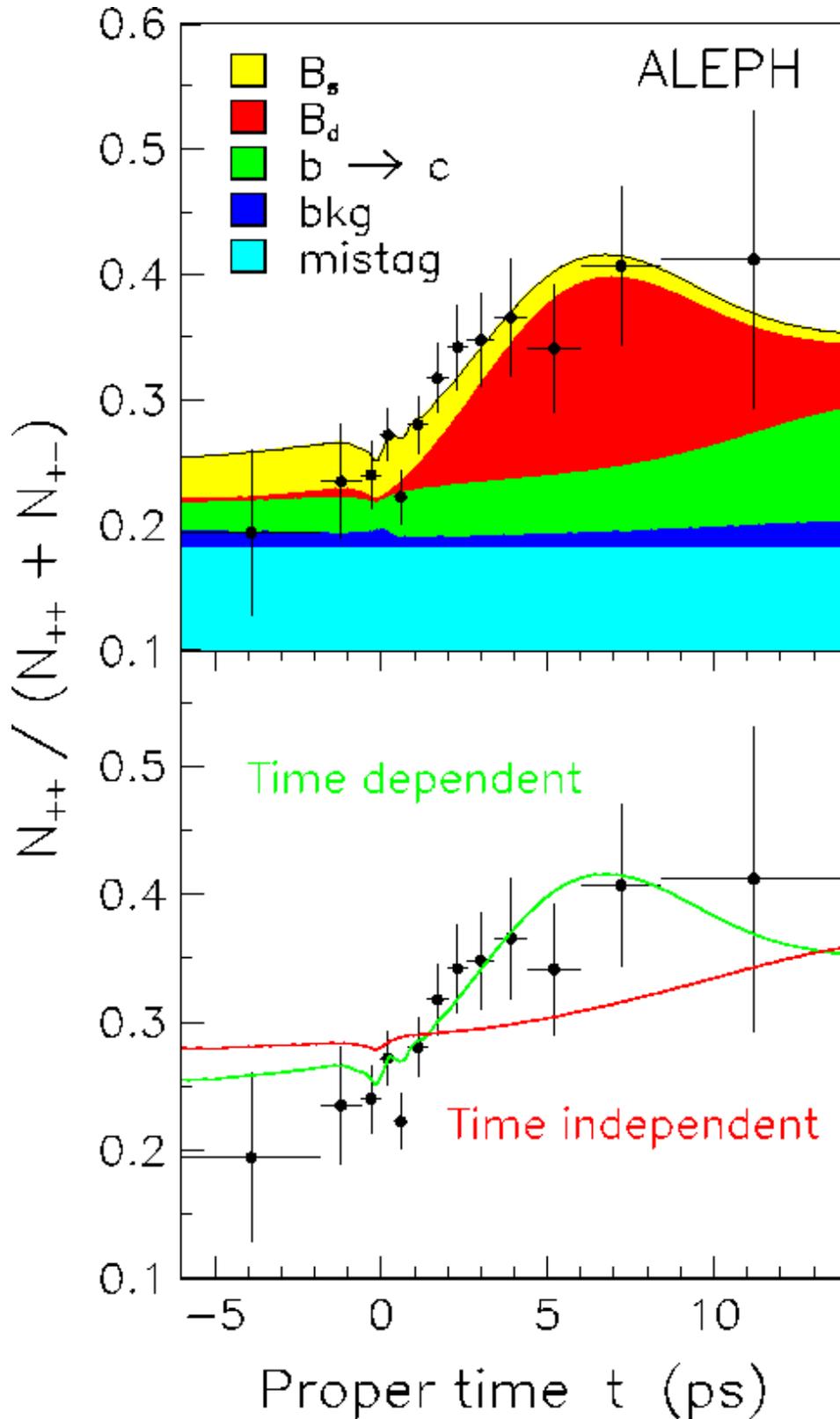
Das Signal für $B^0\overline{B}^0$ -Oszillationen ist daher der Anteil gleichgeladener Leptonpaare als Funktion der Zerfallsdauer $t = d/\beta\gamma c$, gemessen durch die Flugstrecke d von der Erzeugung bis zum Zerfall:

$$\frac{N(\ell^\pm\ell^\pm)[t]}{N_{\text{tot}}(\ell\ell)[t]} = \frac{\mathcal{P}(B^0 \rightarrow \overline{B}^0)[t]}{\mathcal{P}(B^0 \rightarrow B^0)[t] + \mathcal{P}(B^0 \rightarrow \overline{B}^0)[t]} = \sin^2(\Delta m \cdot t/2)$$

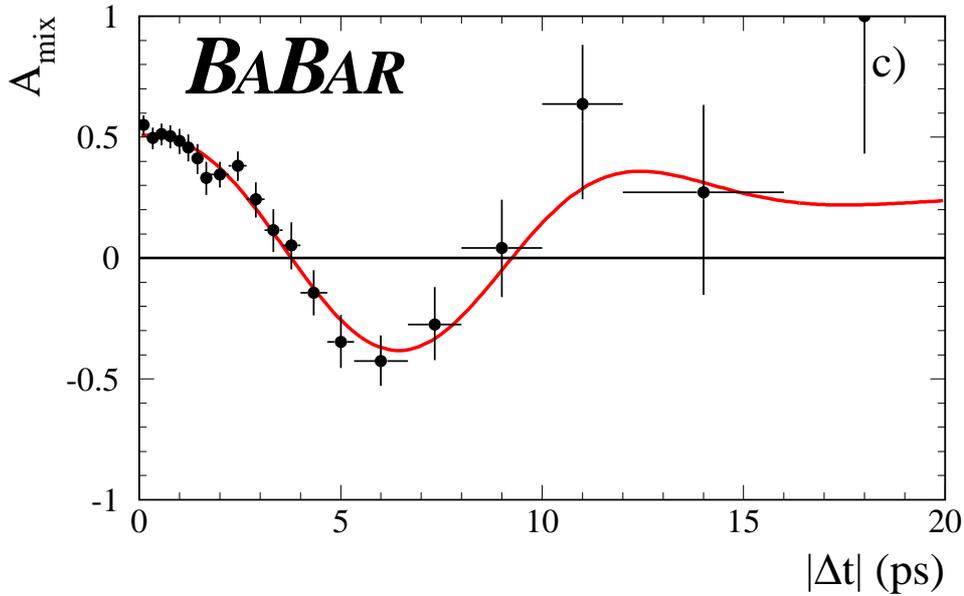
$$A_{\text{mix}}(\ell^\pm\ell^\mp - \ell^\pm\ell^\pm) = \frac{\mathcal{P}(B^0 \rightarrow B^0)[t] - \mathcal{P}(B^0 \rightarrow \overline{B}^0)[t]}{\mathcal{P}(B^0 \rightarrow B^0)[t] + \mathcal{P}(B^0 \rightarrow \overline{B}^0)[t]} = \cos(\Delta m \cdot t)$$

Erste Entdeckung: UA1-Experiment am CERN ($Spp\bar{S}$) 1987,
 ARGUS-Exp. am DESY (DORIS) 1988.

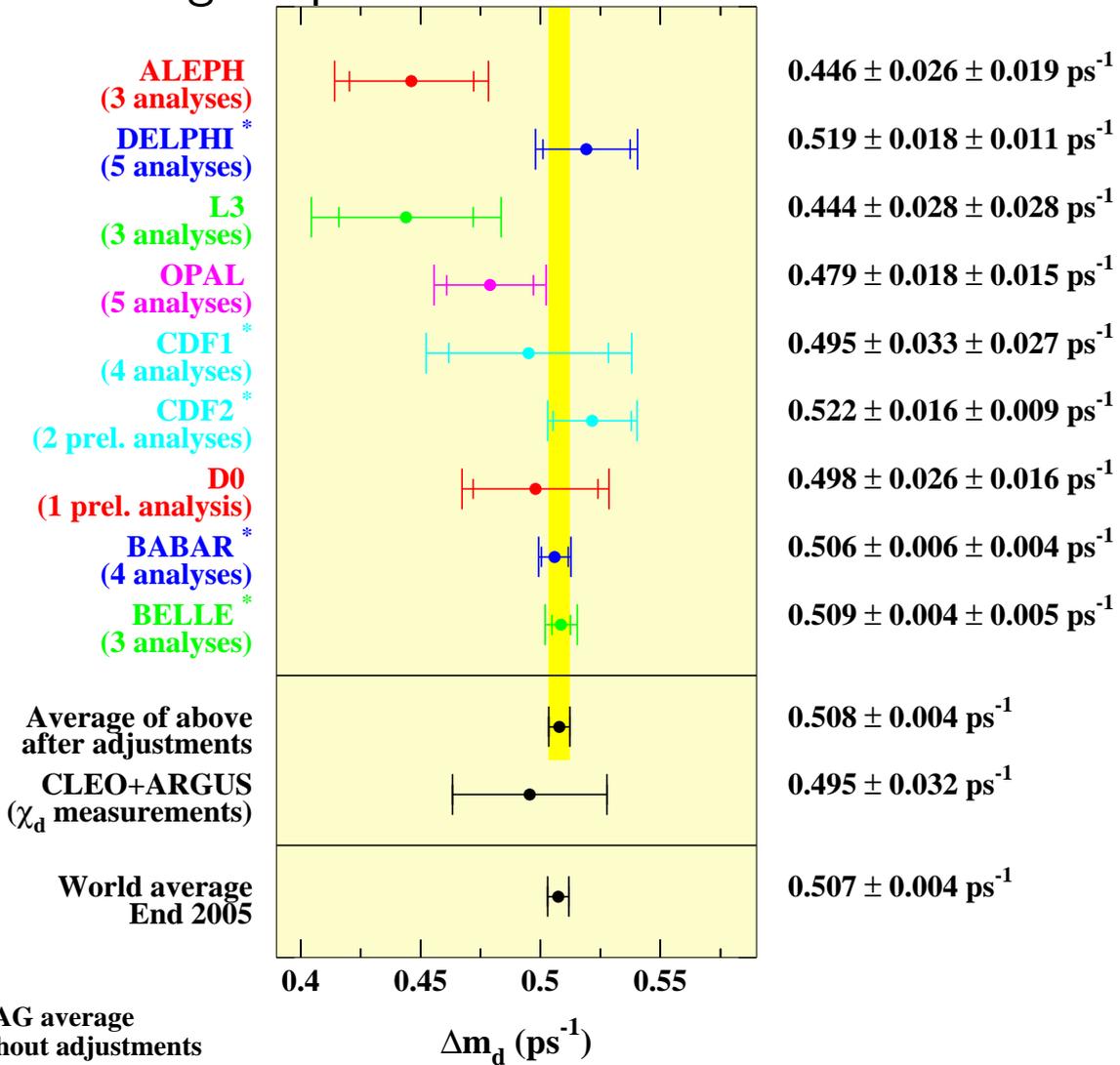
Erste zeitaufgelöste Messung der $B^0\bar{B}^0$ -Oszillationen im
 ALEPH-Experiment, LEP (1993):



B-Meson-Fabriken bei der Υ (4S)-Resonanz:



$B_d^0 \overline{B}_d^0$ -Mischungsfrequenz:

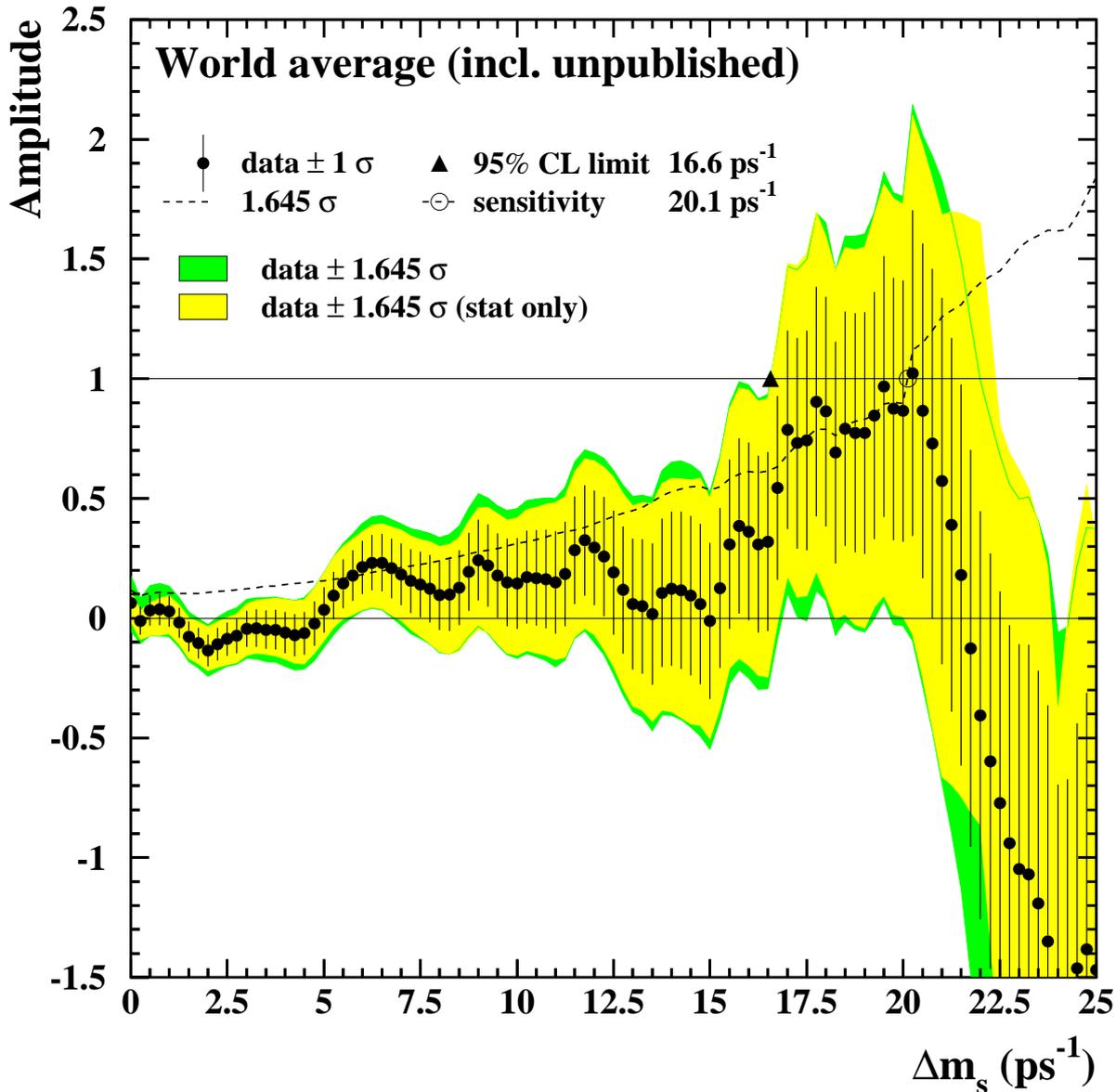


$$\Delta m_d = 0.507 \pm 0.004 \text{ ps}^{-1}$$

$B_s^0 \overline{B}_s^0$ -Oszillationen:

$$\mathcal{P}(B_s^0 \rightarrow \overline{B}_s^0) = \frac{1}{2\tau} e^{-t/\tau} (1 - \mathcal{A} \cos \Delta m_s t)$$

Falls Oszillation: $\mathcal{A}(\Delta m_s) = 1$.



$$\Rightarrow \Delta m_s > 16.6 \text{ ps}^{-1}$$

2.3.5 Verletzung der CP-Symmetrie

2.3.5.1 CP-Verletzung in K^0 -Mesonzerfällen

1964: Nachweis von $K_L^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ (sehr kleiner Anteil mit falschem $CP = +1$ im Endzustand).

\implies Verletzung der CP- und damit der Zeitumkehrsymmetrie in K^0 -Zerfällen.

\implies Masseneigenzustände $K_{S,L}^0$ sind orthogonale Mischung der CP-Eigenzustände $=: K_{\pm}^0$ ($CP = \pm 1$), mit kleiner Beimischung des "falschen" CP-Zustands $\sim \epsilon$:

$$K_S^0 = pK^0 - q\bar{K}^0 = \frac{K_+^0 - \epsilon K_-^0}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} \approx K_+^0$$
$$K_L^0 = pK^0 + q\bar{K}^0 = \frac{K_-^0 + \epsilon K_+^0}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} \approx K_-^0.$$

mit $|p|^2 + |q|^2 = 1$ und $\frac{q}{p} = \sqrt{\frac{M_{12}^* - i\Gamma_{12}^*/2}{M_{12} - i\Gamma_{12}^*/2}} = \frac{1 - \epsilon}{1 + \epsilon}$.

Dieser Fall tritt auf, falls die Massenmatrix komplex ist mit $M_{12}^* \neq M_{12}$: sog. "indirekte" CP-Verletzung bei der $K^0 - \bar{K}^0$ -Mischung.

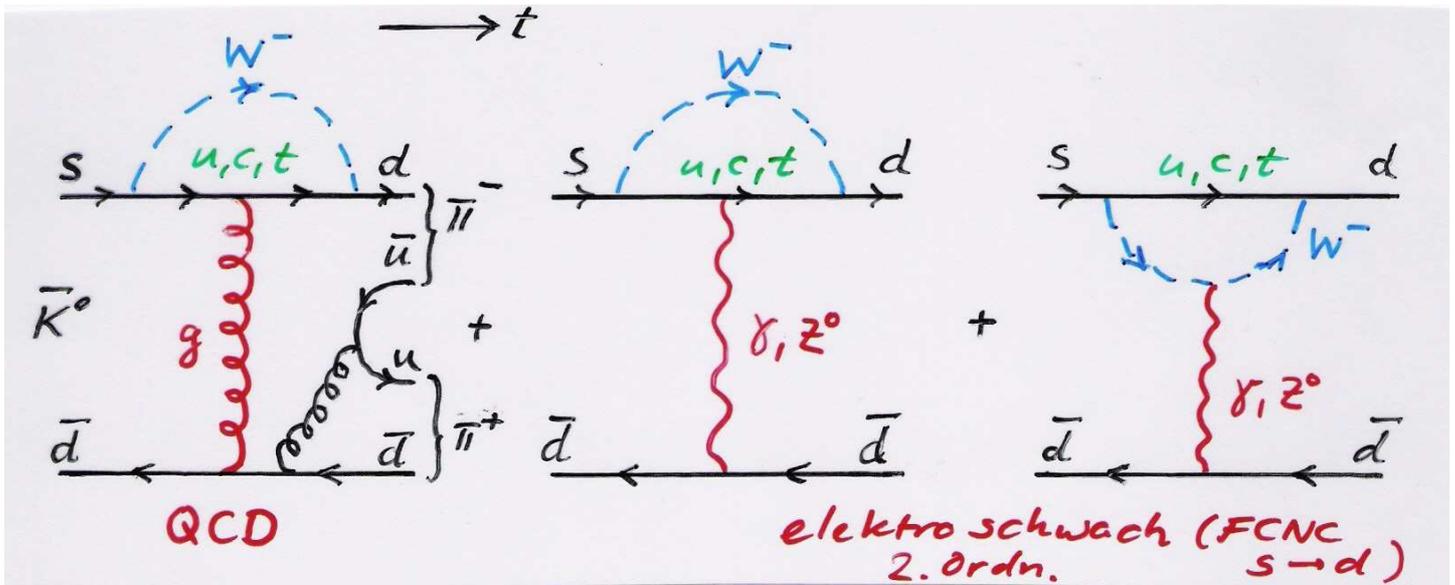
Im Standardmodell verursacht durch den komplexen Phasenfaktor der CKM-Matrix.

Alternativ: neue superschwache Wechselwirkung (Wolfenstein, 1964)?

Messung: $|\epsilon| = (2.271 \pm 0.017) \cdot 10^{-3}$ (kleiner Effekt!).

“Direkte” CP-Verletzung im Zerfall des CP-Eigenzustands K_2^0 ($CP = -1$):

Im Standardmodell durch komplexe Phase der CKM-Matrix bei Interferenz des Zerfallsprozesses niedrigster Ordnung zu $K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ oder $\pi^0\pi^0$ mit Beiträgen höherer Ordnung, die zum gleichen Endzustand führen (sog. “Pinguin”-Diagramme):



Der Beitrag direkter CP-Verletzung wird im Standardmodell durch den Parameter ϵ' beschrieben.

$\epsilon' \neq 0$ schließt superschwache WW als Quelle der CP-Verletzung aus.

Nachweis $\neq 0$ 1999 bei CERN (NA48 Experiment) und FNAL (KTeV Experiment):

$$\left| \frac{\epsilon'}{\epsilon} \right| = (16.7 \pm 1.6) \cdot 10^{-4} \text{ (sehr kleiner Effekt!).}$$

Das Standardmodell sagt direkte und indirekte CP-Verletzung nach den gleichen Mechanismen auch bei B^0 -Mesonen voraus.

→ Test bei den **B-Meson-Fabriken** seit 1999.

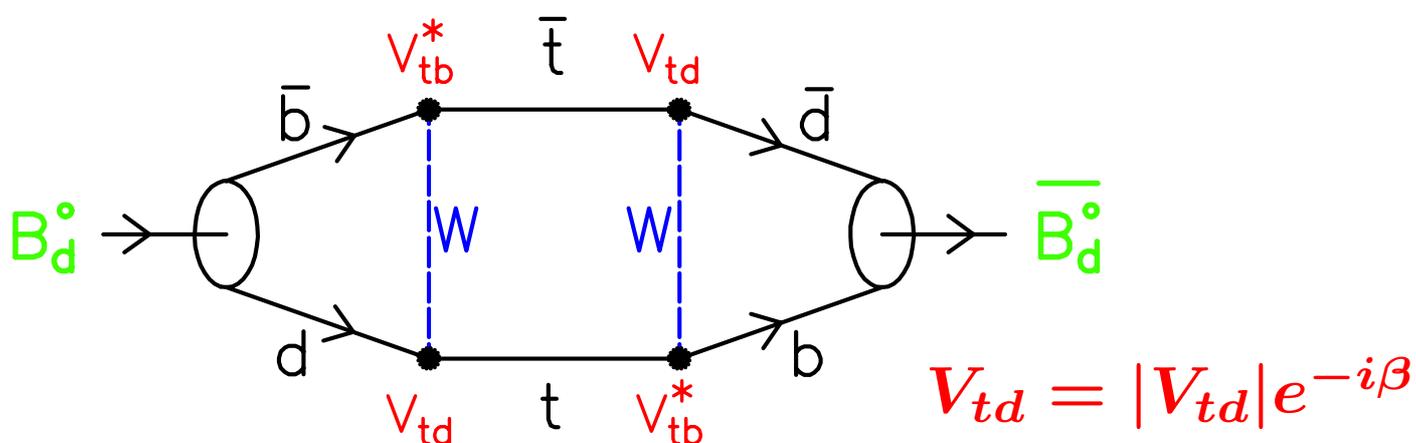
2.3.5.2 Indirekte CP-Verletzung bei $B^0\bar{B}^0$ -Mischung

wie bei der $K^0\bar{K}^0$ -Mischung:

$$B_H^0 = pB^0 - q\bar{B}^0 = \frac{B_+^0 - \epsilon_B B_-^0}{\sqrt{1 + |\epsilon_B|^2}} \approx B_+^0$$

$$B_L^0 = pB^0 + q\bar{B}^0 = \frac{B_-^0 + \epsilon_B B_+^0}{\sqrt{1 + |\epsilon_B|^2}} \approx B_-^0.$$

mit $\frac{q}{p} = \left|\frac{q}{p}\right| e^{-i\phi_{\text{mix}}}$, $\phi_{\text{mix}} \equiv \text{arg}(M_{12}/\Gamma_{12})$, und im Standardmodell $\left|\frac{q}{p}\right| = \left|\frac{1-\epsilon_B}{1+\epsilon_B}\right| = 1 + \frac{1}{2}\left|\frac{\Gamma_{12}}{M_{12}}\right| \sin\phi_{\text{mix}} \neq 1$ und damit $\epsilon_B \neq 0$.



Eine CP-verletzende Asymmetrie, die alleine auf die komplexe Phase bei der Flavour-Mischung zurückzuführen ist, tritt in den semileptonischen B^0 -Zerfällen auf:

$$\begin{aligned}
 A_{sl} &= \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow B^0(t) \rightarrow \ell^+ \nu X) - \Gamma(B^0 \rightarrow \overline{B}^0(t) \rightarrow \ell^- \nu X)}{\Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow B^0(t) \rightarrow \ell^+ \nu X) + \Gamma(B^0 \rightarrow \overline{B}^0(t) \rightarrow \ell^- \nu X)} \\
 &= \frac{|p/q|^2 - |q/p|^2}{|p/q|^2 + |q/p|^2} \approx 4\mathcal{R}e\epsilon_B.
 \end{aligned}$$

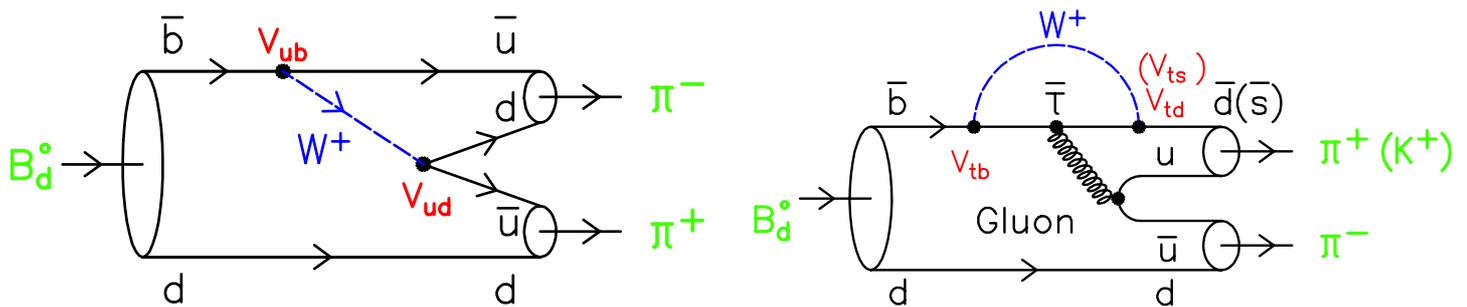
Der sehr kleine Effekt wurde in K^0 -Zerfällen, aber noch nicht in B^0 -Zerfällen beobachtet. Im Standardmodell erwartet man $A_{sl}(B_d^0) \sim \mathcal{O}(10^{-3})$ und $A_{sl}(B_s^0) \sim \mathcal{O}(10^{-4})$.

2.3.5.3 Direkte CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen

tritt auf, falls für die Zerfallsamplituden $A_f = A(B \rightarrow f)$ und $\overline{A}_{\overline{f}} = A(\overline{B} \rightarrow \overline{f})$ mit $\overline{f} = C(f)$ gilt:

$$|\overline{A}_{\overline{f}}| \neq |A_f|, \text{ d.h. } |\overline{A}_{\overline{f}}/A_f|^2 = 1 - 4\mathcal{R}e\epsilon'_B \neq 1.$$

Dies ist der Fall bei der Interferenz sog. **Pinguin-Prozesse** in 2. Ordnung der schwachen Wechselwirkung mit dem Prozeß niedrigster Ordnung (tree-Prozeß), z.B. bei den Zerfällen $B_d^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ (Pinguin-Prozeß CKM-unterdrückt) oder $B_d^0 \rightarrow K^+\pi^-$ (tree-Prozeß CKM-unterdrückt):



Für die letzteren Zerfälle wurde 2004 von den Experimenten Babar und Belle eine CP-verletzende Ratenasymmetrie

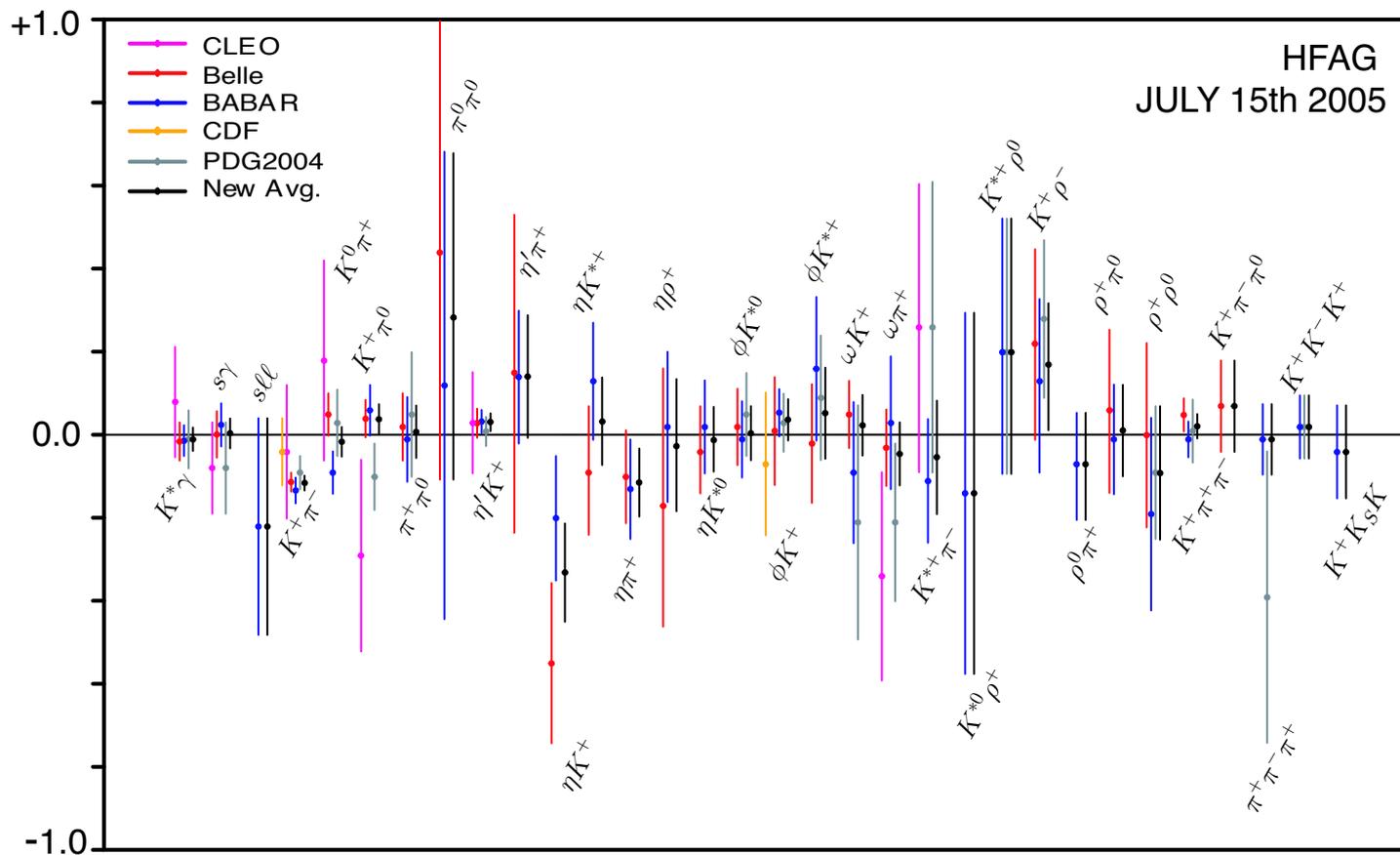
$$A_{K\pi} = \frac{\Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) - \Gamma(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{\Gamma(\overline{B}^0 \rightarrow K^- \pi^+) + \Gamma(B^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}$$

und damit **erstmalig direkte CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen** beobachtet. Der Mittelwert der Messungen ist:

$$A_{K\pi} = -(0.115 \pm 0.018).$$

Reine direkte CP-Verletzung ohne Mischungsbeitrag wird in hadronischen B^\pm -Zerfällen erwartet. Es wurden aber noch keine signifikanten Effekte beobachtet:

CP Asymmetry in Charmless B Decays



2.3.5.4 Kombination von direkter und indirekter CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen

Bei B^0 -Zerfällen tritt eine Kombination von CP-Verletzung bei der Flavour-Mischung, und von CP-Verletzung in den Zerfallsamplituden (tree oder Pinguin) auf.

Die $B^0\bar{B}^0$ -Oszillationen führen zu CP-verletzenden Asymmetrien, die periodisch von der B-Zerfallszeit abhängen:

$$\begin{aligned} A_f(t) &= \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow \bar{B}^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow B^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(B^0 \rightarrow \bar{B}^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow B^0(t) \rightarrow f)} \\ &= S_f \sin \Delta m_d t - C_f \cos \Delta m_d t \end{aligned}$$

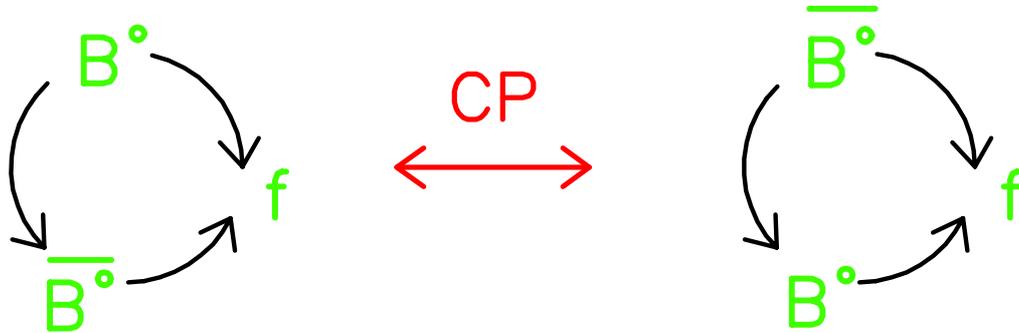
$S_f \neq 0$ bedeutet **indirekte** CP-Verletzung.

$C_f \neq 0$ bedeutet **direkte** CP-Verletzung.

Wichtigster Spezialfall sind B_d^0 -Zerfälle in CP-Eigenzustände f

mit $CP(f) = \eta_f f = \pm f$, $\bar{f} \equiv f$

und $A_f = A(B^0 \rightarrow f)$, $\bar{A}_f = A(\bar{B}^0 \rightarrow f)$.



Es gilt dann

$$S_f = \frac{2\text{Im}\lambda_f}{1 + |\lambda_f|^2}$$

$$C_f = \frac{1 - |\lambda_f|^2}{1 + |\lambda_f|^2}$$

mit $\lambda_f = \frac{q \bar{A}_f}{p A_f}$.

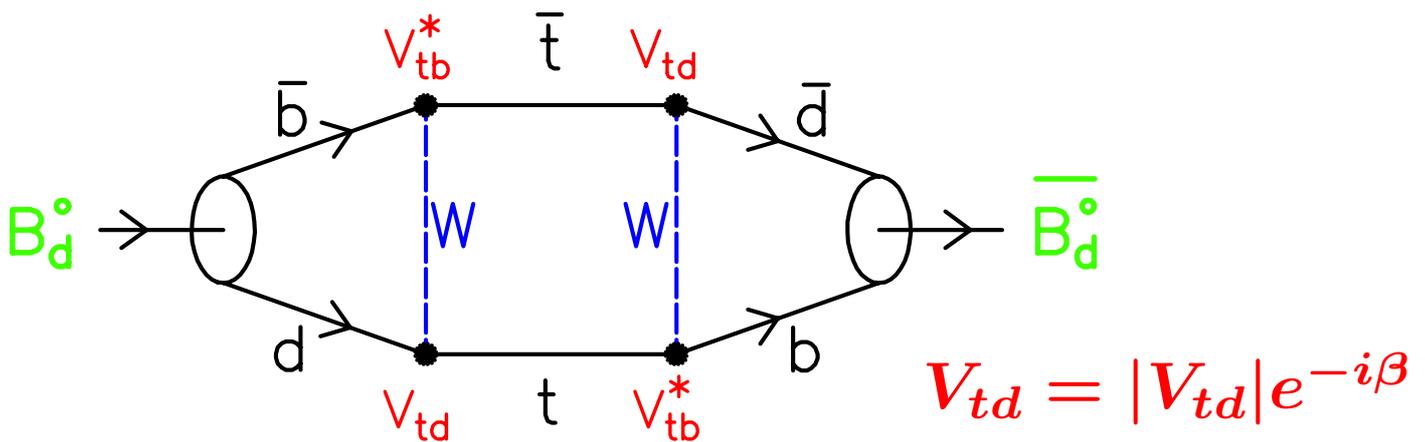
Direkte CP-Verletzung bedeutet $|\lambda_f| \neq 1$.

Falls es nur **einen dominierenden Zerfallsprozeß** in den Endzustand f gibt mit

$$|\bar{A}_f/A_f| = 1, \quad \phi_f \equiv -\arg(A_f) = \arg(\bar{A}_f), \\ \arg(\bar{A}_f/A_f) = -2\phi_f,$$

und in der Näherung $\phi_{\text{mix}} = 2\beta$, $\frac{q}{p} \approx e^{-2i\beta}$ im Standardmodell, d.h.

$$B_H^0 = pB^0 - q\bar{B}^0 \approx \frac{1}{\sqrt{2}}[B^0 + e^{-2i\beta}\bar{B}^0] \\ B_L^0 = pB^0 + q\bar{B}^0 \approx \frac{1}{\sqrt{2}}[B^0 - e^{-2i\beta}\bar{B}^0],$$



gilt $\lambda_f = \eta_f e^{-2i(\beta+\phi_f)}$, $|\lambda_f| = 1$

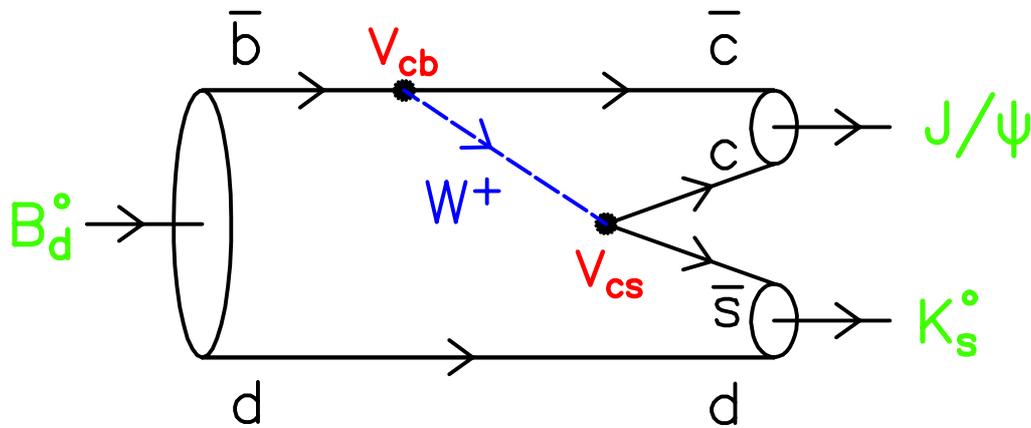
und damit $C_f = 0$ (keine direkte CP-Verletzung) und

$$A_f(t) = \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow \bar{B}^0(t) \rightarrow f) - \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow B^0(t) \rightarrow f)}{\Gamma(B^0 \rightarrow \bar{B}^0(t) \rightarrow f) + \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow B^0(t) \rightarrow f)} \\ = \eta_f \cdot \sin 2(\beta + \phi_f) \sin \Delta m_d t$$

\implies direkte Messung der Winkel des Unitaritätsdreiecks ($\neq 0$ bedeutet CP-Verletzung)!

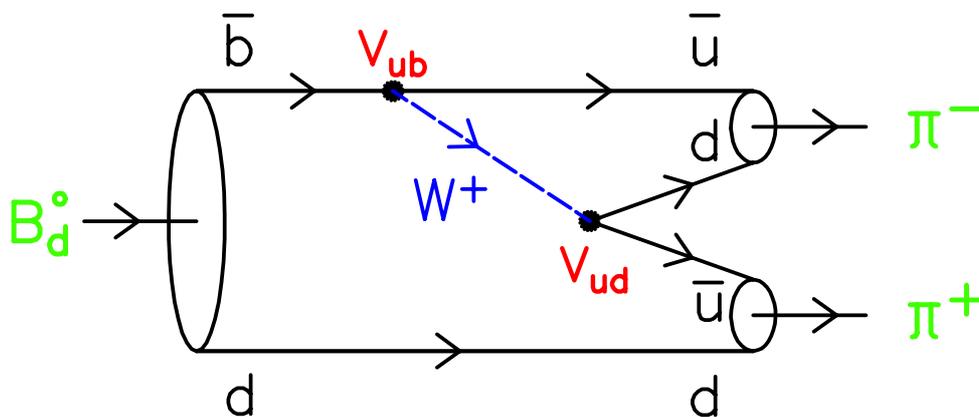
2.3.5.5 B_d^0 -Zerfälle in CP-Eigenzustände

$B_d^0 \rightarrow J/\psi K_s^0$: $\phi_f = 0, \eta_f = -1$



$$a_{CP}(t) = -\sin 2\beta \sin \Delta m t$$

$B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$: $\phi_f = \gamma, V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma},$
 $\eta_f = +1$

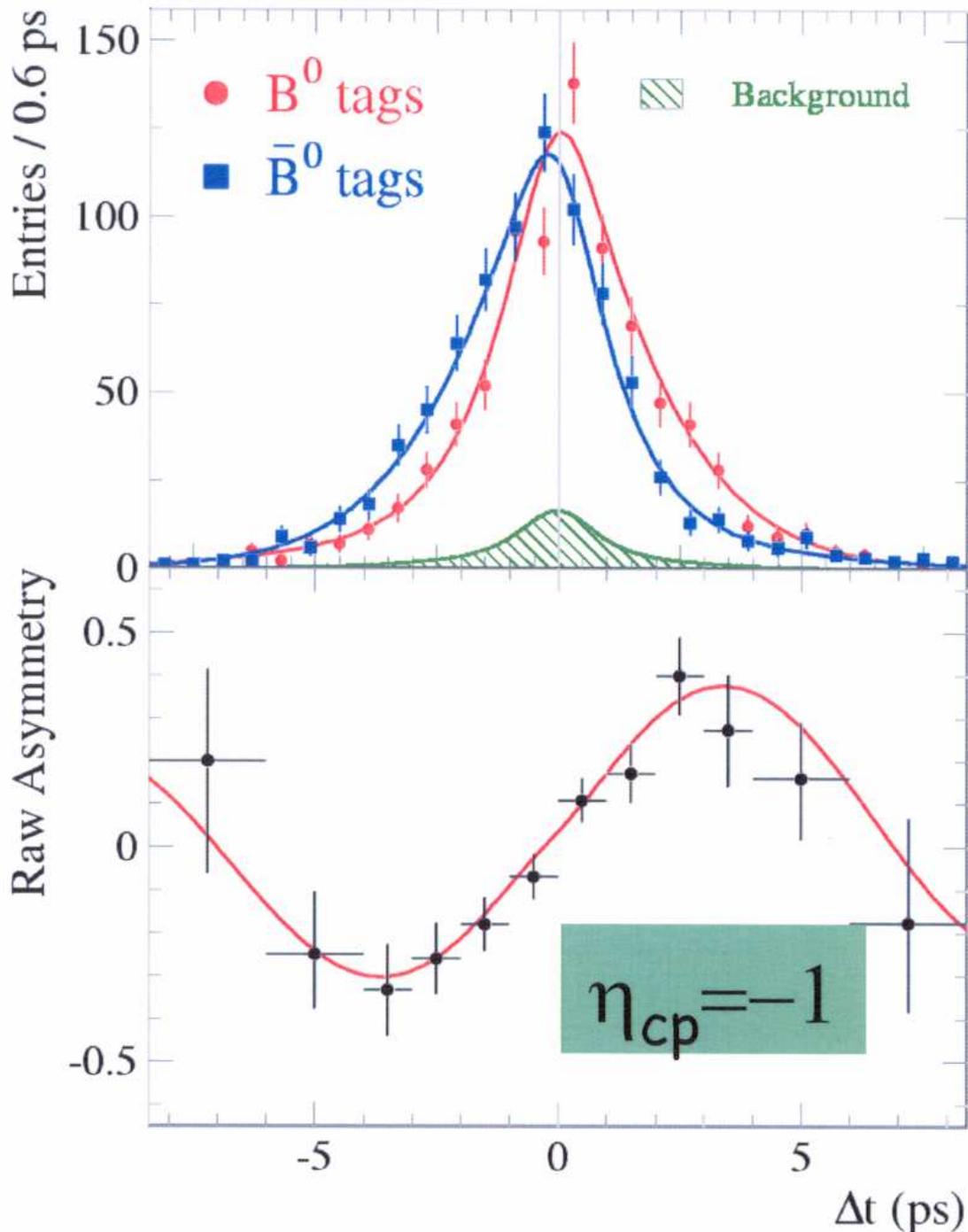


$$a_{CP}(t) = \sin 2(\beta + \gamma) \sin \Delta m t$$

$$= \sin 2\alpha \sin \Delta m t$$

Entdeckung der CP-Verletzung in B-Mesonzerfällen 2001 durch die Experimente BaBar und BELLE:

Zeitabhängige CP-Asymmetrie in $B_d^0 \rightarrow J\psi K_S^0$:



Um die Zerfallszeit der B-Mesonen messen zu können, müssen die $\Upsilon(4S)$ -Mesonen geboostet werden, um den Impuls und damit die Zerfallsstrecke der B-Mesonen zu vergrößern: e^+e^- -Speicherring mit asymmetrischen Strahlenergien (**Asymmetrische B-Fabriken**).

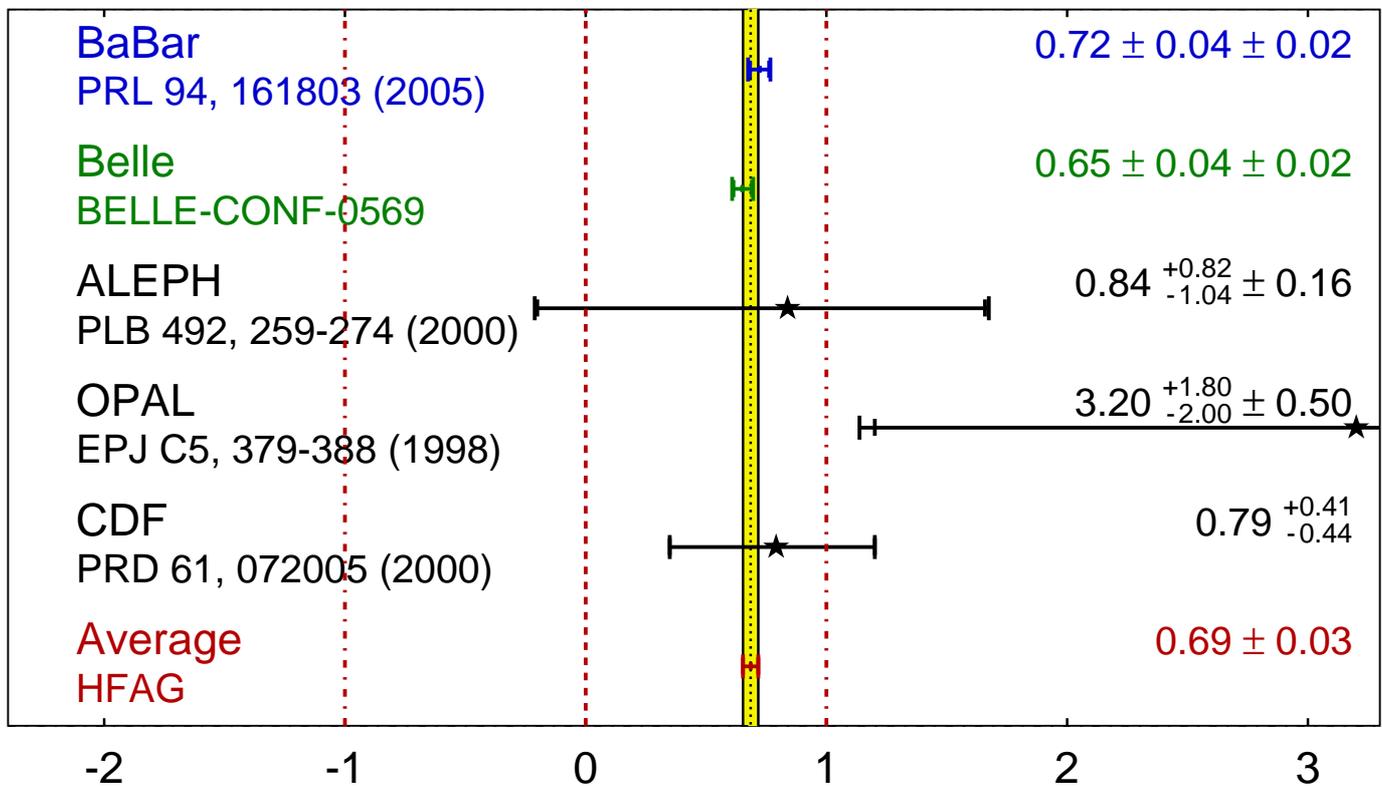
Zerfallszeitmessung bei asymmetrischen B-Fabriken

Messungen des Winkels β in $b \rightarrow (c\bar{c})s$ -Zerfällen:

$$B \rightarrow J/\psi K_S^0, \psi(2S) K_S^0, \chi_{c1} K_S^0, \eta_c K_S^0$$

$$\sin(2\beta)/\sin(2\phi_1)$$

HFAG
HEP 2005
PRELIMINARY

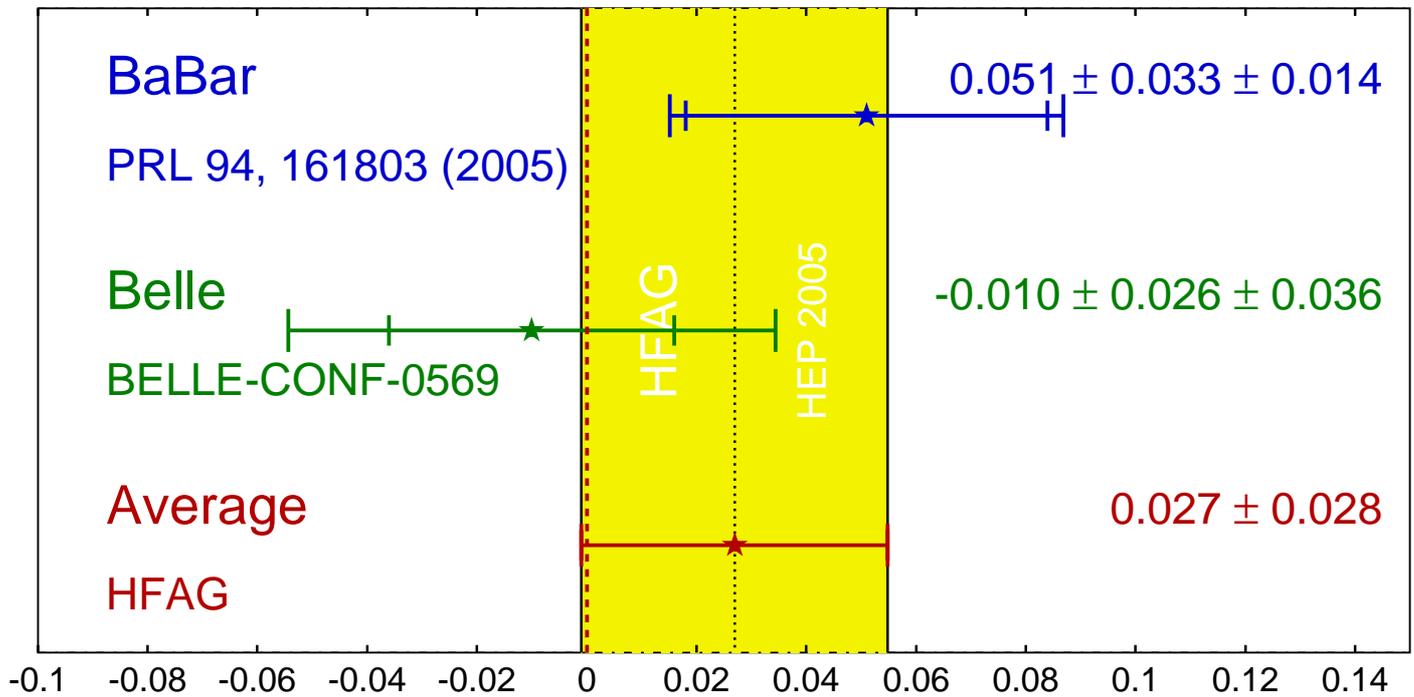


Aktueller Mittelwert:

$$\sin 2\beta = 0.69 \pm 0.03$$

$b \rightarrow ccs$ C_{CP}

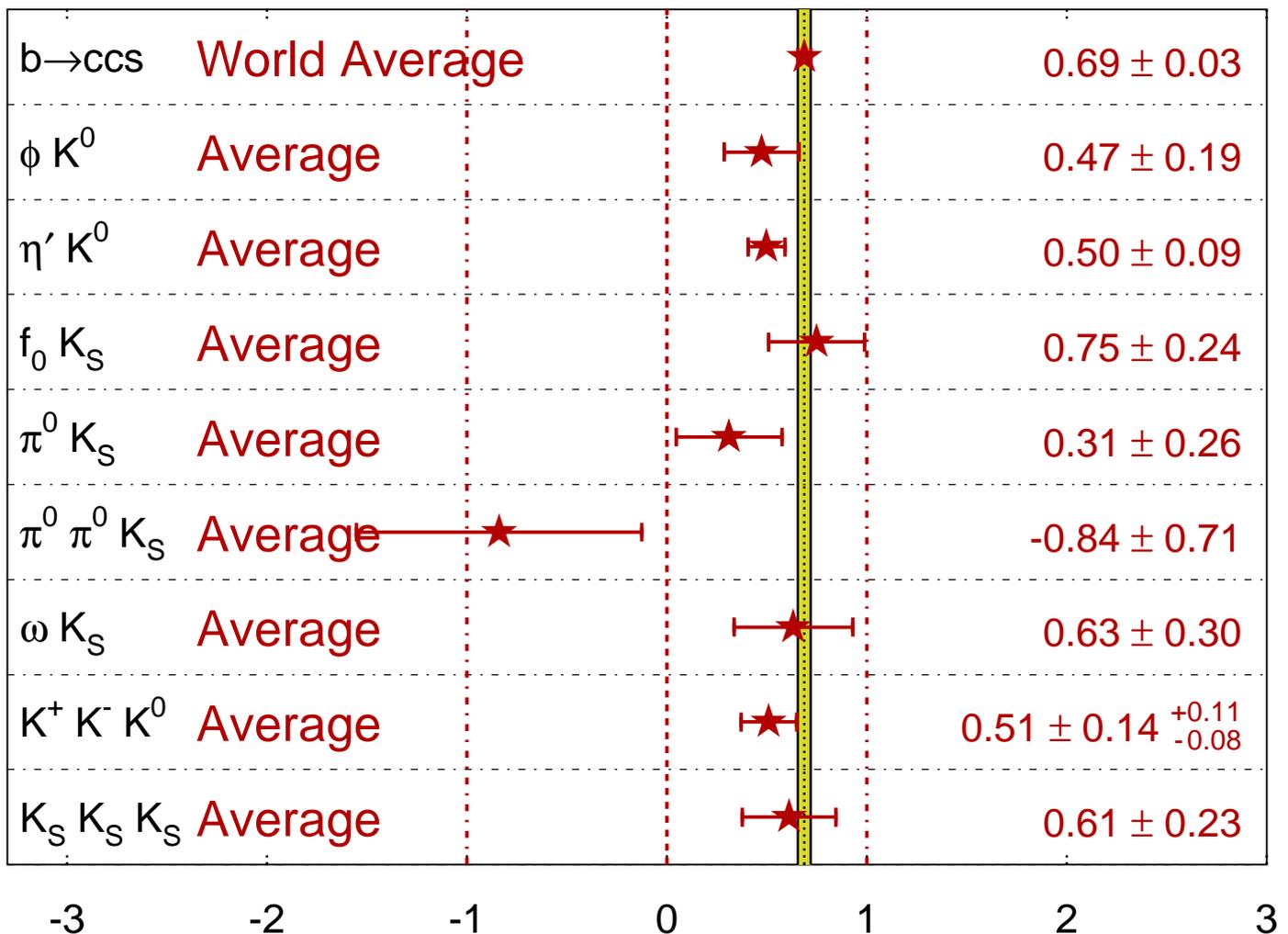
HFAG
HEP 2005
PRELIMINARY



Messungen der indirekten CP-Asymmetrie in verschiedenen $b \rightarrow (c\bar{c})s$ (tree)-, $b \rightarrow (q\bar{q})s$ (Pinguin) $b \rightarrow (c\bar{c})d$ (tree und Pinguin)-Zerfällen, die vom Phasenwinkel β abhängen:

$$\sin(2\beta^{\text{eff}})/\sin(2\phi_1^{\text{eff}})$$

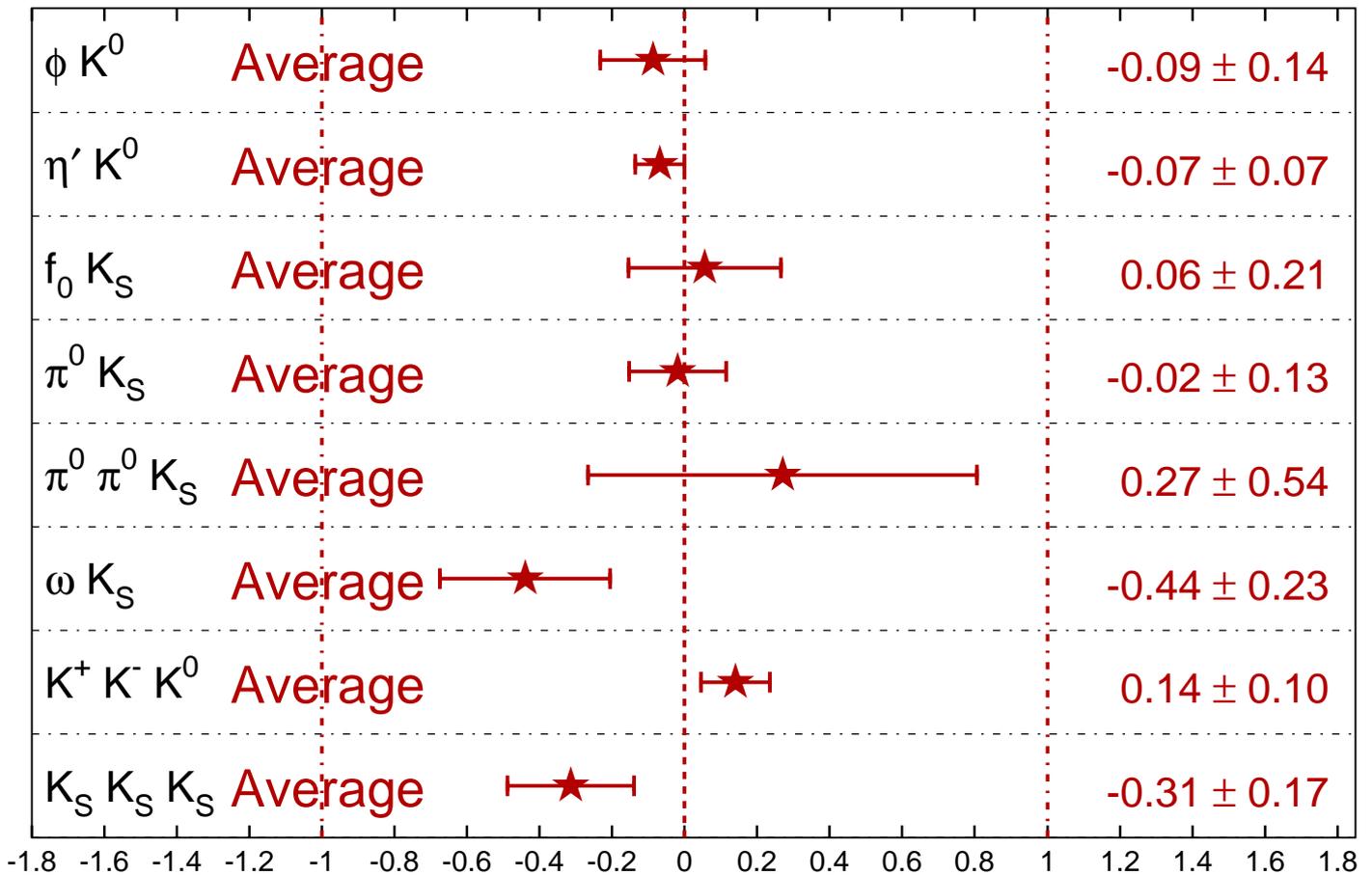
HFAG
HEP 2005
PRELIMINARY



Messungen der direkten CP-Asymmetrie in verschiedenen $b \rightarrow (c\bar{c})s$ (tree)-, $b \rightarrow (q\bar{q})s$ (Pinguin) $b \rightarrow (c\bar{c})d$ (tree und Pinguin)-Zerfällen, die vom Phasenwinkel β abhängen:

$$C_f = -A_f$$

HFAG
HEP 2005
PRELIMINARY



Die Messung des Winkels α in $B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ -Zerfällen ist wesentlich schwieriger, da

1. $B \rightarrow \pi\pi$ -Zerfälle sehr selten sind ($b \rightarrow u$).

Sie wurden zuerst 1994 bei CLEO und LEP (ALEPH, OPAL) entdeckt. Die Verzweigungsverhältnisse sind (Babar, Belle, CLEO):

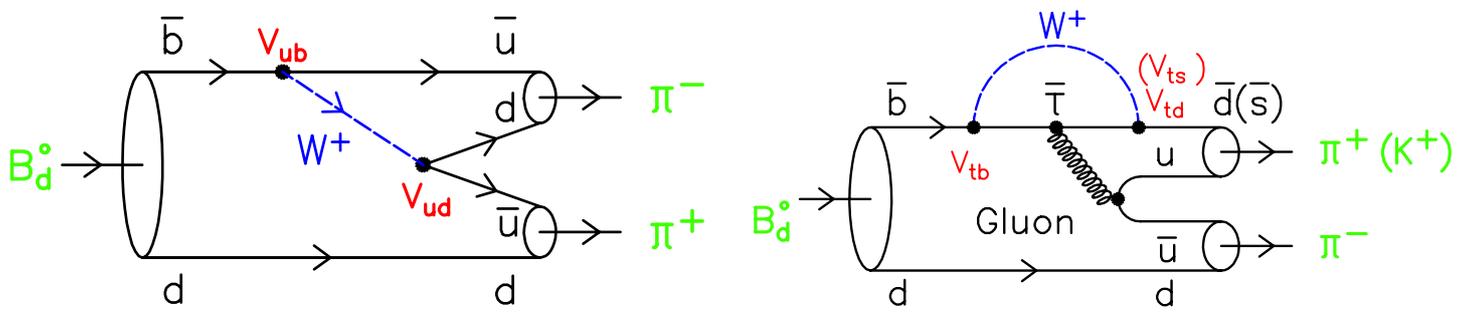
$$BR(B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-) = (4.5 \pm 0.4) \cdot 10^{-6}$$

$$BR(B_d^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0) = (1.5 \pm 0.3) \cdot 10^{-6}$$

$$BR(B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0) = (5.5 \pm 0.6) \cdot 10^{-6}$$

2. $B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ -Zerfälle von den viel häufigeren Zerfällen $B_d^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ mit $BR = (18.2 \pm 0.8) \cdot 10^{-6}$ unterschieden werden müssen.

Dies erfordert gute $K - \pi$ -Trennung bei Impulsen von 5 GeV durch Messungen der Flugzeit (ToF), des Energieverlusts durch Ionisation in der Spurkammer (dE/dx) und des Winkels des Čerenkov-Lichtkegels.



3. Neben dem CKM-unterdrückten tree-Prozeß niedrigster Ordnung (V_{ub} , Phasenwinkel γ) auch der konkurrierende Pinguin-Prozeß höherer Ordnung (loop, V_{td} , Phasenwinkel β) nicht vernachlässigbar (mit etwa 30%) zu dem Zerfall $B_d^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ beiträgt, so daß die gemessenen CP-Asymmetrieparameter (Babar + Belle),

$$S_{\pi\pi} = \sin 2\alpha_{\text{eff}} = -0.50 \pm 0.12, \quad C_{\pi\pi} = -0.37 \pm 0.10,$$

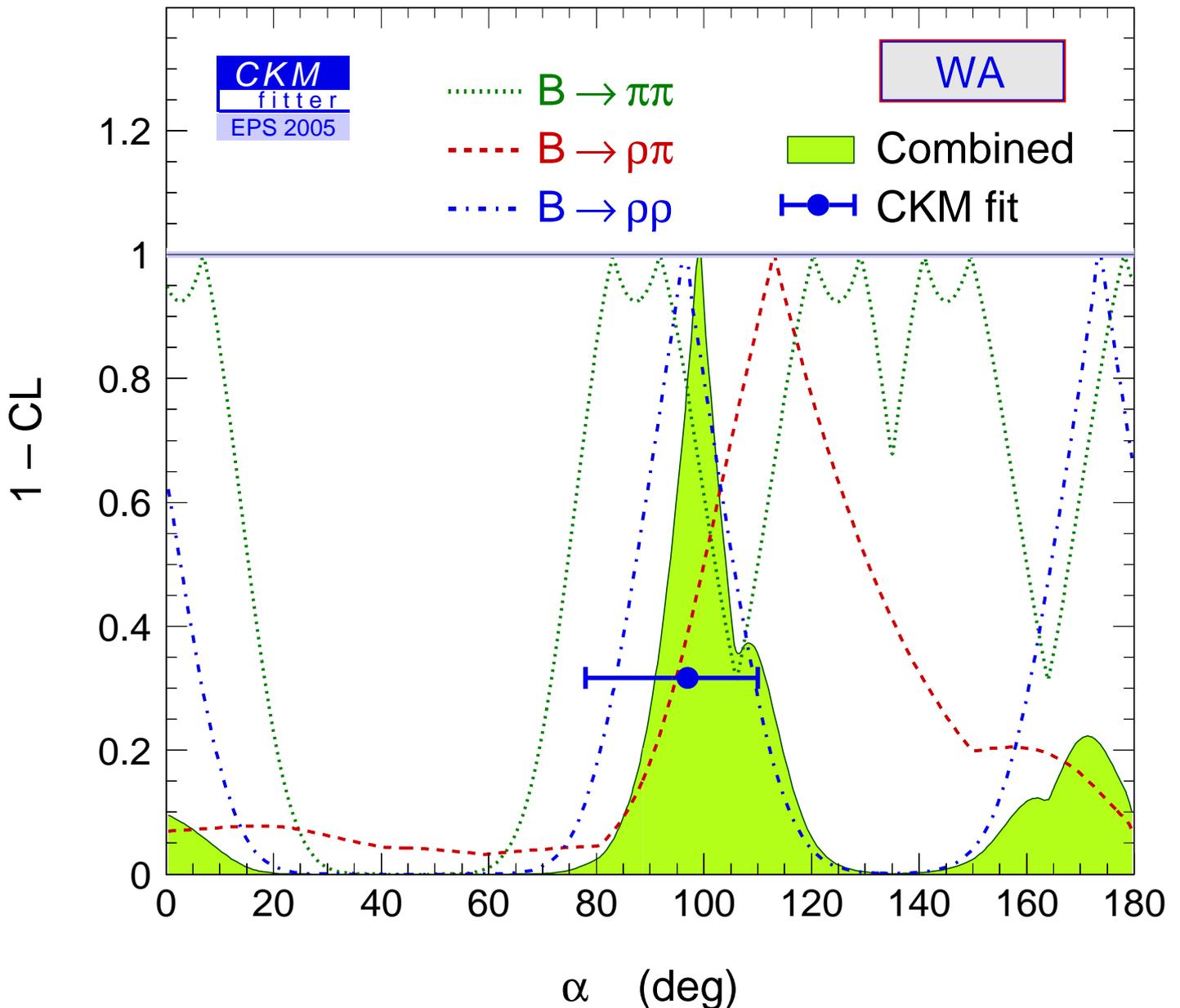
anders als bei β und $B_d^0 \rightarrow J\psi K_s^0$, nicht direkt mit dem Winkel α verknüpft sind: $\alpha = \alpha_{\text{eff}} + \Delta\alpha$.

Die Korrektur muß durch Messungen der Zerfallswahrscheinlichkeiten und CP-Asymmetrien für $B_d^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0$ und $B^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$ bestimmt werden.

CP-Asymmetrie in $B^0 \rightarrow \pi\pi$ -Zerfällen

Das Ergebnis für α von CP-Asymmetrien in $B \rightarrow \pi\pi$, $B \rightarrow \rho\rho$ und $B \rightarrow \rho\pi$ Zerfällen ist

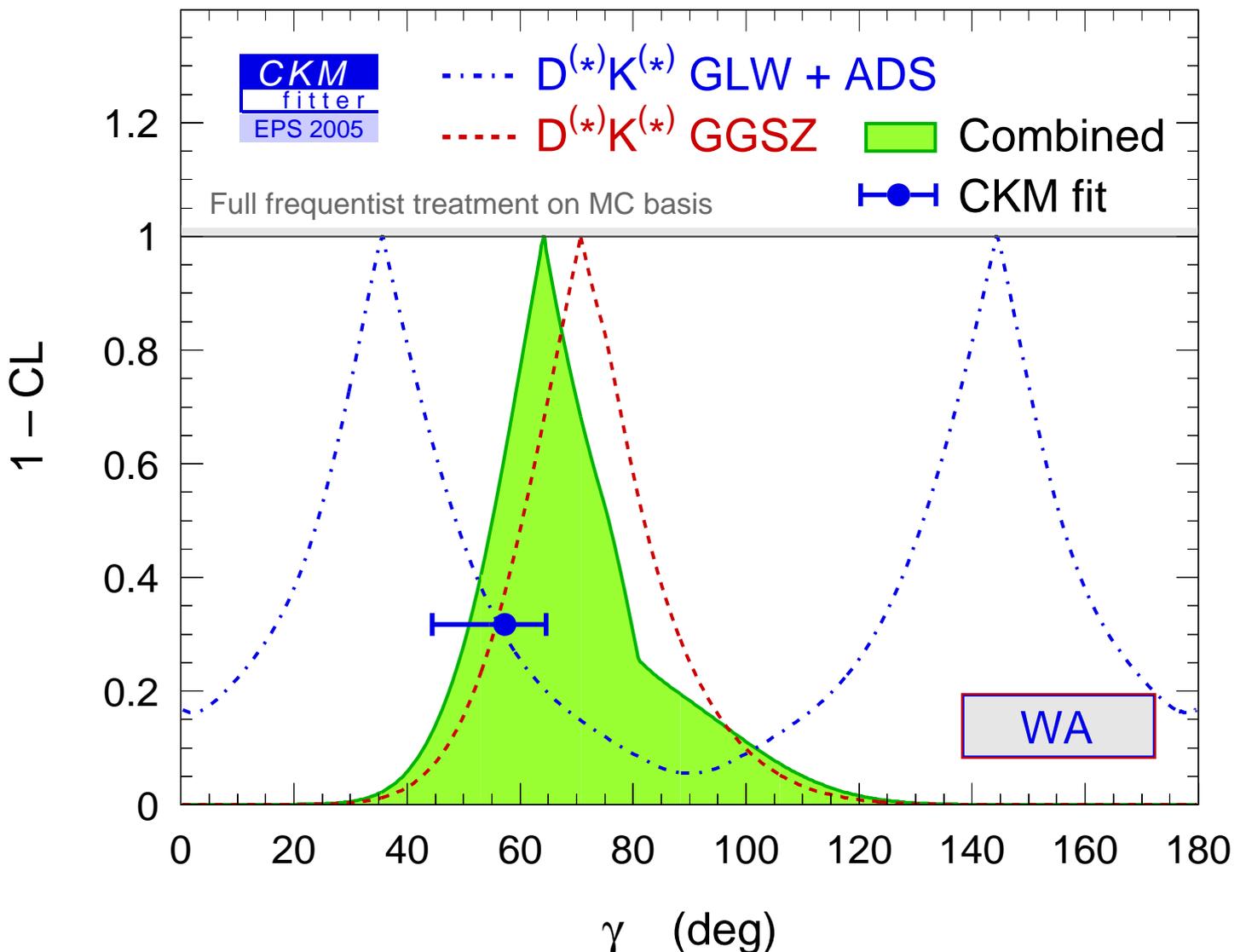
$$\alpha = (99 \pm 10)^\circ$$



Messung des Winkels $\gamma \approx \delta$

aus CP-Asymmetrien und Zerfallsraten in $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ -Zerfällen mit Interferenz von $D = D^0 \rightarrow K^- \pi^+$ ($b \rightarrow c$, V_{cb}) und $D = \bar{D}^0 \rightarrow K^- \pi^+$ ($b \rightarrow u$, $V_{ub} = |V_{ub}|e^{-i\gamma}$) im Endzustand:

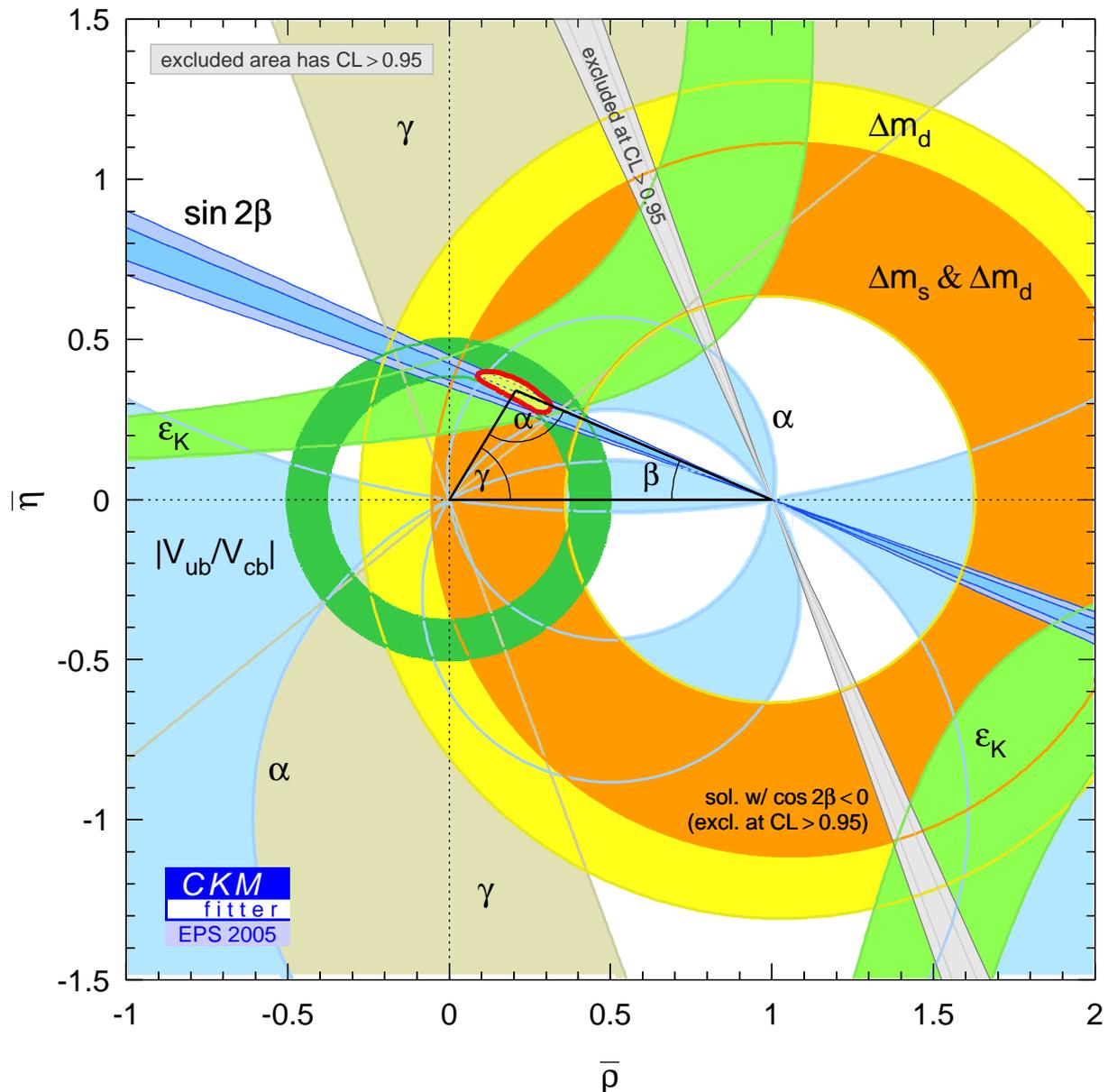
$$\gamma = (63 \pm 14)^\circ$$



$B^\pm \rightarrow DK^\pm$ -Zerfälle

2.3.5.6 Bestimmung des Unitaritätsdreiecks

Messungen der Seiten und Winkel und von ε_K kombiniert:



$$\alpha = (98.1 \pm 6.7)^\circ$$

$$\beta = (23.2 \pm 0.8)^\circ$$

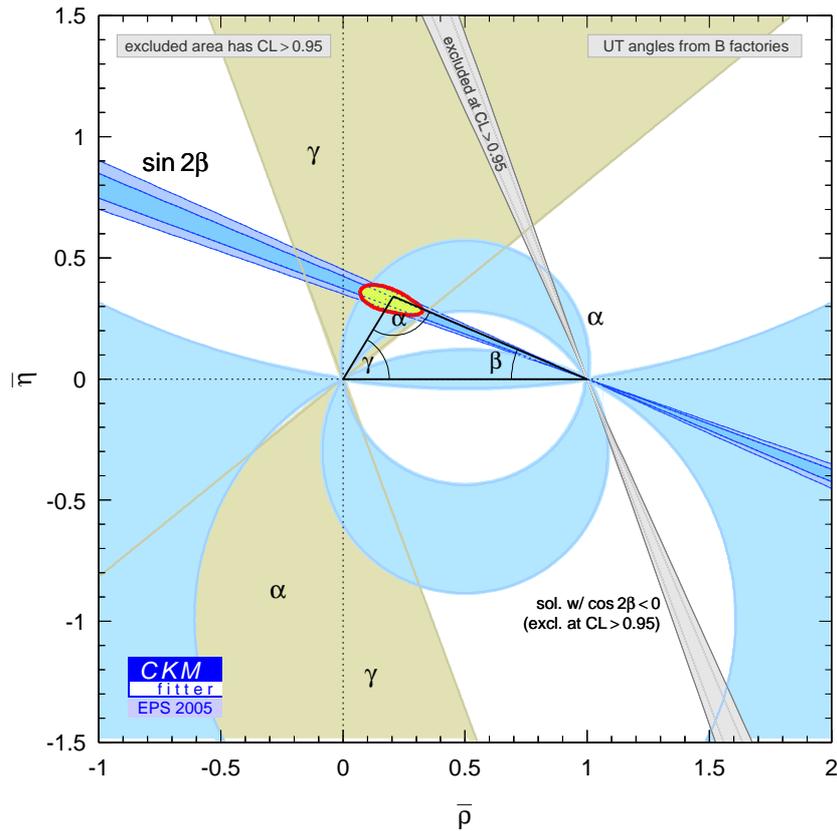
$$\delta \approx \gamma = (58.6 \pm 6.4)^\circ$$

$$\Delta m_s = (18.3^{+6.5}_{-1.5}) \text{ ps}^{-1}$$

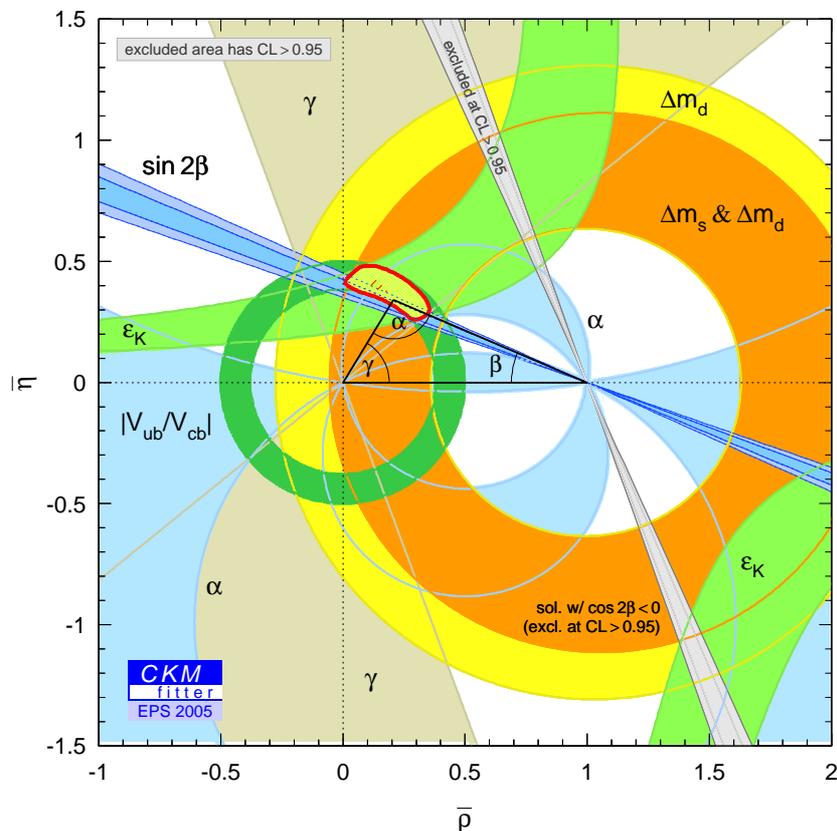
$$< 33.5 \text{ ps}^{-1} (95\% C.L.)$$

mit Randbedingung $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ (Standardmodell).

Bestimmung des Unitaritätsdreiecks nur aus Winkeln:



Bestimmung des Unitaritätsdreiecks nur aus Seiten:



Vergleich der direkten Winkelmessung mit der Vorhersage aus den Seitenmessungen und ε_K alleine:

Test des Standardmodells: Überbestimmung des Unitaritätsdreiecks.

Unitarität? Konsistenz der Messungen?

(Grad)	Direkt	Indirekt
α	99 ± 10	97^{+13}_{-19}
β	21.7 ± 1.3	24^{+3}_{-1}
γ	63 ± 14	57^{+7}_{-13}
Summe	184 ± 17	178 ± 19

Neue Effekte außerhalb des Standardmodells, falls Winkelsumme $\neq 180^\circ$ (Verletzung der Unitarität: neue Generation schwerer Fermionen?) oder signifikante Abweichungen zwischen direkter Winkelmessung und der Winkelbestimmung über die Dreiecksseiten (neue Phasenwinkel durch Austausch neuer Teilchen in loop-Prozessen).

Verbesserungen der Genauigkeit der Bestimmung des Unitaritätsdreiecks und der CKM-Matrixelemente für schwere Quarks:

- Statistische Präzision der Winkelmessungen: mehr B-Mesonen.
- V_{ub} aus leptonischen B-Zerfällen $B^+(\bar{b}u) \rightarrow W^{+*} \rightarrow \tau^+ \nu_\tau$ (geringe QCD-Korrekturen) bei e^+e^- -B-Fabriken.
- Messung der Oszillationsfrequenz von B_s^0 -Mesonen, $16.6 < \Delta m_s < 33.5 \text{ ps}^{-1}$, am Tevatron bzw. LHC.
- Seltene Kaon-Zerfälle $K^+ \rightarrow \pi^+ \nu \bar{\nu}$ (geringe QCD-Korrekturen) und seltene B-Zerfälle $B \rightarrow K^* \gamma$, $B \rightarrow K^* \ell^+ \ell^-$, $B_{d,s}^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$ (e^+e^- -B-Fabriken und Hadroncollider).